As grandes equações

Robert P. Crease

A história das fórmulas matemáticas mais importantes e os cientistas que as criaram

ZAHAR

Robert P. Crease

AS GRANDES EQUAÇÕES

A história das fórmulas matemáticas mais importantes e os cientistas que as criaram

Tradução:
Alexandre Cherman

ZAHAR

Para Stephanie,
que está acima de qualquer classificação.

SUMÁRIO

Introdução

1. A base da civilização = O TEOREMA DE PITÁGORAS
Interlúdio: Regras, provas e a magia da matemática

2. A alma da mecânica clássica = A SEGUNDA LEI DO MOVIMENTO DE NEWTON
Interlúdio: O livro da natureza

3. O ponto alto da revolução científica = A LEI DA GRAVITAÇÃO UNIVERSAL
Interlúdio: Aquela maçã

4. O padrão de ouro para a beleza matemática = A EQUAÇÃO DE EULER
Interlúdio: Equações como ícones

5. O equivalente científico de Shakespeare = A SEGUNDA LEI DA TERMODINÂMICA
Interlúdio: A ciência do impossível

6. O evento mais significativo do século XIX = AS EQUAÇÕES DE MAXWELL
Interlúdio: Superando a anosognosia, ou Restaurando o vigor das ciências humanas

7. Equação celebridade = E = MC²
Interlúdio: Ideias malucas

8. O ovo de ouro = A EQUAÇÃO DA RELATIVIDADE GERAL
Interlúdio: Crítica científica

9. A equação básica da teoria quântica = A EQUAÇÃO DE SCHRÖDINGER
Interlúdio: A consciência dupla dos cientistas

10. Vivendo com a incerteza = O PRINCÌPIO DA INCERTEZA DE HEISENBERG
Interlúdio: O iogue e o quantum

Conclusão = TRAZENDO O ESTRANHO PARA DENTRO DE CASA

Notas
Créditos das ilustrações
Agradecimentos
Índice remissivo

Introdução

A primeira equação que a maioria de nós aprende é o sinônimo de simplicidade:

$$1 + 1 = 2$$

Tão elementar e ao mesmo tempo tão poderosa! Ela resume a própria definição de adição: uma unidade mais outra unidade é igual a duas unidades. É poderosa, também, porque tem o formato de todas as outras equações: em aritmética, na matemática como um todo, na física e em outras áreas da ciência. Ela nos mostra a arrumação de alguns objetos que possuem um tipo particular de relação entre si. Esta pequena mas fundamental equação nos abre tantas portas que até parece uma varinha mágica. É virtualmente o portal de entrada para o conhecimento – o primeiro passo, a base para todos os milhares de passos que virão a seguir. Richard Harrison, poeta e professor de inglês no Mount Royal College, em Calgary, Canadá, certa vez me escreveu esta profunda reflexão:

> 1 + 1 = 2 é o conto de fadas da matemática, a primeira equação que eu ensinei ao meu filho, a primeira expressão do poder milagroso que a mente tem de mudar o mundo real. Eu me lembro de meu filho com os indicadores em riste – os dedos "um" – quando aprendeu a expressão, e aquele momento de maravilha, talvez seu primeiro pensamento filosófico, quando ele percebeu que os dedos, separados por seu próprio corpo, poderiam ser unidos num só conceito por sua mente. … Quando vi a mente do meu filho se abrir e entender que "1 + 1" era mais que apenas "1 + 1", percebi aquela pequena equação como a chave que meu filho tinha, não para entender o maravilhoso no mundo lá fora, mas para o que era maravilhoso nele mesmo e em todos nós.

A descrição de Harrison nos mostra que aprender uma equação, pelo menos uma equação tão fundamental quanto 1 + 1, é na verdade uma espécie de jornada. É uma viagem em três estágios.

Começamos inocentemente alheios à equação. Somos levados a ela pela educação formal, por acaso, por curiosidade ou pelo desejo de compreender algo, em geral acompanhado por insatisfação e frustração. Finalmente, a experiência de termos aprendido a equação transforma o modo como vemos o mundo, o que, naturalmente, nos enche, ainda que de forma passageira, desse sentimento de espanto.

Este livro trata dessas jornadas.

Os primeiros seres humanos viviam sem equações e não precisavam delas. Não havia equações no Jardim do Éden, nem na Árvore do Conhecimento. Não havia equações no paraíso sumério de Dilmun, nem tampouco no Ovo Cósmico que alguns chineses acreditam ter sido usado por P'an Ku para dar origem ao mundo, ou em qualquer dos outros lugares descritos nos mitos de criação. Os seres humanos nem tinham o *conceito* de equação. Este conceito é uma invenção humana, resultado de nossos esforços para dar sentido ao mundo. E mais: os homens não acordaram certo dia e de repente decidiram que iriam inventar as equações. A necessidade foi surgindo ao longo do tempo, e o conceito de equação, no sentido técnico-científico, só apareceu muito mais tarde na história.

A palavra latina *aequare* significa "tornar plano" ou "tornar nivelado". Muitas palavras em português vêm dessa raiz, inclusive adequar, equidade, igualdade, equilíbrio, igualitário, equivalência e equívoco. A palavra "equação" a princípio significava apenas "separar em grupos iguais". O "equador", por exemplo, é uma linha imaginária, inventada por geógrafos, que separa a Terra em duas partes iguais. Astrólogos medievais usavam a palavra "equação" para se referir à prática de dividir arbitrariamente o caminho do Sol e dos planetas em áreas iguais, cada qual presumivelmente regida por uma constelação.[1]

Enquanto isso, os números e a contagem começavam a se tornar importantes para os homens. Comerciantes usavam ambos em inventários, finanças e orçamentos; autoridades religiosas utilizavam-nos para contar os anos, as estações e ocasiões especiais como nascimentos, mortes e casamentos; e os governos os empregavam em censos, pesquisas e cobranças de impostos.[2] Isso gerou a necessidade de se criarem símbolos que representassem números e quantidades.[3] No século III AEC,[a] o matemático grego Diofanto deu outro passo: usou símbolos para representar quantidades *desconhecidas* e providenciou algumas regras para lidar com essas quantidades, incluindo a subtração e a adição. Ele mostrou não somente como utilizar símbolos para representar um número desconhecido de modo que este número pudesse ser descoberto a partir de outras quantidades conhecidas (algo que é chamado de equação determinada), mas também como os símbolos podiam descrever algo com um conjunto infinito de soluções (uma equação indeterminada ou diofantina). Havia ainda um longo caminho até chegarmos às equações modernas. Até Galileu e Newton expressaram seus importantes resultados – a lei da queda dos corpos de Galileu e as leis de movimento de Newton – em palavras, e não com as equações tão familiares aos estudantes de ciência. Antes do século XVIII, os cientistas naturais ainda não haviam tornado rotineira a prática de expressar suas conclusões na forma de equações como as conhecemos hoje.

Uma longa jornada histórica e conceitual foi necessária para escrever até a mais simples das equações. Em 1910, Alfred North Whitehead e Bertrand Russell, dois dos grandes matemáticos da história, publicaram os *Principia mathematica*, um famoso livro em três volumes que desenvolve os fundamentos da matemática, desde seus conceitos mais primordiais, baseado somente na lógica. Quando a equação 1 + 1 = 2 aparece pela primeira vez? Bem depois da metade do volume I![4]

Graças a essa longa jornada, a palavra “equação” acabou por ter um significado técnico, como parte de uma linguagem especialmente construída – referindo-se à afirmação de que duas quantidades mensuráveis, ou dois conjuntos de quantidades mensuráveis, são iguais. (No sentido estrito, então, afirmações expressando desigualdades não são equações.) Nessa linguagem codificada, indispensável para a moderna matemática e para a ciência, os símbolos substituem conjuntos de outras coisas sobre as quais várias operações (adição, subtração, multiplicação e divisão são as mais simples) podem ser feitas.[5]

Desde que essa linguagem técnica especial foi desenvolvida, cada equação possui dois diferentes tipos de descoberta. Cada qual é originalmente descoberta pela primeira pessoa que a formula – quem a introduz na cultura humana. E toda equação é descoberta por aquelas pessoas que a aprendem desde então.

A jornada de uma equação tem um cenário diferente de qualquer outro momento histórico. O surgimento de uma equação não se dá em campos de batalha sangrentos ou pelo embate de forças políticas. As equações têm uma tendência a surgir em lugares tranquilos, como escritórios e bibliotecas, longe das distrações e intromissões. Maxwell escreveu suas equações revolucionárias em sua sala de estudos; Heisenberg começou a vislumbrar a dele numa ilha isolada. Esses ambientes permitem aos cientistas confrontar suas insatisfações, explorar a sensação incômoda de que as peças não estão se encaixando e que precisam de ajustes ou do acréscimo de algo completamente novo. Nesses ambientes, os cientistas podem se concentrar em algum problema que geralmente pode ser enunciado com simplicidade enganadora: qual o tamanho deste lado de um triângulo retângulo? Qual a intensidade da força entre os objetos celestes? Como a eletricidade se move? Será que um determinado par de teorias contraditórias pode ser forçado a entrar em acordo? *Isso faz sentido?*

Quando surge a solução, ela parece lógica e até inevitável. Esse resultado é "recebido universalmente", escreve Roger Cotes, que contribuiu para o prefácio à segunda edição da famosa obra-prima de Newton, *Princípios matemáticos da filosofia natural*.[6] Os descobridores em geral sentem que tropeçaram em algo que sempre esteve ali. Assim, as equações parecem tesouros, são descobertas por algum indivíduo com mais discernimento, escavadas e examinadas, expostas nas prateleiras do grande armazém do conhecimento humano, passadas de geração a geração. Essa maneira de apresentar uma descoberta científica é tão conveniente, e tão útil aos livros-texto, que pode ser chamada de "conhecimento tipo caça ao tesouro". Ela amplifica um processo complicado e nos dá um inventor, uma data, um local e, na maioria das vezes, uma causa ou um motivo. Um incidente ou um momento, como, por exemplo, a queda de uma maçã, se torna a sinédoque que cristaliza o longo processo do descobrimento. Gerações de estudiosos têm feito suas carreiras criticando o modelo e complicando o cenário. A "caça ao tesouro" é útil para todos!

O cenário de "caça ao tesouro", por mais útil que seja, promove a ideia de que as equações são características fundamentais do mundo, e não que são criadas por seres humanos. De fato, nós nascemos num mundo que já possuía equações que não foram criadas por "nós". É por isso que, por vezes, elas parecem algo que não tem origem humana, que estão por aí desde muito antes de nós: no oitavo dia, Deus criou as equações, como a planta de seu trabalho. Ou, como disse Galileu, o "livro da natureza" é escrito com linguagem matemática.

Mas toda e qualquer equação tem uma gênese humana. Ela foi montada por alguém em particular. Em algum lugar e em algum momento, uma pessoa que sentiu uma necessidade – que não estava satisfeita com a situação –, queria entender algo ou queria apenas transformar algo desesperadamente complicado em alguma coisa mais fácil de ser entendida. Vez por outra, esse processo criativo se enraíza na Antiguidade, caso do teorema "pitagórico", cujo princípio era conhecido muito antes de Pitágoras. Algumas vezes o processo criativo é conhecido em detalhes, graças a correspondências, rascunhos e anotações de seus inventores, como as equações produzidas por Newton e Einstein. Em todo caso, porém, elas não podem ser consideradas a totalidade do trabalho desses cientistas, pois eles – mesmo quando trabalhando sozinhos – estavam envolvidos em inúmeros diálogos com outros cientistas, num processo comum de tentar compreender a natureza.

Quando o cientista britânico Oliver Heaviside rearrumou o trabalho de Maxwell no que é hoje sua forma famosa – o que chamamos de “equações de Maxwell” –, ele comentou que simplesmente estava tentando entender melhor o trabalho de Maxwell. Essa motivação – imaginar que alguém pode expressar de maneira mais simplificada algo que já se sabe, ainda que vagamente – pode ser atribuída a todos os inventores de equações.

Depois que alguém inventa uma equação sobre algo fundamental – quando essa pessoa acabou com sua insatisfação –, nós e o mundo mudamos. As equações não servem apenas para nos ensinar como calcular algo, trazendo novas ferramentas ao mundo. Elas fazem algo mais, como disse Harrison. Ao aprender que 1 + 1 = 2, o filho dele não obteve simplesmente mais um conjunto de dados, porém se transformou, ao obter um novo entendimento do mundo. Mas, com esse novo entendimento, vêm novas perguntas e novas insatisfações.[7]

A descrição de Harrison, finalmente, nos lembra que equações podem nos inspirar. A ciência não é uma atividade robotizada, na qual nos movemos no mundo ou o observamos de forma indiferente, mas uma forma de vida com grande dimensão afetiva. Há, claro, o júbilo celebratório inerente a uma nova descoberta ou conquista. Mas se esse fosse o único sentimento relativo à ciência – o prazer de se fazer uma descoberta que leve à fama e à fortuna –, ela seria uma profissão triste, pois tais momentos são poucos e espaçados. Felizmente, as emoções da ciência são muito mais diversificadas e densas. O ato de fazer ciência é acompanhado por sentimentos que aparecem a todo instante – assombro, perplexidade, curiosidade, desejo, vontade de descobrir a resposta, tédio por nada acontecer, frustração de não se avançar no problema, a emoção de se estar no caminho certo. Tais sentimentos estão presentes, nem sempre ocultos, em geral despercebidos, mas facilmente reconhecíveis se estivermos atentos.

Quando entendemos uma equação importante pela primeira vez, vislumbramos estruturas escondidas no Universo, revelando uma conexão profunda entre o mundo e o modo como o enxergamos. Em tais momentos, nossa reação não é simplesmente: “É! Isso faz sentido.” Ou mesmo o chamado “momento a-ha!”. Essa caracterização simplista anda de mãos dadas com o cenário da "caça ao tesouro", pois simplifica e condensa a emoção da descoberta num único instante. A emoção genuína – assombro – é muito mais sutil, rica e duradoura.

É natural, porém, até para os cientistas, deixar de admirar as equações, à medida que ficam mais envolvidos com o mundo e com seus interesses próprios, e menos atentos aos momentos de revelação, quando as equações surgiram pela primeira vez. Nós perdemos a capacidade de nos impressionar com qualquer objeto ou instrumento que faça parte do nosso dia a dia. As equações podem ser vistas apenas como mais um conjunto de ferramentas que encontramos no mundo, ou como tarefas desagradáveis que somos obrigados a cumprir.

Navegadores que aprendem muito sobre sua arte, como Mark Twain escreveu em *Vida no Mississippi*, em geral sofrem uma triste transformação. À medida que se tornam cada vez mais eficientes em perceber as nuances do rio, eles se tornam cada vez menos capazes de apreciar sua beleza e poesia. Características do rio – um tronco, uma depressão, uma região de corredeira – que no início traziam perplexidade e maravilhamento passam a ser apreciadas tão somente por serem úteis à navegação. Algo semelhante acontece com as equações.

Mas grandes cientistas são capazes de se maravilhar com o pioneirismo de seus antecessores. O físico Frank Wilczek escreveu uma série de artigos sobre a simples equação $F = ma$, que expressa a segunda lei de movimento de Newton, chamando-a de "a alma da mecânica clássica" e dedicando-lhe o tipo de qualificação conveniente para as almas.[8] O físico e cosmólogo Subrahmanyan Chandrasekhar escreveu um livro inteiro sobre o *Principia* de Newton, onde está proposta a segunda lei de movimento, comparando-o ao teto da Capela Sistina pintado por Michelangelo. E alguém que ouça as famosas *Palestras de física* de Richard Feynman poderá perceber a admiração espontânea pelas equações que pretendia ensinar a seus alunos. Esses três vencedores do Prêmio

Nobel sabiam o suficiente para manter a perplexidade diante do mundo e das equações que nos permitem conhecê-lo.

Este livro tem por objetivo mostrar que as equações são muito mais que simples ferramentas. Como outras criações humanas, elas têm significado social e são dotadas de vigor cultural. Além das grandes equações, aqui estão também breves relatos sobre quem as descobriu, as insatisfações por trás da descoberta e o que elas dizem sobre a natureza do nosso mundo.

---

[a] Abreviação de "antes da Era Comum", notação que vem substituindo o mais usual a.C. (antes de Cristo), visto que hoje já se sabe que a data do nascimento de Jesus Cristo foi calculada com erro pelos primeiros cronologistas. Quando as datas não forem seguidas pelas letras AEC, isso significa que elas pertencem à Era Comum. (N.T.)

1. A base da civilização:

O TEOREMA DE PITÁGORAS

$$c^2 = a^2 + b^2$$

DESCRIÇÃO O quadrado do comprimento da hipotenusa de um triângulo retângulo é igual à soma dos quadrados do comprimento dos outros dois lados.
DESCOBRIDOR: desconhecido.
DATA: desconhecida.

Até hoje o teorema de Pitágoras é o mais importante
teorema isolado de toda a matemática.
J. BRONOWSKI, *The Ascent of Man*

A jornada original rumo ao teorema de Pitágoras está eternamente encoberta pela história. Mas há inúmeras histórias de sua redescoberta, tanto daqueles que o ensinavam quanto de pessoas que o descobriram sozinhas. Por vezes esses acontecimentos foram tão poderosos que mudaram a vida e a carreira daqueles que deles participaram. O poder e a magia do teorema de Pitágoras surgem do fato de que, apesar de seu enunciado ser complexo o bastante para que a solução não seja óbvia, sua prova é curta o suficiente para que o teorema como um todo seja entendido logo da primeira vez.

Uma pessoa que teve sua vida mudada por ele foi o grande filósofo político Thomas Hobbes (1588-1679). Até os quarenta anos, Hobbes era um estudioso de talento que não demonstrava muita originalidade. Ele era versado em humanidades, mas estava insatisfeito com essa erudição. Sua principal conquista havia sido uma tradução do grego Tucídides, escrita com elegância, embora um tanto imprecisa. Ele tivera pouco contato com a ciência, apesar dos então recentes avanços apresentados por Kepler e Galileu, entre outros, que estavam revolucionando o mundo acadêmico.

Certo dia, visitando a biblioteca de um conhecido seu, Hobbes viu uma cópia dos *Elementos*, de Euclides, sobre a mesa. Isso não era incomum: um cavalheiro que possuísse um belo e caro exemplar de um trabalho importante, como a Bíblia, não o deixaria guardado longe dos olhos, mas o exibiria aos visitantes, geralmente aberto em uma passagem ou salmo famoso.

Os *Elementos*, de Euclides, eram de fato como a Bíblia. Ele enuncia grande parte do conhecimento matemático de sua época em axiomas e postulados; estudiosos o analisam desde seu surgimento, cerca de 300 AEC; e seu conhecimento permanece atual. Nenhum outro livro, na época, exceto a Bíblia, foi tão copiado e estudado. O capítulo e o versículo que Hobbes viu foram o Livro I, proposição 47, o teorema de Pitágoras.

Hobbes deu uma olhada no enunciado: o quadrado descrito sobre a hipotenusa de um triângulo de ângulo reto é igual à soma dos quadrados descritos sobre os dois outros lados. Ele ficou tão impressionado que usou uma expressão que seu colega e primeiro biógrafo, John Aubrey, se recusou a escrever: "Por D…", Hobbes exclamou, "isso é impossível!"[1]

Hobbes continuou a ler, intrigado. A demonstração fazia referência a outras proposições no mesmo livro: proposições 46, 14, 4 e 41. Estas faziam referência a outras. Hobbes seguiu o fio da meada e logo se convenceu de que aquele incrível teorema era verdadeiro.[2]

"Isso fez com que ele se apaixonasse pela geometria", escreve Aubrey, acrescentando que Hobbes era um novo homem. Ele começou a desenhar figuras geométricas obsessivamente e a escrever cálculos nos lençois e até nas pernas. Passou a ser devoto da matemática, demonstrando algum talento – embora tivesse habilidades modestas –, se cercou de tantas controvérsias e participou de tantas cruzadas matemáticas sem esperanças que até hoje envergonha seus biógrafos e fãs.[3] Esses episódios não são particularmente interessantes. Importante é que o teorema o transformou e transformou sua carreira. Como um comentador escreveu sobre o primeiro encontro de Hobbes com o teorema de Pitágoras, "tudo o que ele pensou e escreveu depois disso foi modificado por esse acontecimento".[4]

Hobbes passou a criticar os filósofos morais e políticos de sua época por não terem rigor e se deixar impressionar pouco por seus predecessores. Ele os comparava negativamente aos matemáticos, que seguiam em frente, devagar, mas com correção, a partir de "princípios básicos e simples" que todos poderiam entender e aceitar. Em livros como *Leviatã*, Hobbes começou a reconstruir a filosofia política de modo semelhante, primeiro definindo claramente os termos e depois desenvolvendo as implicações de maneira ordenada. O teorema de Pitágoras ensinou-lhe uma nova maneira de raciocinar e a apresentar os frutos de seu raciocínio de forma persuasiva, de modo que eles pareciam necessários e universais.

O teorema de Pitágoras: a regra

O termo "teorema de Pitágoras" é popularmente usado para descrever duas coisas distintas: uma regra e uma prova. A regra é simplesmente um fato. Ela afirma a igualdade entre os comprimentos dos lados de um triângulo retângulo: o comprimento da hipotenusa ao quadrado (c^2) é igual à soma dos quadrados dos outros dois lados ($a^2 + b^2$). Essa regra tem valor prático: ela nos permite, por exemplo, calcular o comprimento da hipotenusa se tivermos o tamanho dos dois outros lados. A prova é diferente. Ela é a demonstração de como sabemos que isso é verdade.

É confuso que o termo possa se referir a duas coisas (regra e prova). A confusão é causada pela palavra "teorema". Ela pode significar um resultado que é ou pode ser provado. Vem do grego, "olhar para" ou "contemplar", e tem a mesma raiz de "teatro". Quando alguém como Hobbes olha para o teorema de Pitágoras, ele pode prestar atenção a duas coisas bem diferentes: ao produto, regra ou coisa provada – a regra da hipotenusa –, ou ao processo, a prova em si, ou o modo como isso é conhecido.

A regra é extremamente importante, crucial para se descrever o espaço à nossa volta. É valiosíssima para carpinteiros, arquitetos e agrimensores em pequenos ou grandes projetos de construção. Esta é uma das razões pelas quais a maçonaria – organização esotérica que dizem ter nascido entre artesãos medievais – adotou o teorema de Pitágoras como um de seus símbolos. Um trecho de um texto maçônico cita o teorema de Pitágoras como "contendo ou representando a verdade na qual a maçonaria se fundamenta, a base da própria civilização";[5] uma versão simplificada do diagrama que acompanha a prova de Euclides, chamada de "forma clássica", pode ser encontrada em vários carpetes de boas-vindas das lojas maçônicas. A regra é válida também para o espaço celestial, sendo básica para a navegação e a astronomia.

Essa regra era conhecida bem antes de Euclides ou até mesmo de Pitágoras. O fato de que lados de diferentes tamanhos – 3, 4 ou 5 unidades, por exemplo, ou 6, 8 e 10 – criam um "conjunto quadrático" com um ângulo reto entre os dois lados menores foi uma descoberta empírica conhecida pelos artesãos da Antiguidade. As trincas numéricas são conhecidas como "triplas pitagóricas", e sua descoberta independente em paragens diferentes não deve ser surpresa, dada sua simplicidade e importância prática. Outra descoberta antiga parece ter sido a regra $c^2 = a^2 + b^2$ para essas triplas. Uma tábua babilônica cuneiforme de cerca de 1800 AEC, conhecida como Plimpton 322 por causa da coleção à qual pertence, na Universidade de Columbia, contém uma tabela de quinze colunas de triplas pitagóricas. A tábua era evidentemente uma tabela trigonométrica ou um auxílio didático para a regra de calcular hipotenusas de triângulos retângulos. Ela não contém variáveis, e parece que sua intenção era divulgar a regra por meio de uma lista de exemplos.[6]

A regra também era conhecida na Índia antiga. Aplicações suas podem ser vistas nos *Sulbasutras*, textos que acompanham os sutras, ou "ensinamentos sagrados" do Buda, que devem ter sido escritos entre 500 e 100 AEC, mas certamente transmitem o conhecimento de épocas muito mais remotas. Em suas instruções para construir áreas para rituais, eles demonstram conhecimento geométrico considerável, embora ele se expresse sem formalismo e de maneira aproximada, sem muitas justificativas.[7]

Uma tábua babilônica em escrita cuneiforme de cerca de 1800 AEC, conhecida como Plimpton 322 por causa da coleção à qual pertence, na Universidade de Columbia. A tábua, evidentemente uma tabela trigonométrica ou um auxílio didático para a regra de calcular hipotenusas de triângulos retângulos, contém uma tabela de quinze colunas de triplas pitagóricas.

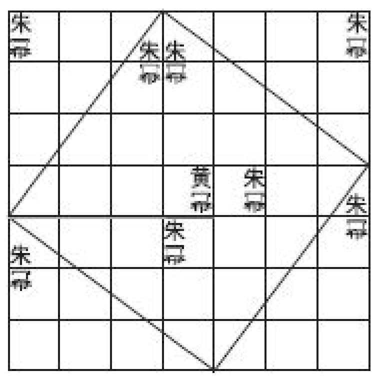


Diagrama de uma edição posterior do *Zhou Bi*.
Os caracteres fazem referência às cores dos quadrados.

O mais antigo texto chinês de astronomia e matemática, o *Zhou Bi Suan Jing* ("Gnômon de Zhou", contendo textos datados do século I AEC, mas cujo conteúdo é considerado muito mais antigo), também demonstra conhecimento da regra. Uma aplicação é no cálculo da distância do Sol à Terra. O raciocínio parte de um bambu e sua sombra, e presume que a Terra é plana; o *Zhou Bi* é famoso entre os historiadores da ciência por ser "o único relato racionalmente embasado e completamente matematizado da cosmogonia da Terra plana".[8] A mais antiga versão existente contém um diagrama que sempre é reproduzido num fundo quadriculado sobre o qual é fácil perceber que a área do quadrado construído sobre a hipotenusa é igual à combinação das áreas dos outros dois quadrados – mas esse diagrama quase certamente é do século III, muito depois de Euclides.

A tábua babilônica, os *Sulbasutras* indianos e o *Zhou Bi* chinês exibem o conhecimento da regra aplicada a algum outro propósito: educação, no caso da Plimpton 322; religião, no caso dos *Sulbasutras*; astronomia, no caso do *Zhou Bi*. Nestes e em outros textos antigos, a regra é apresentada sem uma justificativa explícita, mas como um meio para descobrir distâncias e conferir resultados, algumas vezes com certo grau de formalismo.

Na verdade, o teorema de Pitágoras é certamente ímpar entre os marcos da matemática pela variedade de ilustrações práticas coloridas, do prosaico ao poético, ao longo de milhares de anos, descrevendo as dimensões de campos, canais, varais, trilhas, estradas e aquedutos. De um manuscrito egípcio: "Uma escada com 10 cúbitos (1 cúbito = 0,52m) tem sua base a 6 cúbitos da parede; que altura ela atinge?" De um manuscrito medieval italiano: "Uma lança com comprimento de 20 pés (1 pé = 0,30m) está encostada numa torre. Se sua base está a 12 pés da parede, em que altura está a ponta da lança?" Um texto indiano pergunta ao leitor para calcular a profundidade de um lago, nadando com os gansos, e a ponta da lótus está a 9 polegadas (1 polegada = 2,54cm) acima da superfície, mas é levada pelo vento – seu caule está preso ao fundo – e desaparece na água a uma distância de cerca de 40 polegadas. Esse tipo de problema torna a matemática divertida!

A regra se tornou um modelo de conhecimento, e sabê-la em geral simboliza a própria inteligência humana. No fim do filme *O mágico de Oz*, o Espantalho – para mostrar que realmente possui um cérebro – recita uma versão errada da regra: "A soma das raízes quadradas de quaisquer dos dois lados de um triângulo isósceles é igual à raiz quadrada do lado que sobrou." A leviandade é perfeita, porque poupa a plateia de ter de acompanhar o raciocínio e mantém os acontecimentos no mundo dos contos de fada.

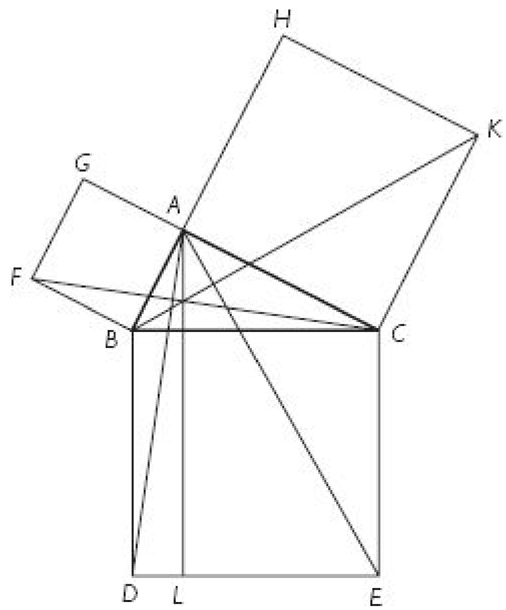
O teorema de Pitágoras: a prova

Provar uma regra é muito diferente de apenas conhecê-la. Uma prova demonstra a validade geral de um resultado baseada em princípios fundamentais – ela é sua própria motivação, não visa a nenhum resultado prático e está menos preocupada com o resultado em si do que com o método utilizado para atingi-lo; mais preocupada com o processo pelo qual passamos a confiar nela. Uma prova reconta a jornada pela qual passamos a conhecer uma equação. Fornecer a prova de uma regra requer uma perspectiva matemática diferente de apenas enunciar a regra. Uma prova não é uma afirmação autoritária, mas o reconhecimento da democracia intelectual. Ela não apresenta uma pérola de sabedoria de um de nossos precursores como um *tour de force* do intelecto, uma sacada de gênio. Ela não diz "Isso é um fato!" ou "Isso foi o que um gênio nos mandou fazer". Em lugar disso, a prova de um resultado mostra que a jornada é algo que *qualquer um* pode fazer, pelo menos em princípio, graças ao conjunto de definições e conceitos matemáticos que já possuímos. Ela diz: "Sigam isso, e vocês verão que *já* sabemos todos os passos para chegar lá!" Fornecer a prova de uma regra estabelece um marco onde qualquer um pode chegar ao seguir o caminho indicado, e no qual todos podem confiar como elemento de orientação se porventura se entregarem a novas jornadas por territórios desconhecidos. Provas de equações-chave transformam a matemática de terreno complexo em paisagem amistosa, ao fincar esses marcos. O resto da matemática ainda está presente, só que ao fundo.

Apesar de a primeira prova da regra da hipotenusa ser tradicionalmente atribuída a Pitágoras (c.569-475 AEC), a afirmação de que sua prova foi a primeira só se estabeleceu mais de quinhentos anos depois, e é quase certamente infundada.[9] A ideia da prova parece ter se originado na Grécia e demorou várias centenas de anos para ser desenvolvida. Ela culminou nos *Elementos* de Euclides, que apresenta o conhecimento matemático por meio de provas explícitas e formais. A prova do teorema de

Pitágoras é a penúltima do Livro I. Num triângulo retângulo, o quadrado do lado oposto ao ângulo reto é igual à soma dos quadrados dos outros dois lados. A proposição 48, a última prova do Livro I, é a afirmação inversa: se o quadrado de um lado de um triângulo é igual à soma dos quadrados dos outros dois lados, então este triângulo é retângulo. Segue-se a prova: construa um quadrado em cada lado de um triângulo retângulo. Trace uma linha do vértice do ângulo reto, perpendicular à hipotenusa, até o lado mais distante de seu quadrado. O quadrado grande agora está dividido em dois retângulos. Cada retângulo é exatamente do tamanho de um dos dois outros quadrados: a soma da área dos quadrados menores é, portanto, igual à área do quadrado da hipotenusa. Curiosamente, a prova de Euclides é sempre associada ao desenho que dela resulta, e já foi chamada de "prova do moinho de vento", "prova do pavão" e "prova da cadeira de noiva", em alusão a coisas que se parecem com a imagem final.

Toda grande descoberta parece gerar uma vontade irresistível de procurar nos arquivos se aquilo era conhecido, para ver se alguém já havia descoberto antes, ou talvez houvesse descoberto, mas não registrado, ou apenas resvalou no assunto sem dar muita importância. O teorema de Pitágoras, como parecemos fadados a chamá-lo, não foi exceção. Para os historiadores, mostrar quão perto uma determinada sociedade antiga havia chegado da prova do teorema de Pitágoras parece ser um modo de mostrar quanto a sociedade era avançada – e há alegações de que os babilônios, os indianos e os chineses já haviam descoberto o teorema de Pitágoras, baseadas na tábua Plimpton 322, nos *Sulbasutras*, no *Zhou Bi* e em outros textos.[10] Mas, nesse processo, é fácil e tentador confundir ou ignorar a diferença entre o teorema de Pitágoras – a regra empírica – e o teorema de Pitágoras – a prova da equação.



Um diagrama clássico ilustrando a prova nos *Elementos* de Euclides.

Novas provas

Vez por outra, alguém realiza uma jornada solitária, descobrindo o teorema de Pitágoras sem o auxílio de professores. Este foi o caso do filósofo e matemático francês Blaise Pascal, cujo pai proibia qualquer discussão de cunho matemático dentro de casa, temeroso de que tais assuntos desviassem a atenção de seus filhos do importante estudo do grego e do latim. Mas o jovem Pascal começou a explorar a geometria com o auxílio de um pedaço de carvão. Ao fazê-lo, descobriu muitas das provas contidas nos *Elementos*, de Euclides, incluindo o teorema de Pitágoras.[11]

Também é possível descobrirmos novas provas. Pois se o teorema de Pitágoras é ímpar entre os marcos matemáticos, graças à variedade de utilizações práticas e exemplos, também é único pela quantidade de maneiras diferentes pelas quais já foi provado. A maior parte das provas baseia-se nos mesmos axiomas, mas elas seguem caminhos diferentes até o clímax. Muitas – em especial as primeiras, como a de Sócrates, a de Euclides e a que está no *Zhou Bi* – são geométricas, onde *a*, *b* e *c* referem-se a comprimentos de vários lados de formas diferentes, e a prova se faz manipulando estas formas e mostrando algo a respeito de suas áreas. Outras provas são algébricas, ou baseadas numa matemática mais complexa, em que os números representam grandezas abstratas e podem até representar vetores. Algumas "provas", porém, partem de resultados obtidos com o teorema de Pitágoras, e portanto são argumentos circulares. A abordagem algébrica – que os babilônios entendiam – produziu a versão $a^2 = b^2 + c^2$ da regra.

No século IV, o geômetra grego Papo de Alexandria descobriu um teorema que ampliava o de Euclides. Alguns séculos mais tarde, o matemático árabe Thabit Ibn Qurra (836-901), trabalhando em Bagdá, produziu várias provas ao revisar uma antiga tradução árabe dos *Elementos*. Dois séculos e meio depois, o matemático hindu Bhaskara (n. 1114) estava tão enamorado da simplicidade visual da prova contida no *Zhou Bi* que a refez na forma de um simples diagrama, e, em vez de fornecer uma explicação, escreveu apenas uma palavra: "Veja."

Mais tarde, o artista italiano Leonardo da Vinci, o cientista holandês Christiaan Huygens e o filósofo alemão Gottfried Leibniz (1646-1716) produziram novas provas. Assim como o congressista americano James Garfield, em 1876, antes de se tornar o vigésimo presidente americano. Na verdade, já surgiu mais de uma dúzia de *coleções* de provas do teorema de Pitágoras: em 1778, uma lista de 38 foi publicada em Paris; em 1880, uma monografia alemã listava 46 provas, enquanto em 1914 uma lista de 96 provas foi divulgada na Holanda. A *American Mathematical Monthly*, primeira revista de divulgação de matemática dos Estados Unidos, começou a publicar provas em seus primeiros números, em 1894. Com certa presunção, a revista declarava que a resolução de problemas "é uma das formas mais inferiores da pesquisa matemática", é aplicada e sem mérito científico. Ainda assim, a publicação se comprometeu a destinar "uma parcela justa de suas páginas à solução de problemas" como o teorema de Pitágoras, para fins educacionais. "[A resolução de problemas] é a escada pela qual a mente sobe para os altos campos da pesquisa e investigação originais. Muitas mentes adormecidas tornaram-se ativas pelo domínio de um único problema.”[12] Em 1901, depois de publicar cerca de cem provas, o editor da revista desistiu da ideia, anunciando que “não há limite para a quantidade de provas – tivemos que desistir”.

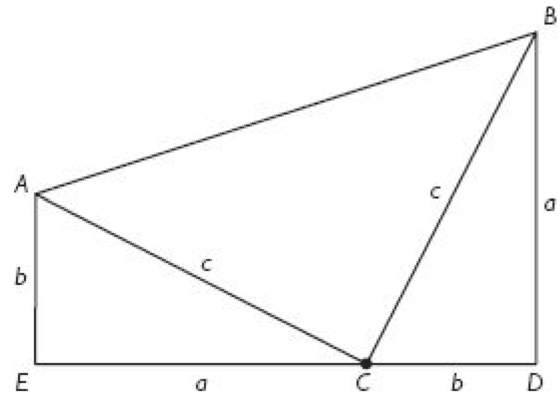


Diagrama demonstrando a ideia usada pelo presidente americano James Garfield em sua prova.

Uma pessoa que se recusou a desistir foi o professor de Ohio e assinante da revista, Elisha S. Loomis – maçom –, que enviara algumas das provas publicadas. Loomis continuou a colecioná-las, muitas lhe eram enviadas por outros professores de alunos brilhantes que sabiam de seu interesse. Em 1927 (quando já era professor universitário), Loomis publicou *A proposição pitagórica*, livro contendo 230 provas; em 1940, então aos 87 anos, Loomis publicou uma segunda edição, com 370 provas.[13] Ele dedicou os dois livros à sua loja maçônica. Loomis dividiu o conteúdo do livro em provas geométricas, algébricas, dinâmicas e quaterniônicas. A maior parte era geométrica: a de número 31 era de Huygens; a 33, de Euclides; a 46, de Da Vinci; a 225 era a prova de Bhaskara; a 231 era a de Garfield; e a do *Zhou Bi* era a de número 243; das provas algébricas, a de Leibniz era a 53. Loomis valorizava o fato de o desafio de inventar uma nova prova testar o ânimo dos alunos e, evidentemente fascinado pelo processo de provar o teorema, gostava de chamar a atenção para provas interessantes, para pessoas interessantes que produziram provas, ou de enaltecer colaboradores muito jovens.[14] Não aprovava aqueles que, segundo ele, desrespeitavam o assunto. Renegava alguns livros americanos de geometria que simplesmente não mencionavam a prova de Euclides – talvez para se mostrar "originais ou independentes" –, comentando com desgosto que "ignorar a prova de Euclides é a mesma coisa que encenar a peça Hamlet e deixar o personagem-título de fora".[15] A última frase de sua segunda edição é: "E ainda não chegamos ao fim."[16]

Loomis estava certo; não era o fim. O site do Guinness World Records, sob o título "Maior quantidade de provas do teorema de Pitágoras", recentemente apontou um grego que diz ter descoberto 520 provas distintas. Quando você estiver lendo este livro, certamente mais provas terão surgido.

Onde está a mágica?

Todas essas provas resultam em duas perguntas. A primeira é: por que uma prova só não é suficiente? Sabemos por que uma única aplicação não é suficiente: o objetivo de uma regra é ser aplicada ao maior número de circunstâncias diferentes. Mas provas? Uma pequena quantidade de provas do teorema de Pitágoras generaliza o teorema provado por Euclides e, portanto, torna mais abrangente o que foi feito. A maior parte das provas no livro de Loomis, porém, não é desse tipo, nem torna o resultado mais preciso. Seu fascínio está no desejo científico de ir além da descoberta, de enxergar a descoberta por vários ângulos diferentes – transformar possibilidades implícitas, ou resultados presumidos, ou somente hipotéticos, em fatos. A ciência visa a enriquecer o mundo, aumentar a variedade de suas formas, permitir que a realidade das coisas se mostre a todos nós. À medida que a ciência evolui, a paisagem do mundo evolui com ela.

A segunda pergunta é: por que tanto interesse por *este* teorema em particular, que fascinou amadores e profissionais por milhares de anos? Uma parte da resposta certamente pode ser atribuída à história pessoal de todos nós: em geral, o teorema de Pitágoras é a primeira verdade matemática elaborada que encontramos, a primeira prova na qual – como percebeu Hobbes – não é óbvio o que estamos tentando comprovar. É a primeira jornada de descoberta matemática em que encontramos algo genuinamente novo. Mas isso deve ser apenas uma pequena parte da resposta, pois também aprendemos outras belas provas matemáticas quando jovens, como, por exemplo, a irracionalidade da raiz quadrada de dois, ou a infinidade dos números primos. Também aprendemos provas que são similares à do teorema de Pitágoras (por exemplo, a Proposição 31 do Livro VI dos *Elementos*, de Euclides), ou provas ainda mais poderosas e úteis que a do teorema de Pitágoras, sem que isso atraia sequer o mesmo grau de atenção. Um típico exemplo deste último caso é a lei dos cossenos – $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \theta$ –, válida para qualquer triângulo, não somente os retângulos, e que relaciona o tamanho de seus lados ao cosseno de um de seus ângulos; o teorema de Pitágoras é um caso especial da lei dos cossenos. No entanto, essa lei não nos transmite qualquer magia – em parte porque temos de conhecer trigonometria para prová-la –, e é difícil imaginá-la transformando alguém do porte de um Hobbes.

A resposta completa de por que o teorema de Pitágoras nos parece mágico se desdobra em três: a facilidade com que percebemos sua utilidade, a acessibilidade de sua prova e a forma como o ato de prová-lo parece nos levar a verdades maiores, dando-nos uma amostra do que é o prazer do conhecimento.

Primeiro, o teorema se refere ao espaço à nossa volta, e nós o encontramos não só na carpintaria e na arquitetura, na física e na astronomia, mas praticamente em qualquer aplicação e profissão. A regra pitagórica para uma distância num espaço tridimensional – a diagonal de uma caixa de sapatos, por exemplo – é a raiz quadrada de $x^2 + y^2 + z^2$; para um espaço euclidiano quadridimensional, é a raiz quadrada de $x^2 + y^2 + z^2 + w^2$; na interpretação de Minkowski da teoria da relatividade especial de Einstein, a versão espaçotemporal em quatro dimensões é a raiz quadrada de $x^2 + y^2 + z^2 - (ct)^2$, onde c é a velocidade da luz. Com certas adaptações, a fórmula é usada nas equações da termodinâmica, descrevendo o movimento tridimensional de massas moleculares. Também é utilizada nas teorias da relatividade especial e geral. (Na primeira, é empregada para descrever o caminho percorrido pela luz num referencial, do ponto de vista de outro referencial; no segundo caso, é um uso ainda mais complicado: descreve o movimento da luz num espaço-tempo quadridimensional curvo.) A equação pode ser generalizada ainda mais na matemática superior.

Em *O teorema de Pitágoras: uma história de quatro mil anos*, Eli Maor diz que este é "o teorema mais utilizado de toda a matemática".[17] Isso não se deve apenas a seu uso direto, mas também ao que Maor chama de "fantasmas do teorema de Pitágoras" – a legião de outras expressões derivadas, direta ou indiretamente, do teorema. Um exemplo é o famoso "último teorema" de Fermat, finalmente provado em 1994, que nos diz que não há números inteiros que satisfaçam a equação $a^n = b^n + c^n$ (todas as variáveis são números positivos) para qualquer número n maior que dois. Assim, sendo uma negação, em lugar de uma afirmação de igualdade, o último teorema de Fermat não pode ser escrito na forma de uma equação.

Em segundo lugar, como a experiência de Hobbes nos mostra, mesmo que a prova do teorema de Pitágoras pareça um pouco implausível a princípio, ela pode ser feita com simplicidade e de modo convincente mesmo por quem não tem treinamento matemático. Esta é uma razão por que filósofos e cientistas, de Platão em diante, usam-no como um símbolo de racionalidade. Em *Sobre os sistemas do mundo*, Galileu citou a experiência de Pitágoras de provar o teorema para ilustrar a diferença entre certeza e prova – o que nós chamamos hoje de contexto da descoberta e contexto da justificativa.[18] Em *As regras para a direção do espírito* (regra XVI), o filósofo e cientista francês René Descartes usa o teorema de Pitágoras para demonstrar as virtudes da notação simbólica, que ele estava introduzindo na matemática. G.W.F. Hegel via a prova como "superior a todas as outras" na maneira de mostrar como a geometria poderia proceder cientificamente, o que para ele significava mostrar como uma identidade podia conter diferenças.[19]

O filósofo alemão Arthur Schopenhauer, um dos poucos críticos da maneira como Euclides provou o teorema de Pitágoras, via aquela prova como emblemática por outro motivo. Comparando-a a uma ratoeira, ele dizia que a prova atraía o leitor e depois "disparava" uma armadilha sobre ele, acrescentando que era logicamente correta, mas complicada demais, e que o desagradava o fato de que nem todos os seus passos eram intuitivos (ele preferia provas que se apoiassem na intuição). Afirmava que a prova de Euclides era um caso clássico de demonstração enganosa. Na verdade, ele via essa prova do teorema de Pitágoras como um símbolo de tudo o que havia de *errado* na filosofia de seu tempo, pois ela enfatizava o triunfo da lógica pura sobre a visão e a intuição orientadas. O sistema filosófico de Hegel, para Schopenhauer, era na verdade pouco mais que uma grande ratoeira conceitual.[20]

Em terceiro lugar, o teorema de Pitágoras torna acessível a emoção visceral da descoberta. Sempre que o provamos, não podemos dizer que estamos "aprendendo" algo, pois já havíamos aprendido a regra quando éramos crianças. Mas, à medida que a prova segue – quando inserimos o problema num contexto maior, e quando os pequenos pedaços começam a se encaixar com uma inevitabilidade surpreendente –, nos sentimos fora do aqui e agora, levados a outro lugar, um reino de verdades muito mais antigas que nós, um local que podemos alcançar com um pequeno esforço, não interessa onde estivermos. Nesse lugar, o triângulo retângulo não é nada especial; todos são iguais, e não precisamos começar a prova do início para saber que estamos certos. Esse triângulo é apenas um exemplo de algo subjacente. A experiência é reconfortante, emocionante até, e não nos esquecemos dela. A prova nos chega como a resposta a um desafio num idioma que não dominávamos a princípio, um idioma que nos chega naquele momento – e, paradoxalmente, percebemos que já o dominávamos. Sem esse momento, o teorema de Pitágoras permanece apenas uma regra imposta de forma autoritária, e não uma prova atingida com perspicácia.

O teorema de Pitágoras no *Mênon* de Platão

Os três componentes da magia do teorema de Pitágoras estão evidentes na história mais antiga, mais celebrada e mais detalhadamente descrita sobre a jornada rumo ao teorema pitagórico. O trajeto é narrado no diálogo *Mênon*, de Platão, escrito mais ou menos em 385 AEC, ou mais de um século depois de Pitágoras e cerca de cem anos antes dos *Elementos* de Euclides. É a primeira descrição extensa do conhecimento matemático na Grécia Antiga. No *Mênon*, Sócrates incita um jovem escravo, ignorante em matemática, a provar certo exemplo do teorema que envolve um triângulo retângulo isósceles.

Os personagens principais são Sócrates e Mênon, um belo jovem da região da Tessália. O rapaz é impaciente, empaca nas ideias difíceis e gosta de respostas que soem impressionantes – um pesadelo para qualquer professor. Ele tem importunado Sócrates sobre como seria possível aprender a virtude. O professor tem dificuldades em fazer Mênon pensar; seu nome, muito apropriadamente, significa "ficar parado". A palavra "educação" significa literalmente "conduzir". Sócrates não consegue conduzir Mênon a lugar algum.

Certa hora, Mênon levanta as mãos e pergunta a Sócrates – num famoso questionamento conhecido como paradoxo de Mênon – como é possível aprender qualquer coisa. Se você não sabe o que está procurando, você não será capaz de reconhecer aquilo que busca, mesmo que chegue lá; se você sabe, então não há por que sair por aí buscando. Mênon sugere que é inútil até tentar.

O paradoxo surge, como os filósofos dizem hoje, do pressuposto equivocado de que o conhecimento existe em pedaços desconexos. Na verdade, nós homens percebemos que algo é desconhecido graças ao conjunto total das coisas que já conhecemos. Podemos ampliar esse conjunto – preenchendo falhas e lacunas – aplicando coisas que já sabemos para descobrir outras que ainda não conhecemos, fazendo tudo se encaixar, mas, inevitavelmente, descobrindo novas lacunas e novas fraquezas durante o processo.

Adquirir conhecimento não é como colocar coisas que alguém nos dá num armazém mental, mas um processo de idas e vindas no qual sempre nos movemos entre as partes e o todo, percebendo e descobrindo novas coisas graças àquelas que já conhecemos, construindo uma base em constante expansão para entendermos o mundo.

Não é assim que Sócrates explica a Mênon, claro. O moço não é capaz de assimilar algo tão sutil. Sócrates exprime isso como algo com que o rapaz ingênuo possa se relacionar, tentando seduzi-lo a se mover. "Deixe-me contar uma velha lenda na qual acreditam os sábios religiosos", diz Sócrates. "Eles falam que as almas são imortais, e, portanto, já viram e aprenderam tudo que há para ver e aprender. Em nosso âmago, já sabemos tudo que há para saber, só que, durante a jornada terrena, nós esquecemos quase tudo. Mas, se tivermos vontade suficiente, podemos superar a ignorância relembrando tudo."

Esta lenda é a forma poética que Sócrates usa para dizer a Mênon que o aprendizado não é nem um ato passivo no qual se recebe algo pronto de alguém, nem um ato automático de apenas seguir uma regra. O aprendizado é um processo ativo e extremamente pessoal, em que uma pessoa se motiva a enxergar algo. Você deve estar em movimento. E quando você reconhece algo como verdadeiro, percebe que ele pertence àquele conjunto como se sempre estivesse lá, você só não percebera. Aquele sentimento torna-se tão forte em sua alma que é como se você sempre houvesse sabido aquilo. É como se toda a preparação, os exercícios e as provas que você fez para aprender algo servissem para relembrar. Essa é a verdade contida no mito.

Mênon gosta da lenda. Mas ainda não entendeu seu significado, e pede mais explicações. Tentando em outra direção, Sócrates diz que lhe mostrará o processo em ação. Ele pede a Mênon que chame um de seus escravos – "qualquer um que você quiser" –, e este obedece. Sócrates então convida o jovem escravo, um rapaz ingênuo e inocente, desprovido de qualquer treinamento matemático, a embarcar numa pequena jornada, provando um teorema geométrico segundo o qual a área do quadrado formado pela diagonal de outro quadrado é igual ao dobro da área deste outro quadrado – o próprio teorema de Pitágoras aplicado a um triângulo isósceles. Sócrates faz isso desenhando figuras na areia, passo a passo, e pedindo a Mênon que o fiscalize, para que ele não passe nenhuma informação matemática em suas perguntas ao garoto, que deve apenas ser "incentivado a se lembrar de algo que já sabe", e não agir como um teleguiado.

Leitores modernos podem entender o que se segue como uma fraude. Talvez achem que Sócrates está controlando o escravo, manipulando seus pensamentos para que diga exatamente o que o mestre precisa ouvir. Leitores modernos são capazes de considerar absurda a ideia de aprendizado como recordação, e pensar que o verdadeiro aprendizado requer a obtenção de informações totalmente novas pelo cérebro, reforçadas por deveres de casa e exercícios. Mas se lermos Platão com atenção, veremos que o escravo realmente aprende – o aprendizado reduzido ao seu modo mais elementar, à medida que Sócrates toma cuidado para que cada nova conclusão venha da experiência pessoal do escravo. Vemos o jovem percorrer uma jornada ao aprender o teorema de Pitágoras. De todas as infinitas possibilidades de caminhos a seguir, Sócrates apenas mostra quais são as boas escolhas, e proporciona alguma motivação para que ele as faça.

"Você sabe o que é um quadrado?", Sócrates pergunta ao menino, desenhando a figura no chão. "Uma figura com quatro lados iguais, como esta?" O jovem responde que sim.

"Você sabe dobrar a área do quadrado?", indaga Sócrates.

"Claro", responde o escravo. "Você dobra o tamanho dos lados. Obviamente!"

Isso está errado, mas Sócrates não demonstra reação. Um bom professor faz com que o aluno perceba seu próprio erro. Quando ele aumenta os lados, dobrando seus tamanhos, o jovem logo percebe o erro – o novo quadrado tem quatro dos quadrados originais, e não dois.

“Tente novamente”, diz Sócrates. O garoto propõe que se aumentem os lados em uma vez e meia. Sócrates desenha o novo quadrado – e o garoto percebe que errou novamente.

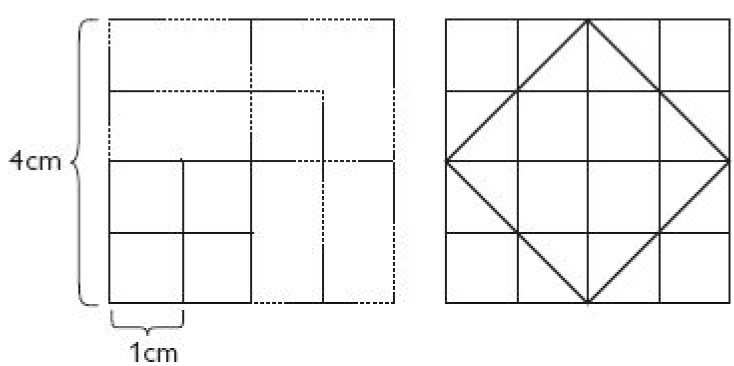
Sócrates pergunta ao escravo – de forma dramática, para impressionar Mênon – se ele sabe dobrar a área de um quadrado. “Não, eu realmente não sei”, responde o jovem.

Este é o momento-chave! Sócrates, em primeiro lugar, conseguiu que o garoto percebesse as limitações de seu conhecimento – o que ele não sabe –, depois, destruiu a autoconfiança do rapaz. O escravo que sabia algo e agora percebe que não sabe. Não é verdade, porém, que ele não saiba coisa alguma. Ele sabe bastante – que a resposta para a pergunta de Sócrates se encontra numa certa faixa: mais de uma, mas menos de uma vez e meia o lado original. Porém o garoto sabe mais do que consegue dizer, e saber sem conseguir dizer lhe causa desconforto. A resposta surgirá, mas num idioma que o garoto ainda não conhece. O escravo ficou atrapalhado ao deparar com algo que ele crê que deva saber, mas percebe que não sabe. Esse sentimento dá origem à curiosidade essencial para o aprendizado. Ele está pronto para se deixar levar pelo mestre – pronto para embarcar numa jornada. Ele quer *enxergar*. Quer se *mover*. Nós encontraremos o gatilho desse desejo – mover-se de onde se está – repetidamente no nascimento das equações. Algumas vezes o gatilho é um evento ao acaso – talvez a queda de uma maçã; outras, pode ser um comentário passageiro, um conjunto intrigante de dados, ou a inconsistência entre duas teorias. No nosso caso, Sócrates confundiu o garoto para induzi-lo a querer seguir o mestre – foi um dos crimes de que acusaram Sócrates logo depois e pelos quais foi condenado à morte.

Sócrates se aproveita da confusão do menino. Ele apaga o desenho e começa novamente, com um quadrado de lado dois, para logo em seguida desenhar encostado neste, outros três quadrados iguais. Então ele acrescenta um novo elemento ao diagrama, uma linha cruzando o quadrado, ligando vértices opostos: “Os estudiosos chamam isso de diagonal.” Ela não é um elemento completamente novo. O escravo já vira diagonais em mosaicos e paredes desenhadas (uma experiência que lhe permite intuir o que está por vir), e é apenas lembrado do que elas são. Mas, nesse contexto, a diagonal é uma novidade. Ela dá ao problema um novo e mais rico contexto, que torna a reposta mais fácil de ser vislumbrada. Ela traz uma reformulação do problema.

Retomando as rédeas, Sócrates consegue facilmente que o escravo perceba que o quadrado construído com as diagonais é igual ao dobro do quadrado original.

Sócrates volta-se para Mênon e tenta conduzi-lo numa jornada de outro tipo. Por acaso o garoto saiu da ignorância para o conhecimento? Sim, admite Mênon. Por acaso Sócrates lhe deu alguma informação? Não. Ele descobriu a resposta por si? Sim. Enquanto essas informações, na condição de novas, ainda são como "sonhos", prosseguindo com outras perguntas – para ter certeza de que o que foi aprendido está seguro, não vai evaporar –, o escravo carregará o conhecimento dentro de si, e seu "conhecimento sobre essas coisas será tão preciso como o de qualquer outro". (Nós chamamos as perguntas adicionais de "dever de casa e exercícios".) Se insistirmos nos termos do paradoxo de Mênon e afirmarmos que o garoto sabia ou não sabia, então ele sabia e esqueceu, exatamente como dizia a lenda. Certo, Mênon reconhece. "Eu não garantiria a todos a veracidade da lenda", diz Sócrates, "mas certamente há nela alguns grãos de verdade."



À esquerda temos o primeiro diagrama desenhado por Sócrates. Ele começa com um quadrado de lado dois e pergunta ao escravo se ele conseguiria dobrar seu tamanho.
O escravo primeiro sugere que se dobre o tamanho dos lados, mas isso

quadruplica a área do quadrado; então o escravo aumenta o lado em uma vez e meia (uma unidade), mas isso também cria um quadrado maior que o desejado (com área igual a 9). No segundo diagrama, à direita, Sócrates introduz as diagonais, e o escravo percebe então que a área do quadrado construído com as diagonais é o dobro da área do quadrado original.

Agora que Mênon está convencido de que aprender é possível, a conversa volta ao tema original sobre a virtude e sobre como ela pode ser ensinada. Sócrates e Mênon começam a discutir quem seriam os professores de virtude. Eles rapidamente ficam sem pretendentes, pois percebem que nem os bons cidadãos nem os estimados regentes da cidade são adequados. Nesse momento, um poderoso e rico ateniense chamado Anito se junta a eles. Anito está enfurecido pela conclusão de que os bons cidadãos não são automaticamente bons professores de virtude, e de modo profético insta Sócrates a "não falar mal das pessoas". Alguns anos depois, Anito estaria entre os acusadores que levariam Sócrates ao julgamento e o condenaria à morte.

Na peça-dentro-da-peça, vemos muitas coisas; nós, leitores, fazemos uma jornada também. Vemos o teorema de Pitágoras surgir bem em frente aos nossos olhos. Vemos o jovem escravo realizar uma jornada ao aprender o teorema. Vemos que Sócrates está conduzindo o garoto, mas também que a condição para ser conduzido é que o próprio garoto se mova. Vemos Mênon embarcar numa jornada, ao vislumbrar o garoto passar da ignorância ao conhecimento. Vemos o que é saber: quando empacamos, podemos seguir adiante acrescentando novos elementos que enriqueçam os elementos do conjunto. A nova linha – a diagonal – não está presente no começo. Uma vez apresentada, ela é tão visível quanto qualquer outra linha, e ela enriquece o conjunto de elementos, fazendo com que o caminho a ser seguido fique mais claro. Nunca se viu uma apresentação mais concisa e sofisticada do processo educativo em funcionamento.

Mas Platão também está mostrando a nós, os leitores, algo sobre sua própria situação. A peça-dentro-da-peça nos mostra que estamos na posição do jovem escravo, sem a vantagem de termos um Sócrates a nos perguntar as coisas certas e a nos dar os novos elementos corretos. De algum modo, determinadas situações sugerem suas próprias questões e criam seus próprios sentimentos de desconforto, e o acaso nos "sopra" a diagonal; ainda assim, a resposta em geral surge num idioma que ainda não conhecemos, e teremos de avançar e criar uma linguagem própria mais coerente. Como o jovem Pascal, teremos de aprender como encontrar a próxima diagonal sozinhos.

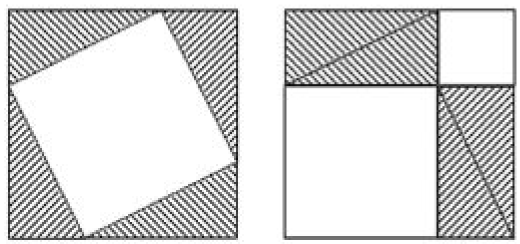
Platão está nos dizendo também para continuarmos com as perguntas. Seres humanos tendem a transformar o que sabem em algo fixo e sólido, porque estão expostos ao perigo de ver suas mais profundas convicções transformadas em ilusões, realidade em sonhos. É por isso que Sócrates denunciou abertamente os livros no *Fedro*, chamando-os de "restos órfãos do discurso vivo", que não retrucam. A única saída é continuar perguntando, continuar interrogando nossa experiência, continuar se movendo.

Platão tem um último truque na manga. Ele usa o episódio para mostrar que, em nossas tentativas, encontraremos dois sérios perigos. Um é a inércia preguiçosa da academia, Mênons modernos, insistindo que realmente não podemos aprender – que tudo que se pode fazer é acrescentar algo parecido com o que já temos; e, mesmo que isso pareça novo, será apenas uma projeção, uma construção. O segundo perigo vem dos políticos e de seus apaniguados, Anitos modernos, que nos dirão que o patriotismo e a fé em nossos governantes têm precedência sobre a pesquisa científica. Cada grupo busca evitar a conquista cultural de um modo diferente. Devemos ser pacientes com o primeiro grupo; cuidadosos, obsequiosos até, com o segundo. Num dos trechos mais cuidadosamente escritos de toda a literatura, Platão utiliza-se do episódio do teorema de Pitágoras no *Mênon* para nos mostrar que a jornada rumo à verdade é muito mais difícil e perigosa que aquela busca confortável que acreditamos ser.

INTERLÚDIO
Regras, provas e a magia da matemática

Nós todos conhecemos a regra, mas será que conhecemos a prova? O teorema de Pitágoras pode ser provado de várias maneiras diferentes, às vezes até de modos que não usam sequer uma palavra. A Cité des Sciences et de l'Industrie, em Paris, o maior museu de ciências da Europa, tem uma instalação tridimensional do teorema numa das paredes. Construíram três figuras sólidas, mas ocas, cada uma num lado de um triângulo retângulo, parcialmente cheias com um líquido colorido que pode ir de um dos sólidos para os outros. Quando o dispositivo gira, o líquido enche completamente o sólido construído sobre a hipotenusa, sem deixar resto – para depois fluir rumo aos outros dois sólidos, sem deixar resto! Uma edição do século XIX dos *Elementos*, de Euclides – conhecida como "um dos mais estranhos e belos livros do século", foi exibida na famosa mostra do Palácio de Cristal, em Londres, em 1851, e hoje pode ser encontrada à venda no eBay por milhares de dólares –, usava de forma habilidosa linhas coloridas e figuras para condensar a maior parte dos textos sobre as provas, incluindo a prova do teorema de Pitágoras, em apresentações quase puramente visuais.[1]

O filósofo David Socher tem um jeito habilidoso de demonstrar a diferença do teorema de Pitágoras, a regra, para o teorema de Pitágoras, a prova, para seus alunos de todas as idades.[2] Sem dizer aos estudantes o que pretende fazer, ele entrega a cada qual um grande quadrado branco e quatro triângulos coloridos. "Eu simplesmente explico que vamos fazer uma pequena demonstração. Vou pedir que movam as peças de certa maneira. Não é nenhum tipo de truque. Não é difícil e não é um teste de velocidade. É uma pequena demonstração amistosa." Ele então pede que todos posicionem seus triângulos (com lados que medem 3, 4 e 5cm) nos quadrados (de 7cm de lado) de duas maneiras diferentes. Todos os alunos concordam que em ambos os casos a área branca que resta é rigorosamente a mesma. Ele pergunta o que isso nos diz sobre triângulos, e de maneira geral os alunos não falam muito. Ele pergunta então o que os alunos sabem sobre triângulos, e pelo menos uma pessoa sempre repete o teorema de Pitágoras, sem fazer conexão com o experimento que acabaram de realizar. "Na mosca", escreve Socher. Com mais uma ou duas palavras, a conexão entre regra e prova afinal fica clara.



Quatro triângulos em duas configurações diferentes.

Esse momento é inesquecível, é aquele de que nos lembraremos – e até o desejaremos de novo – já adultos. Em *Quartered Safe Out Here: A Recollection of the War in Burma*, o romancista britânico George MacDonald Fraser relata ter mostrado o teorema de Pitágoras para seu colega Duke, uma noite depois que o regimento avançou em direção a Rangoon, na Segunda Guerra Mundial. Cansado de falar sobre cigarros, guerra e japoneses, Duke estava no limite; na mesma noite, ele teria uma morte horrível, após uma série de acidentes e mal-entendidos, cortado quase ao meio pelo fogo amigo de uma rajada de metralhadora, enquanto cambaleava no escuro. Ele pedira a Fraser que lhe falasse "algo de culto", desejando "um minuto de conversa civilizada, na qual, em cada duas palavras, uma não seja 'merda'". Fraser se oferece para "provar Pitágoras", e Duke, feliz, prontamente aposta que seu amigo não consegue.

> Eu provei usando uma baioneta, na terra próxima à minha trincheira – e, pelo que eu saiba, pode muito bem ter sido o modo como o próprio Pitágoras fez. Eu errei de primeira, tendo esquecido onde cruzar a perpendicular, mas, no fim, lá

> estava; a satisfação de Duke era tanta que eu continuei, inflado com meu sucesso, a provar que um ângulo no centro de um círculo é o dobro do ângulo na circunferência. Ele seguiu minha prova de forma tão atenciosa que fiquei um pouco preocupado; afinal, não é comum ficar tão absorto com círculos e triângulos quando a noite à sua volta pode estar cheia de japoneses.[3]

Albert Einstein falou, num ensaio autobiográfico, sobre o “espanto” e a “impressão indescritível” deixados pelo seu primeiro encontro, ainda em criança, com a geometria plana euclidiana, quando ele provou o teorema de Pitágoras sozinho, com base na semelhança de triângulos. “Para todos que experimentam [estes sentimentos] pela primeira vez”, escreveu Einstein, “é impressionante demais que o homem seja capaz de alcançar esse grau de certeza e nitidez no pensamento puro.”[4]

A experiência de Einstein nos mostra outro tipo de emoção que o teorema de Pitágoras pode nos ensinar. Para aqueles que não somente aprendem como prová-lo, mas conseguem inventar uma nova prova, a experiência ensina a emoção da criatividade em si. Quem fizer isso não estará apenas vendo a prova surgir, como um espectador que assiste a uma peça de teatro – aquela pessoa se tornou o próprio teatrólogo, fazendo o que os matemáticos fazem, praticando a matemática como arte criativa, experimentando o prazer da criação, descobrindo que a verdadeira essência da matemática é fazer mais matemática. Essa pessoa descobriu o poder da descoberta.

Para Platão, Hobbes, Descartes, Hegel, Schopenhauer, Loomis, Einstein, Fraser e tantos outros, o teorema de Pitágoras é muito mais que um modo de obter o tamanho da hipotenusa. Para alguém que acompanha o raciocínio, fica evidente alguma coisa mais que o simples resultado. Ao experimentar algo – o conteúdo, a matemática –, há um momento de manifestação no qual outra coisa, uma estrutura de raciocínio, também se mostra. É um pedaço de conhecimento robusto, resistente e teimoso, que nenhuma convicção religiosa pode disseminar, nenhuma ideologia política pode simular, nenhum artifício acadêmico pode esconder.

Assim como 1 + 1 = 2 nos dá o conceito de adição, o teorema de Pitágoras nos dá o conceito de construção de provas. Torna possível o que os filósofos chamam de intuição categórica: você pode enxergar o resultado além de seu conteúdo, numa estrutura de entendimento. Isso envolve uma jornada tão curta que suas etapas podem ser compreendidas como uma metáfora para ilustrar a jornada em busca do conhecimento. É uma prova que demonstra A Prova.

2. A alma da mecânica clássica:

A SEGUNDA LEI DO MOVIMENTO DE NEWTON

F = ma

DESCRIÇÃO [do próprio Newton]: Uma alteração no movimento é proporcional à força motriz realizada e se dá ao longo da linha reta na qual aquela força é exercida.
DESCOBRIDOR: Isaac Newton
DATA: 1684-1687

A segunda lei de Newton, *F = ma*, é a alma da mecânica clássica.
FRANK WILCZEK, *Physics Today*

A equação *F = ma* é a abreviação da segunda lei de Newton para o movimento. É o 1 + 1 = 2 da mecânica clássica. Parece óbvia e direta. A equação parece apenas traduzir em termos mensuráveis nossa experiência cotidiana: empurre algo, e essa coisa começa a se mover, ou passa a se mover de forma diferente.

No entanto, como 1 + 1 = 2, *F = ma* cerca-se de mistério quando investigada mais de perto. A equação de fato não diz respeito à nossa experiência cotidiana, mas a um mundo abstrato onde não há atrito. No mundo real, temos de continuar empurrando coisas como mesas e carrinhos de supermercado para que elas permaneçam com a velocidade constante. Essa equação não contém a famosa descoberta de Einstein sobre a equivalência de massa e energia. Ela dá prioridade à força – conceito ausente na maior parte das formulações de teorias atuais, como a relatividade e a mecânica quântica. Finalmente, de forma bastante contraditória, a equação parece ser um nome e ao mesmo tempo uma descrição. Ela tanto parece definir força, massa e movimento quanto afirmar uma relação descoberta empiricamente e fácil de ser testada entre essas grandezas.

Como pode uma equação elementar sobre algo tão comum quanto o movimento esconder tamanhas complexidades? A resposta pode ser construída ao longo da incrível jornada histórica que nos levou de tempos antigos à formulação da equação, no século XVII. Para chegar a ela, os seres humanos precisaram treinar a fim de que pudessem enxergar o movimento de maneiras diferentes – aprender a ver novos aspectos do movimento e mudar o que pensavam a respeito do que viam. Ao longo dessa vasta jornada, novas visões foram aparecendo lenta e progressivamente, ocuparam o centro de nossa atenção e desapareceram no horizonte; cada cenário familiar deu lugar a outro, devagar, até que os viajantes se viram num mundo completamente novo.

Noções gregas de movimento e mudança

A jornada começa em tempos remotos, quando os homens achavam que o mundo era governado por divindades. Isso era natural e inevitável, talvez a maneira mais simples e direta de entender o mundo. Todos os homens adquirem o conceito de força em experiências individuais, puxões e empurrões da vida cotidiana, levantar, espremer e empurrar coisas as mais diversas. Generalizando aquela experiência, nossos antepassados conseguiram explicar tudo na natureza – de fenômenos próximos, como trovões e a chuva, ao movimento dos corpos distantes, como o Sol e as estrelas – como resultado de espíritos bons ou maus que aplicavam suas forças internas próprias. Assim, as primeiras ideias de força estavam intimamente relacionadas às ideias religiosas sobre a presença direta de deuses no mundo.[1]

Nossos antepassados tentaram controlar a natureza agradando aos espíritos com rituais e orações – a forma mais remota de tecnologia. Mas isso não garantiu o controle desejado. Uma forma bem melhor de predizer e influenciar a natureza parecia ser prestar atenção aos tipos e quantidades de mudanças na natureza – a recorrência das estações, os variados movimentos dos planetas e das estrelas, o comportamento do fogo e das enchentes, e assim por diante. Mas a natureza é tão variada! Luz do Sol e nuvens, marés e tempestades, plantas e animais, homens e mulheres, planos e ideias, casas e cidades constantemente nascem e morrem, surgem e desaparecem, mudam de cor e forma, movem-se por aí. Como alguém poderia dar sentido a todo esse movimento?

O filósofo grego Aristóteles (384-322 AEC) foi o primeiro que sabemos ter feito um relato sistemático de todos os tipos de movimento e de mudança – ele usou a mesma palavra, *kinesis*, para ambos. *Kinesis* é tão importante, ele pensou, que entendê-lo é crucial para compreender a própria natureza, e assim ele criou um sistema de referência que incluía todas as variedades de *kinesis*: de objetos animados e inanimados, com ou sem intervenção humana, na Terra ou no céu. Ele admitia diferentes tipos de *kinesis*: a mudança substancial de algo que nasce ou morre (o fogo consumindo um pedaço de madeira); a mudança quantitativa de algo que cresce ou encolhe; a transformação de uma propriedade que vira outra (uma folha verde ficando marrom); e o movimento local, ou algo que muda de lugar.

Aristóteles via essas mudanças com olhos treinados de biólogo. Ele considerava o mundo uma espécie de ecossistema cósmico com diferentes níveis de organização. O movimento, nesse ecossistema, quase nunca era aleatório ou caótico, mas um processo de transformação de um estado em outro, onde algo que existe apenas potencialmente (um princípio formal) está a caminho de se tornar real. Muitos níveis de organização são construídos uns sobre os outros – seres humanos constituem um estado, órgãos constituem um ser humano –, de tal forma que qualquer evento é regido por uma rede complexa de diferentes tipos de causas.

Aristóteles entendia esse ecossistema cósmico no contexto de um conjunto de distinções-chave. Ele distinguia, por exemplo, dois tipos de movimento: natural ou violento e forçado. O movimento natural era aquele das coisas que se movem por si sós em seus hábitats – castanhas se transformam em carvalhos, ovos em galinhas –, no qual a mudança torna realidade algum princípio nato da própria substância. Os movimentos forçados ou violentos ocorrem quando a mudança é imposta por algo externo, o que acontece com os carvalhos quando os homens os derrubam para construir casas, ou com galinhas quando os homens as matam para servir de alimento.

Aristóteles também acreditava ser muito importante o local onde o movimento acontecia. No domínio terreno sob a Lua, as substâncias são compostas de diferentes misturas de terra, ar, fogo e água, e os objetos não se movem constantemente, mas de modo intermitente. No domínio celeste, os objetos são formados por uma substância imutável chamada "éter", e se movem infinitamente e de forma circular. Se hoje achamos isso sem fundamento, é um sinal de quanto andamos em nossa jornada desde o tempo de Aristóteles, e de como nossa visão mudou, pois as ideias dele se baseavam no argumento racional, na dedução lógica e na observação cuidadosa.

Por centenas de anos, astrônomos gregos e de outras regiões jamais observaram qualquer mudança no comportamento celeste, e nunca viram nada a não ser movimentos circulares.[2] Somente o movimento circular pode perdurar indefinidamente, acreditava Aristóteles, e apenas uma substância especial, desconhecida na Terra (e, portanto, o nome estranho de éter), não sofre mudanças.[3] No mundo celeste, o movimento tem início impulsionado por um certo motor imóvel, que dá origem ao movimento das esferas celestes. Este era o análogo aristotélico de Deus, ainda que fosse impessoal e nada parecido com algo que nós, seres humanos do século XXI, pudéssemos chamar de "relação". As esferas celestes, através de vários intermediários, transmitiam o movimento para a esfera terrestre. Portanto, todos os movimentos no ecossistema cósmico, por menores que fossem, eram conectados, por mediadores, ao primeiro princípio do Universo, e, em última análise, deviam ser entendidos nesse contexto.

Devemos ter cuidado para não incluir – nós, espectadores de 2.500 anos depois – o nosso próprio conhecimento na leitura do que Aristóteles debatia em sua época. Quando ele fala de movimentos locais, em geral é no contexto de eventos como um cavalo puxando uma carroça na estrada, ou construtores de navio empurrando um barco. Tais eventos surgem de uma intricada rede de motivos, planos e intenções que estão sendo realizados, dos quais o movimento local é apenas um aspecto. Quando Aristóteles debate esse aspecto, não está propondo nem defendendo alguma hipótese sobre o movimento local separado do evento em si, mas ele fala, em termos gerais, do trabalho necessário para realizar essas tarefas, tentando demonstrar outro aspecto. Além disso, nesses tipos de evento, a função da aceleração é quase nula, e regras empíricas tais como "Uma força que move um corpo com certa resistência por uma certa distância num certo intervalo de tempo move o mesmo corpo por metade da distância na metade do tempo" funcionam muito bem. Embora, em algum momento – numa afirmativa que se tornou infame dois milênios depois como alvo de experimentos de corpos em queda livre – ele tenha observado que, "se metade de um peso se move por uma distância num determinado tempo, seu dobro (isto é, o peso todo) irá demorar a metade do tempo".[4]

É difícil vermos o mundo do mesmo modo que Aristóteles. Nosso entendimento exaustivamente quantitativo do movimento está sempre implícito, graças a conceitos familiares como velocidade uniforme e aceleração, num ambiente rico em tecnologia que tem instrumentos como relógios digitais e velocímetros, e pela nossa experiência prática com equipamentos que dependem desses conceitos e instrumentos. A experiência de Aristóteles e seus contemporâneos era muito diferente. Eles não tinham os instrumentos experimentais nem o arcabouço matemático para medir e analisar o movimento, nem qualquer razão urgente para procurá-los. Consideravam plausível entender o movimento em termos de forma e motivo, não de quão rápido ele é.

Aristóteles e seus contemporâneos não estavam familiarizados com qualquer dos componentes-chave de $F = ma$. Seu conceito de velocidade ou "rapidez" era simplesmente de que algumas coisas cobrem mais distância que outras no mesmo tempo – o que chamaríamos de velocidade média ou velocidade total, e não velocidade instantânea ou velocidade num instante específico.[5] Seu conceito de aceleração era de que simplesmente algumas coisas ficam mais rápidas quando se aproximam de seus lugares naturais.[6] Ele não tinha conceito de massa: uma resistência a ser empurrada, que não é a mesma coisa que peso. Tampouco tinha noção quantitativa de *dynamis*, a capacidade para o movimento, nem de alguma unidade para medi-la.

Ainda assim, era coerente enxergar o mundo como um vasto ecossistema composto por diferentes tipos de substâncias atuando sobre outras em diferentes tipos de coações íntimas, afetando as outras e sendo afetadas por elas, tudo com um diferente propósito a ser realizado, tudo essencial para a manutenção do ecossistema com seus domínios qualitativos distintos. O entendimento da natureza exigia que os fenômenos fossem vistos em seus estados aperfeiçoados – "aperfeiçoados" no sentido de terem sido realizados plenamente (a árvore adulta, um ser humano maduro, a sociedade funcional); os fenômenos atingindo seu télos ou finalidade, pois, nessa condição, os porquês e os como dos fenômenos ficam mais claros.

Aristóteles gostava de dizer que um sábio busca somente a exatidão que o assunto admite. Ele descrevia o que via no nível mais apropriado de precisão possível. O que parecia ser importante no estudo dos movimentos da natureza era o papel que fatores como forma, matéria e motivo desempenham na conversão da potencialidade em realidade. E tudo isso, em última instância, fazia referência ao motor imóvel, que se comunica pelo amor, pelas esferas externas, até a Lua, e, de lá, até o mundo sublunar.

Os passos depois de Aristóteles

As ideias de Aristóteles a respeito da natureza tiveram um enorme impacto sobre a civilização ocidental. Elas foram perpetuadas por estudantes do Liceu, a escola que ele fundou, e por comentadores de sua obra – primeiro os gregos, depois, entre os séculos IX e XII, os árabes, de quem os estudiosos ocidentais aprenderam sobre Aristóteles.

Mas alguns aspectos da visão de Aristóteles não eram completamente satisfatórios nem para ele mesmo. Ele parecia não entender, por exemplo, como os projéteis e os tornos dos ceramistas se moviam após terem recebido o empurrão inicial. Se o motor deve estar em constante contato com o que ele move, por que uma pedra ou uma flecha não despenca depois de deixar a mão ou o arco? Aristóteles imaginava duas possibilidades. Uma era que o motor (o atirador ou o arco) impressiona ou impregna uma força no meio (ar) que está ao redor do projétil (pedra ou flecha), que então mantém o objeto em movimento.[7] A outra explicação, a doutrina da antiperístase, diz que o ar deslocado à frente do projétil passa ao seu redor, em sentido contrário, e o empurra para a frente.[8] Aristóteles não se sentia satisfeito com nenhuma das explicações.

Filósofos posteriores também ficaram frustrados com a explicação e com outros elementos da ideia de Aristóteles sobre o movimento. Algumas objeções eram lógicas, outras eram empíricas, algumas eram as duas coisas. Isso resultou em discussões, indagações e modificações nos conceitos aristotélicos, a introdução de novos conceitos e – ao longo de uma jornada de milhares de anos – uma lenta mudança de foco para aspectos distintos do movimento, que iriam nos levar a $F = ma$. Viajaremos por uma longa distância sem vislumbrarmos algo que sequer se pareça com os componentes dessa equação. Mas cada passo da jornada é essencial. Vamos ver a seguir alguns desses passos.

No século III AEC, Estratão (340-268 AEC), um grego de Lâmpsaco, na Ásia Menor, que assumiu o cargo de diretor do Liceu em 287, desenvolveu e ampliou o pensamento de Aristóteles num livro muito influente chamado *Sobre o movimento*. Estratão percebeu que ele precisava revisar e até rejeitar algumas das ideias aristotélicas para torná-las consistentes com a experiência e com a lógica. Uma delas era a ideia de que haveria dois tipos de movimento natural: para cima e para baixo. Estratão argumentou que todas as coisas naturalmente vão para baixo, em direção ao centro da Terra, e se coisas leves como fogo e fumaça sobem, é porque estão deslocadas ou "espremidas" por algo mais pesado.

Estratão também se incomodou com duas observações que pareciam sugerir que as coisas ganhavam velocidade à medida que caíam. Uma era que quando a água da chuva cai de um telhado, o fluxo é contínuo até certo ponto, mas depois se quebra em gotas, o que não poderia acontecer se a água não estivesse se movendo mais rápido.[9] A outra era que, quando você deixa uma pedra cair de uma grande altura, o impacto é maior do que quando você deixa a pedra cair de uma pequena altura. Como isso podia acontecer? A pedra certamente não ficou mais pesada! Sem dúvida ela ganhou velocidade, Estratão concluiu, querendo dizer que um corpo em queda "completa a última parte de sua trajetória no menor intervalo de tempo", uma noção rudimentar de aceleração mais sofisticada que a de Aristóteles.

No século VI, John Philoponus ("Amante do trabalho árduo", c.490-570) fez outra revisão das ideias de Aristóteles sobre o movimento. Ele usou argumentos lógicos para dizer que o movimento era possível no vácuo (algo que Aristóteles negava), e resolveu um problema – o que acontece quando a força é igual à resistência? –, declarando que a velocidade é determinada por um excesso de força em relação à resistência. Philoponus foi também o primeiro a fazer experimentos com corpos de diferentes pesos em queda livre, descobrindo o que Galileu decifrou mil anos depois: os corpos caem aproximadamente com a mesma velocidade.

Mas a revisão aristotélica mais original e abrangente feita por Philoponus foi sobre o movimento de projéteis. Ele descartou a antiperístase; se o motor transmite o movimento ao ar atrás do projétil, por que não podemos mover pedras e flechas simplesmente agitando o ar atrás delas com as mãos? Philoponus propôs que, quando atiramos uma pedra, nossa mão não imprime uma força no ar, mas na própria pedra. Essa "força impressa" faz com que o movimento continue *de dentro* do projétil, mas é lentamente consumida ao vencer a resistência do meio e da força natural para baixo, e se esgota quando o movimento natural predomina, ou quando o projétil chega ao chão. Essa visão ainda era fiel à de Aristóteles no sentido de que um objeto não se move por si só, mas precisa sempre do contato de outra coisa, como, por exemplo, o peso de um objeto em queda livre ou a força impressa pela mão. A novidade é que essa coisa poderia ser interna ao objeto, e não somente externa.

A ideia levou Philoponus e seus seguidores a ver o mundo de forma diferente. Eles não precisavam mais diferenciar os movimentos naturais dos provocados, nem separar os reinos do céu e da Terra. Deus criou o céu, e então usou a força impressa para manter tudo em movimento, não havendo meio no céu para exaurir essa força. A influência de Philoponus ajudou a inspirar os estudiosos que tentavam entender o movimento a mudar o foco de atenção do ponto final – a meta ou o motivo do movimento, tanto na Terra quanto no céu – para o ponto inicial, para o que provocou o movimento.

As modificações de Philoponus, especialmente sobre forças impressas, influenciaram alguns comentadores islâmicos da obra de Aristóteles, como, por exemplo, o teólogo espanhol islâmico Ibn Bajja (conhecido no Ocidente como Avempace, c.1095-1138), o teólogo espanhol islâmico Ibn Rushd (Averroe, 1126-1198, que se opunha à visão de Philoponus) e o teólogo persa islâmico Ibn Sina (Avicena, 980-1037). Este último traduziu a ideia de força impressa de Philoponus para o árabe como *mail qasri* (inclinação violenta). Corpos pesados conseguem reter mais *mail qasri* que corpos leves, e por isso conseguimos atirar uma pedra mais longe que uma folha de grama ou uma pena. Os comentadores árabes divisaram outras situações em que as explicações aristotélicas não eram satisfatórias: o que aconteceria se alguém cavasse um túnel através da Terra e jogasse uma pedra dentro dele? Uma linha amarrada na ponta de uma flecha seria empurrada para a frente? No trabalho de Ibn Sina, até de forma mais clara do que no de Philoponus, a chave para o movimento deveria ser buscada não em causas formais e finais, mas em causas eficientes e materiais.

A mudança de foco é perceptível no trabalho de John Buridan (c.1300-1358). Avançando com relação às ideias de Philoponus e de Ibn Sina, Buridan batizou a força impressa de *impetus*, nome pelo qual ficaria conhecida até os tempos modernos. Ao contrário da força impressa, o *impetus* não se desgastava, mas era permanente;

um corpo só o perderia se o transferisse para outro.[10] O *impetus* pode parecer com nosso conceito de inércia, mas, à diferença da inércia, era uma causa. Assim, o novo cenário ainda era aristotélico, pois preservava a distinção entre movimento natural e movimento violento, e entendia o movimento de um projétil – como uma pedra ou uma flecha – como a ação contínua de uma causa, apesar de esta causa (o *impetus*) ser interna e não externa, como preconizava Aristóteles. Mas desapareciam muitos enigmas-chave de Aristóteles – como, por exemplo, as questões do movimento do projétil e de como os corpos caem –, pois o atirador transmitiria *impetus* à pedra e não ao meio, enquanto que o corpo que cai ganharia *impetus* durante a queda, o que explicaria o aumento de velocidade.

A ideia de *impetus* ajudou a produzir um conceito primitivo de massa – a resistência de um corpo, diferente de seu peso –, porque objetos como balas de canhão podem "conter" mais *impetus* que a madeira leve. E isso explicava por que as esferas celestiais se movem pela eternidade sem interferência divina: sem resistência no céu, as esferas não precisam de intervenção. Deus criou as esferas, e então deu a elas *impetus*, e por isso Deus pôde descansar no sétimo dia da Criação sem que tudo parasse de se mover. A função de Deus, portanto, é inversa à defendida por Aristóteles: Deus não era a derradeira causa contínua, que faz com que as esferas se movam e pela qual elas trabalham, mas a causa eficiente, que as coloca em movimento, no início de tudo.[11]

Pelos próximos trezentos anos, os estudiosos usaram a ideia de *impetus* para entender e explicar o movimento. Ela reduziu, mas não eliminou, a necessidade de diferenciar qualitativamente os movimentos natural e violento, além de distinguir os tipos de substâncias e diferenciar o céu da Terra. Ela permitiu também o desenvolvimento de novos conceitos de força, como força percussiva (algo que agiria uma única vez, como um bastão atingindo uma bola) e uma força que age continuamente a distância, como aquela que atrai os objetos para a Terra. Ela facilitou o desenvolvimento das ideias sobre massa; alguma densidade interna de matéria em um corpo que resiste a alguma força que está relacionada, mas não é idêntica, ao peso. Os estudiosos estavam começando a observar o movimento por si só – o que o filósofo Charles Taylor chama de "referencial imanente" – e a examiná-lo independentemente de motivos, planos e desejos do resto do Universo. Eles passaram a ver o que chamamos de separação entre física e metafísica. O mundo científico e o mundo em que vivemos começavam a se separar.

Enquanto isso, a matemática era usada de maneiras inovadoras. Os números já tinham sido usados em diversas situações humanas durante séculos, claro, mas os estudiosos desenvolviam novas ferramentas para aprofundar e ampliar esse uso. Um deles era Thomas Bradwardine (c.1300-1349), do Merton College, da Universidade de Oxford, mais tarde arcebispo de Cantuária, tão famoso em seu tempo que é (brevemente) mencionado nos *Contos da Cantuária*, de Chaucer. Bradwardine estabeleceu as fundações do cenário matemático capaz de lidar com velocidade, velocidade instantânea (a velocidade em determinado instante de tempo, diferente da velocidade média num intervalo de tempo), velocidade uniforme, aceleração uniforme e aceleração variável.[12] Ele reescreveu as ideias de Aristóteles, Philoponus e Averroës em linguagem matemática, exibiu suas limitações e construiu sua própria lei. O trabalho de Bradwardine foi depois ampliado por Nicholas Oresme, que mostrou como os números poderiam ser empregados para descrever qualquer quantidade continuamente variável, como movimento, calor, e assim por diante. Você "finge", disse Oresme, que está medindo uma superfície geométrica.[13]

Bradwardine, seus seguidores (conhecidos como os "calculadores" de Oxford), Oresme e outros contemporâneos não eram experimentais, mas produziram trabalhos matemáticos sofisticados para as atividades experimentais que vieram depois. Suas obras sedimentaram o caminho para a aplicação generalizada dos números no mundo, por pessoas que não viam necessidade de fingir quando os utilizavam. Na segunda metade do século XVI e no começo do século XVII, os números invadiram vários aspectos do mundo real, com a quantificação de novos fenômenos. William Harvey (1578-1657) quantificou o coração bombeando sangue; Santorio Santorio

(1561-1636) quantificou a ingestão e excreção de alimentos pelo corpo.[14]

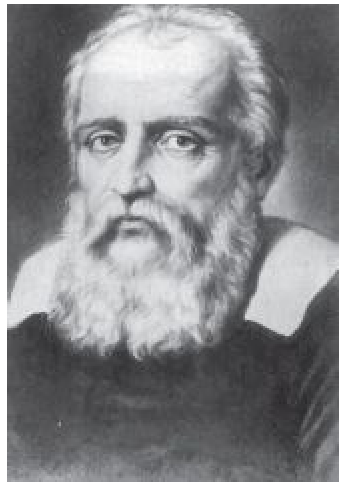
Essa quantificação afetou profundamente a compreensão do movimento. Muitos pensadores anteriores, como são Tomás de Aquino, entendiam que inúmeros tipos de mudança aconteciam pelo aumento ou pela diminuição da participação de um corpo (uma maçã, uma pessoa) na forma de algo mais (vermelhidão, bondade). Mas a matematização estimulou a ideia de que todas as mudanças se davam por adição e subtração, algo parecido como quando um segmento de reta muda de tamanho ao somarmos ou subtrairmos outro segmento a ele.

Novos eventos trouxeram outras insatisfações no que havia restado do cenário aristotélico, nos aproximando do que seria $F = ma$. Uma supernova surgiu em 1572 e outra, em 1604, e os astrônomos foram capazes de mostrar que esses eventos haviam ocorrido longe da Terra, nas dimensões celestes; evidentemente, as coisas mudavam lá como mudam na Terra. Em 1609, Galileu Galilei (1564-1642) usou um telescópio para aproximar o céu, sugerindo novas semelhanças com este mundo mais do que era possível suspeitar. Tais eventos favoreceram as tentativas de se desenvolver uma física para o Universo como um todo. Outros desenvolvimentos mudaram a maneira como os homens viam as forças.

Em 1600, o médico da rainha Elizabeth, William Gilbert, escreveu um trabalho sobre o magnetismo – um dos primeiros tratados de ciência moderna – argumentando que os ímãs funcionam pela emissão de raios. Além disso, Gilbert disse que a própria Terra era um ímã, emitindo uma força que se espalhava pelo espaço e variava de acordo com a distância. Isso fortalecia a ideia, fortemente não aristotélica, de uma força que podia agir sem contato. Johannes Kepler (1571-1630) escreveu dois livros, *Astronomia nova* (1609) e *Harmonias do mundo* (1619), que apresentavam três leis matemáticas para as órbitas dos planetas, uma espécie de roteiro matemático para o mundo. Kepler argumentava que Deus, se quisesse, poderia ter feito os planetas se moverem em qualquer órbita, mas decidira que eles deveriam obedecer às regras matemáticas, por achá-las bonitas. A matemática do mundo era o roteiro do mundo, e também sua causa final.

Galileu foi mais radical: não só *podemos* ler o roteiro matemático do mundo, como devemos fazer *somente* isso, deixando de lado outros tipos de causa. "O livro da natureza", ele escreveu, está "escrito em linguagem matemática." Perseguir fantasias como se fossem causas finais não vale a pena. Para nos ajudar a ler esse livro, Galileu criou um experimento mental brilhante: imagine o que aconteceria num plano de tamanho infinito e sem atrito, e tente entender como as coisas se moveriam nele; e prosseguiu suas investigações construindo experimentos com pêndulos e bolas que rolavam por planos inclinados. Isso requeria tratar o espaço e o tempo de forma bastante diferente do que já havia feito Aristóteles.

Enquanto Aristóteles tratara o espaço como uma fronteira, Galileu o via como um recipiente com propriedades geométricas. Para entender o movimento, deve-se observar quantas unidades de espaço (Galileu media isso em cúbitos) um objeto percorreu em quantas unidades de tempo (batidas do coração ou gotas de água). No processo, Galileu descobriu a famosa lei dos objetos em queda livre – descrita por ele na forma de uma razão, embora hoje nós a formulemos na equação $d = at^2/2$, reescrevendo Galileu em nossos próprios termos, assim como Bradwardine já havia feito com seus precursores. Essa foi a primeira lei da natureza realmente matemática, o primeiro pedaço da ciência escrito na mesma língua que $F = ma$. Galileu também foi capaz de analisar o movimento de coisas do tipo balas de canhão, bolas de gude e pêndulos, dividindo-o em duas componentes: uma componente uniforme (movimento lateral) e uma componente acelerada (para baixo).



Galileu Galilei (1564-1642)

Mas Galileu ainda não tinha os elementos para construir $F = ma$. Ele estava na sombra da tradição aristotélica, que diferenciava as tendências naturais de um corpo, como a queda livre, e interações "violentas" externas – e costumava pensar as forças como algo dessa segunda forma. Por exemplo, ele não pensava que um corpo em queda livre se acelerasse por uma força, o que o impediu de chegar a um conceito geral de força e seu papel no movimento. Além disso, havia uma incerteza na terminologia: Galileu não estava certo do que chamar de força, e comumente usava termos quase sinônimos, como *impetus*, momento, energia e força (do latim *fortis*, "forte" ou "poderoso").[15] Quando falava de força, em geral não se referia ao que chamamos de força contínua, mas sim à força instantânea (uma coisa que bate em outra, como bolas de bilhar, ou um martelo e um prego), ou a uma série dessas forças somadas.

Galileu tinha apenas uma breve ideia do que era massa – uma propriedade dos corpos que resiste à força, uma densidade de matéria relacionada ao peso, mas não idêntica a ele, presente até na ausência da gravidade. Muitas das ideias de Galileu realmente soam estranhas aos nossos ouvidos modernos, como seu comentário de que o movimento circular é próprio de arranjos ordenados, ou que o movimento retilíneo indica que algo está fora de seu lugar natural e volta a ele. O historiador da ciência Richard Westfall chama o conceito de Galileu sobre a natureza de "um amálgama impossível de elementos incompatíveis, nascido das visões do mundo mutuamente contraditórias sobre as quais ele se equilibrava".[16]

Newton

Mas todos esses elementos surgem de forma clara e sistemática no *Principia* (1687), de Isaac Newton (1642-1727). Newton aprendera muito com Galileu e outros precursores, e desenvolveu uma concepção de força geral e verdadeiramente quantitativa, tanto contínua quanto instantânea, relacionando-a a alterações quantitativas no movimento dos corpos. No *Principia*, alterações no movimento não são explicadas pelo que existe dentro deles, mas somente pelas forças externas que agem sobre eles. Esta era uma nova maneira de se enxergar o movimento – não seu porquê, mas seu como.

Este foi um modesto passo para além de onde estava Galileu e outros de seus contemporâneos, como Leibniz e Descartes. Mas, graças a seu significado, foi monumental. Ele mudou a ontologia da natureza – o modo como concebemos as mais básicas unidades de explicação da realidade que vemos. A maioria dos contemporâneos de Newton concebia essas unidades como corpos que afetavam outros corpos por meio de vários mecanismos que provocavam diferentes tipos de mudança. Newton mudou isso, afirmando que as explicações sobre o movimento deveriam ser feitas em termos das forças que alteravam o movimento de uma massa. Os três termos básicos na ontologia do movimento eram agora *força*, *massa* (que resistia à força) e *aceleração* (mudança no movimento). E cada um deles era quantitativo, mensurável.

Isaac Newton (1642-1727)

O *Principia*, a mais revolucionária publicação da ciência, de forma bem semelhante aos *Elementos*, de Euclides, constrói seu conteúdo sob a forma de deduções a partir de axiomas autoevidentes. Ele é composto de três livros (os dois primeiros chamados "O movimento dos corpos", o terceiro intitulado "O sistema do mundo"), precedidos por um prefácio, oito definições e um conjunto de "Axiomas, ou leis do movimento". Nas definições, vemos Newton, às vezes de forma atrapalhada, desenvolver os componentes que iriam figurar em $F = ma$ – em especial a ideia de força – a partir das ideias de seus predecessores.

A definição 1 fala sobre a massa, ou quantidade de matéria; a definição 2, sobre a quantidade de movimento. Nas definições seguintes, de vários tipos de força, algumas resvalam a ambiguidade e até a confusão: a definição 3, por exemplo, é supostamente sobre "força inerente", mas na verdade fala do que chamamos de inércia, descrevendo-a em termos do impulso. A definição é mais bem-entendida, segundo um comentador, como uma "concessão à mecânica pré-galileana".[17] A definição 4 é a definição-chave e determina "força impressa" em termos mais modernos, como "uma ação exercida num corpo que muda seu estado de repouso ou seu estado de movimento retilíneo uniforme".

Newton generalizou, assim, a noção de força desenvolvida por seus antecessores, estendendo-a de forças instantâneas para forças contínuas, um produto da intuição newtoniana, segundo o historiador da ciência I. Bernard Cohen, pois era “um passo que ele nunca explicou em termos de lógica rigorosa ou por experimento”.[18] Como Newton escreve depois, “esse conceito é puramente matemático, pois eu não estou considerando agora as causas físicas e as localizações das forças”.[19] As quatro definições restantes são sobre outros aspectos das forças.

Num comentário, Newton adverte que, “apesar de tempo, espaço, lugar e movimento serem familiares a todos”, e terem um significado popular que surge da percepção sensorial, ele dará aos conceitos um significado técnico, e prossegue descrevendo o que chama de “tempo absoluto”, cujo fluir é imutável, e “espaço absoluto”, que permanece homogêneo e imóvel. Newton diferencia então movimento relativo e absoluto. “Movimento absoluto é a mudança de posição de um corpo, de um lugar absoluto para outro; movimento relativo é a mudança de posição de um lugar relativo para outro.”[20] Assim, o movimento de um marinheiro num navio é a soma de três movimentos: seu movimento em relação ao navio, o movimento do navio em relação à Terra e o movimento da Terra em relação ao espaço absoluto.

Depois das definições vêm os “Axiomas, ou leis do movimento”. A primeira lei do movimento é a da inércia: “Todo corpo permanece em estado de repouso ou em movimento retilíneo uniforme, exceto quando é obrigado a mudar seu estado por forças que atuam sobre ele.” Isso já foi descrito como “o grande fator que, no século XVII, ajudou a expulsar os fantasmas para longe do mundo e abriu caminho para um Universo que funcionava como um relógio”.[21] Em seguida vem a segunda lei de Newton: “Uma mudança no movimento é proporcional à força motriz impressa e se dá ao longo da linha reta na qual a força é impressa.” Newton, portanto, não disse isso sob a forma de equação. A notação moderna a expressaria como $F \propto \Delta(mv)$ – ou, desde que a mudança na velocidade seja a aceleração, $F = ma$. A primeira pessoa a escrever isso como equação foi Leonhard Euler, quase um século depois. A terceira lei de Newton para o movimento é: "Para toda ação há sempre uma reação que lhe é igual e contrária."

Por que Newton chama isso de axiomas *ou* leis? A palavra "axioma" sugere uma verdade a priori (por definição, ou antes de qualquer experimento), enquanto "lei" sugere um fato empírico, algo descoberto por experimentos reais. De fato, os axiomas-leis de Newton são as duas coisas: são verdadeiros por definição, para todos os movimentos possíveis, *e* são verdades empíricas constatadas em medições de laboratório feitas sob condições determinadas.

Esses axiomas-leis nos dão uma ideia do que é o conhecimento objetivo, ou sobre aquilo que não se altera em diferentes circunstâncias. Um objeto como uma bola de beisebol tem certo peso, mas seu peso é diferente na Lua ou em Marte. Como isso é possível? É a mesma bola! O que é objetivo e imutável não é seu peso, mas sua massa, independentemente da gravidade que atua sobre ela. Da mesma forma, quando você arremessa a bola, você faz com que ela se mova a certa velocidade, mas não consegue arremessar uma bala de canhão com a mesma velocidade, mesmo que a arremesse com mais força. A física não mudou: a relação entre força, massa e aceleração permaneceu a mesma nesta e em todas as outras circunstâncias. A segunda lei de Newton afirma justamente essa "invariância", como os cientistas dizem hoje. É por isso que Cohen afirma que a "a segunda lei do movimento, em suas muitas aplicações, está no cerne do sistema newtoniano de pensamento da física".[22]

No *Principia*, Newton estendeu o experimento mental de Galileu para um plano infinito sem atrito e construiu um "mundo-palco" completo e abstrato. Nele, somente forças, movimentos e massas são importantes. Não há motivações humanas nem causas finais. Mas, exatamente por isso, alguns aspectos do movimento, nesse palco, se mostram de forma mais clara do que no caótico mundo dos homens. Aristóteles não considerava necessário, nem mesmo possível, imaginar esse palco; ele entendia o movimento como algo entrelaçado ao mundo e impossível de ser entendido fora dele. (Em seu comentário sobre a terceira lei do movimento, Newton descreve um cavalo puxando uma pedra amarrada a uma corda, e explica as forças envolvidas no processo. Imagine como isso teria intrigado Aristóteles! Ele teria perguntado: quem amarrou o cavalo à pedra? Por quê? Qual o propósito disso?) Galileu apenas vislumbrou o palco de longe.

O palco de Newton é um algo a mais, mas aí reside sua beleza e sua eficácia. A natureza não é para ser encarada, como fazia Aristóteles, como um ecossistema cósmico, onde diferentes coisas qualitativas agem qualitativamente, de diferentes maneiras, em domínios qualitativamente distintos. A natureza parece mais uma mesa de bilhar cósmico, onde todo o espaço é equivalente, todas as direções são comparáveis, todos os eventos são movimento, e, em todas as alterações de movimento, coisas do mesmo tipo exercem forças do mesmo quilate.

Nesse mundo, o movimento implica mudança no espaço, não realização, atualização ou intensificação do ser. É um mundo em que todos os lustres, todos os trapézios e todos os balanços são pêndulos, todos os esportes e danças são formas de $F = ma$, todas as bolas são elásticas e todos os planos se estendem indefinidamente. Você pode se mover nesse palco para qualquer lugar no espaço e em qualquer momento – de carro, trem, avião, montanha-russa ou de bicicleta –, e as leis permanecem as mesmas, "invariantes sob translações", diríamos. Se você quer entender o que está acontecendo nesse "mundo-palco", segundo Newton, isto é o que se deve fazer: primeiro, quantifique as posições, velocidades e massas. Depois siga as forças.[23]

É assim que $F = ma$ pode ser tanto uma definição quanto um fato descoberto empiricamente. É uma definição porque é parte da própria construção do "mundo-palco". É um fato porque, quando ligado ao nosso mundo pelos conceitos, postulados e técnicas de medida corretos, nos dá uma relação quantitativa entre valores encontrados numa medição de laboratório. As teorias se tornam os veículos pelos quais podemos ir e vir entre o nosso mundo e o “mundo-palco”, entre os valores ideais e os valores reais do nosso mundo. Para os não cientistas, o mundo abstrato pode parecer estranho, algo arbitrário e imposto, um mundo fictício – uma ficção eficiente, talvez, mas ainda assim uma ficção. Para os cientistas, que treinaram para ligar o mundo abstrato ao nosso, por intermédio de conceitos, procedimentos e práticas de medição, a tentação é justamente o contrário. Eles se movem com tanta confiança entre um mundo e outro que às vezes se esquecem de como o “mundo-palco” é abstrato – como se não fosse uma parte inventada do mundo em que vivemos.

Ao chegarmos a esta parada final, onde surge $F = ma$, percorremos uma grande distância desde o começo do entendimento humano sobre o movimento. Enxergamos o céu e a Terra como o mesmo lugar. Não vemos mais uma diferença natural entre movimento violento e movimento natural, ou lugar natural e não natural, ou entre diversos tipos de força. Tudo obedece às mesmas leis. Se notarmos algo que se comporta de forma estranha, presumimos que ainda não entendemos como as leis que conhecemos se aplicam àquele fenômeno. O movimento não é uma ação, mas um estado. Há apenas um tipo de movimento, e o movimento circular deve ser entendido como o resultado de uma combinação de componentes. Aristóteles pode estar certo quando diz que os movimentos celestes parecem diferentes dos movimentos aqui embaixo, mas isso acontece porque a resistência no céu é diferente. A natureza é uma imensa determinação espaçotemporal de forças, acelerações e movimentos cujo esquema podemos buscar com teorias. Isso nos permite enxergar a natureza repleta de leis quantitativas que podem ser encontradas pela experimentação.

“[Newton] é o nosso Colombo”, escreveu Voltaire em 1732. “Ele nos levou a um novo mundo.”[24] Mas é um mundo estranho. Ele não está em nosso mundo como um continente escondido. Nem se revela por meio de instrumentos da maneira como mundos pequenos são visíveis ao microscópio, e mundos distantes e gigantescos, ao telescópio. O novo e estranho mundo de Newton foi encontrado em nosso próprio mundo – mas também não é o nosso mundo, nem um mundo em que pudéssemos viver. Nós, seres humanos, até os cientistas, habitamos o que os filósofos chamam de "mundo vivido", entre projetos, desejos e propósitos: vivemos num mundo aristotélico. O mundo descoberto por Newton é abstrato, surge quando mudamos o que vemos e como vemos. É um aquário visto de fora, autocontido, cujos eventos nos mostram muito de nosso próprio mundo. A equação $F = ma$ é a "alma" desse mundo, como Wilczek escreveu, definindo sua estrutura e todos os eventos que ali acontecem.

Por isso $F = ma$ não é uma equação tão óbvia quanto parece. Quando a aprendemos, estamos aprendendo mais do que imaginamos. Estamos herdando toda a jornada que nos levou a ela.

INTERLÚDIO
O livro da natureza

A filosofia está escrita nesse grandioso livro, o Universo, que permanece constantemente aberto para nossa leitura. Mas o livro não pode ser entendido da forma correta se não aprendermos primeiro a compreender a linguagem e a ler as letras em que foi redigido. Ele foi escrito em linguagem matemática, e seus caracteres são triângulos, círculos e outras figuras geométricas sem os quais é humanamente impossível entender uma única palavra; sem eles, nos perdemos num labirinto escuro.

GALILEU GALILEI, *O ensaiador*

Em 1623, Galileu construiu uma metáfora que até hoje é citada pelos cientistas. A natureza, escreveu ele, é um livro escrito "em linguagem matemática". Se não pudermos entender essa linguagem, estaremos fadados a nos perder "num labirinto escuro".

Como qualquer metáfora, esta é verdadeira e falsa; é esperta, mas talvez seja enganadora se a tomarmos ao pé da letra. Ela engloba nossa sensação de que as verdades da natureza, de alguma forma, nos são impostas – e enfatiza o papel-chave exercido pela matemática ao expressar essas verdades. Mas Galileu construiu essa metáfora com um propósito específico. Fora de seu contexto histórico e colocado em nosso contexto, a metáfora pode ser perigosamente enganosa.

A ideia de um livro da natureza não começou com Galileu. Durante séculos, a doutrina religiosa sempre aceitou que o mundo tinha dois livros fundamentais. A natureza, o primeiro livro, é cheia de sinais que revelam seu significado mais profundo quando interpretados à luz das escrituras, o segundo livro, que fornece o derradeiro sentido ou sintaxe aos sinais da natureza. O entendimento requer a leitura dos dois livros ao mesmo tempo, indo de um para o outro, comparando o que se vê na natureza com o que se lê nas escrituras. Como Peter Harrison mostrou em seu livro *The Bible, Protestantism and the Rise of Natural Science*, ler a Bíblia já foi considerado parte do estudo da natureza, e é portanto equivocado relacionar a leitura séria da Bíblia a comportamentos literalistas e anticientíficos, como fazemos hoje.

Durante o Renascimento, no entanto, os estudiosos acabaram por apreciar mais o fato de que as verdades da natureza nem sempre são facilmente discerníveis. Antes, tais verdades, em geral, estavam habilidosamente codificadas na natureza e necessitavam de um treinamento especial para serem reveladas. Enquanto isso, a Reforma protestante trouxe mudanças na compreensão dos textos, enfatizando as verdades que eram exatas e autoconsistentes, mais que simbólicas ou alegóricas.

Baseado nessas mudanças científicas e religiosas, Galileu se apropriou da ideia dos "dois livros" para seus propósitos, transformando seu significado.

Em 1623, Galileu estava em apuros. Seus problemas haviam começado dez anos antes, quando um de seus alunos havia discutido trabalhos do mestre na corte de Pisa, e um dos presentes percebeu a aparente discrepância entre as escrituras e as afirmações científicas de Galileu, especialmente no que se referia ao movimento da Terra. Enquanto isso, as autoridades ameaçavam colocar *De Revolutionibus*, escrito por Copérnico, seu aliado intelectual, no índex oficial de livros proibidos, por motivo parecido. Preocupado consigo mesmo e com outros cientistas, Galileu escreveu uma carta à grã-duquesa Cristina sobre a conexão entre ciência e escrituras. Nela, apelava para a tradicional ideia de que Deus se revela à humanidade por meio de dois livros, a natureza e as escrituras. Ele sugeria que ambos contêm verdades eternas e são compatíveis, porque foram escritos pelo mesmo Autor – Deus está dizendo a mesma coisa de duas maneiras distintas.

No entanto, o jeito novo como Galileu explorava a ideia se mostraria explosivo. Ele insistia que o livro da natureza não era escrito em palavras comuns; seus caracteres eram fundamentalmente diferentes das palavras das escrituras, de Aristóteles e de qualquer outro escrito textual. "É preciso que a Bíblia", disse Galileu – embora pudesse também falar isso sobre os livros de Aristóteles, dos Padres da Igreja ou de qualquer outro autor –,

> para ser bem-entendida pelo homem comum, fale sobre várias coisas que parecem discordar da verdade absoluta, pelo menos no que diz respeito ao sentido das palavras. Mas a natureza, por outro lado, é inexorável e imutável; ela nunca transgride as leis que lhe são impostas, nem se preocupa se suas razões confusas e seus métodos de operação são entendidos pelo homem.[1]

Os argumentos de Galileu parecem ter convencido Cristina, mas não as autoridades. Em 1616, *De Revolutionibus* entrou para o índex, seguido pelo livro de Kepler sobre astronomia copernicana, *Epitome*, e o próprio Galileu começou a ser atacado. Uma resposta parcial foi O *ensaiador*, que contém a famosa passagem dizendo que: "O grandioso livro do Universo … não pode ser entendido da forma correta se não aprendermos primeiro a compreender a linguagem e a ler as letras em que foi redigido. … linguagem matemática." Em outras palavras, quem é versado em matemática e física consegue conhecer aspectos do trabalho de Deus que os outros não conseguem.

Galileu escolheu a metáfora com cuidado, e suas raízes estão fincadas na metafísica e na teologia ocidentais. Em primeiro lugar, ela usa a ideia tradicional de que Deus revelou Seu poder, glória e verdade ao mundo. Depois, ela se sustenta na noção igualmente tradicional de que a Bíblia não pode contrariar demonstrações claras da lógica ou dos sentidos. Finalmente, ela apela apara a metáfora antiga de que a natureza é um livro. Galileu estava pisando em terreno teológico bem sólido.

No entanto, Galileu (talvez sem total consciência do fato) colocou a metáfora de cabeça para baixo. A ideia de um livro da natureza agora significava quase o oposto do que era – que os sinais da natureza têm seus próprios significados ocultos. Para entender a natureza, não era preciso se apoiar na Bíblia; estudar a natureza era uma atividade independente, mais bem-conduzida por um novo tipo de estudioso, independente e profissional. Se tanto, o livro da natureza havia se tornado o texto principal – a planta baixa escrita em linguagem técnica –, e a Bíblia era o manual do usuário, escrita em linguagem popular.

Galileu recorreu à metáfora não apenas para se defender, mas a todos os cientistas, dando a entender que tinham tanta autoridade quanto o clero. "O livro da natureza e os filósofos naturais que o interpretam … desempenham parte do papel antes exercido pelos sacramentos e pelos padres ordenados", escreveu Harrison.

Mas a ideia do livro da natureza pode nos assombrar ainda hoje. Uma razão é que ela implica a existência de uma verdade última e coerente – um texto completo ou uma "teoria conclusiva". Embora muitos cientistas acreditem nisso, em última instância essa "teoria" não passa de uma crença, e é muito mais provável que encontremos cada vez mais coisas na natureza à medida que nossos conceitos e nossa tecnologia evoluem. Além disso, a metáfora sugere que o "texto" do livro da natureza tem origem divina. A ideia de que o mundo é a obra de um autor sobre-humano foi precursora do projeto de engenharia construído por um designer inteligente. Isso tem feito com que os sociólogos da ciência contemporâneos sucumbam à tentação de interpretar o comportamento dos cientistas como semelhante ao dos religiosos.

A lição mais importante que tiramos da metáfora de Galileu é a necessidade de continuamente aprimorar e revisar as analogias que usamos para falar da ciência.

3. O ponto alto da revolução científica:

A LEI DA GRAVITAÇÃO UNIVERSAL

$$F_g = \frac{Gm_1m_2}{r^2}$$

DESCRIÇÃO A gravidade existe em todos os corpos, universalmente, e sua intensidade entre dois corpos depende das massas desses corpos, e é o inverso do quadrado da distância entre seus centros.
DESCOBRIDOR: Isaac Newton
DATA: 1684-1687

O ponto alto da revolução científica foi a descoberta, por Isaac Newton, da lei da gravitação universal. Todos os objetos atraem uns aos outros com uma força diretamente proporcional ao produto de suas massas, e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre seus centros. Ao resumir numa só lei matemática o principal fenômeno físico do Universo observável, Newton demonstrou que a física terrestre e a física celeste eram a mesma coisa.

I. BERNARD COHEN, *Scientific American*

Assim como todos sabemos que, se empurrarmos um objeto, ele se move, todos sabem também que, se largarmos alguma coisa, como uma maçã, ela cai no chão. Ninguém precisou descobrir isso. Mas a equação de Newton – publicada pela primeira vez não na forma familiar da equação $F_g = Gm_1m_2/r^2$, mas como descrição verbal – *foi* uma descoberta. E ela fez mais do que quantificar o comportamento da queda, enumerando as quantidades importantes envolvidas no processo e como elas se relacionam. O surgimento dessa relação – no *Principia* de Newton, o mesmo livro em que publicou sua segunda lei – corresponde à culminância da revolução científica, como Cohen afirma, pois unificou o céu e a Terra, tornando-os um domínio único que obedece às mesmas leis. Mas o impacto dessa lei foi além. Ela ajudou a tornar Newton um símbolo não somente de cientista, pesquisador ou gênio, mas – de forma até curiosa, pois o cenário aristotélico estava sendo varrido para longe – também da busca humana de realização e perfeição. *Isto* é o que podemos conseguir quando nossas mentes estão completamente dedicadas à tarefa. A descoberta de Newton a respeito da gravitação universal parecia um encontro imediato com o divino: *isso* é o mais perto de Deus que nós, homens, podemos sonhar em chegar. Portanto, não é coincidência que a descoberta de Newton esteja intimamente ligada à história de uma maçã, relembrando outra maçã igualmente famosa – a história bíblica do Jardim do Éden, o primeiro fruto da Árvore do Conhecimento a ser colhido por seres humanos.

A pergunta mais difícil da física

No ecossistema cósmico de Aristóteles, cair era um comportamento especial, exibido apenas por alguns tipos de objeto, e somente em alguns locais do Universo. A queda era apenas um entre diversos tipos de movimento e mudança, e não tinha ligação alguma com as marés, com o movimento circular dos planetas ou dos demais objetos celestes. Era um movimento natural, em que algo feito parcialmente de terra retornava ao seu lugar natural movido por seus próprios meios internos. As causas da queda incluíam a composição do objeto, seu lugar natural na Terra e a tendência do objeto de voltar a esse lugar. Por muito tempo, sob a influência de Aristóteles, a queda de objetos em direção à Terra era vista como apenas um entre vários tipos diferentes de "atração" e movimento no Universo. O mesmo se pode dizer sobre a visão aristotélica da velocidade da queda, como algo que dependia do peso do objeto – o que, afinal, podemos confirmar em nosso dia a dia. Como o personagem Rosencrantz – que segura uma bola e uma pena no filme sobre a peça de Tom Stoppard (*Rosencrantz e Guildenstern estão mortos*) – diz: "Você pensa que isso vai cair mais depressa que isso [solta os objetos, a bola chega ao chão primeiro]. E você estará absolutamente certo."

Mas alguns autores antigos romperam com Aristóteles ao propor a existência de várias conexões entre fenômenos terrestres e celestes, o mais notável deles sendo entre a Lua e as marés.

Aristóteles sofrera para produzir uma explicação mecânica do movimento das marés – que englobava o vento –, mas outros pensaram numa conexão mais direta. O estudioso grego Possidônio (c.135-51 AEC), e mais vários outros autores antigos, criou um conceito antiaristotélico de forças permeando o cosmo que não eram constituídas de substância alguma (substâncias eram as únicas coisas que realmente existiam, para Aristóteles), mas que uniam as substâncias entre si. Essas forças cósmicas chamavam-se "simpatias", do grego "sentir junto".[1]

No mundo antigo e medieval, o estudo das influências físicas sobre os corpos celestes, e entre os corpos celestes e objetos na Terra, era chamado, de forma geral, de "astrologia". Mas não devemos confundir isso com a atual forma socialmente aceita de fanatismo que parece permitir acreditar que o caráter dos outros se baseia tão somente na data de nascimento. A astrologia antiga e medieval também tinha sua cota de charlatões que faziam esse tipo de coisa. Mas a astrologia tinha seu lado sério, surgida da ideia bastante razoável de que havia influências físicas no Universo que ligavam coisas distantes entre si, e a convicção erudita era de que seria possível investigar e descrever essas influências. O historiador da ciência David C. Lindberg diz: "Quase todos os filósofos da Antiguidade achariam incrivelmente tolo negar a existência dessas conexões."[2] O trabalho dos astrólogos, em seus primórdios, teve uma enorme influência positiva sobre o desenvolvimento das noções de forças de longo alcance.[3]

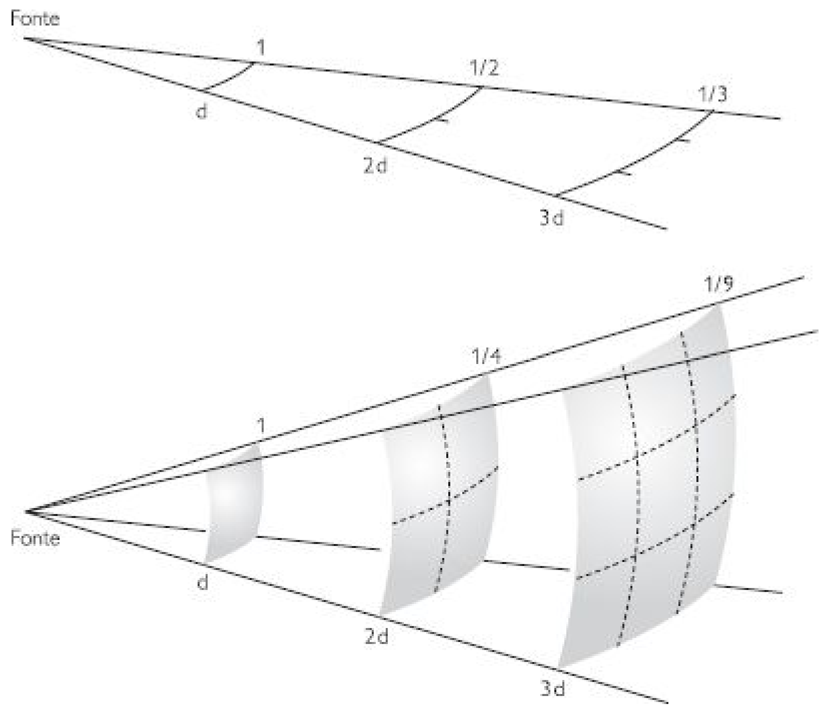
Ainda assim, o problema de explicar essas conexões, inclusive o motivo da queda dos corpos, permanecia um mistério. A força era externa ou interna ao corpo, ou era algo totalmente diferente? Em 1504, Nicoletto Vernias, escrevendo sobre a queda livre, disse: "Essa é a pergunta mais difícil da física."[4]

A questão mudou em 1543, quando Nicolau Copérnico (1473-1543) publicou *Sobre a revolução dos orbes celestes*, onde propunha que o Sol, e não a Terra, era o centro do sistema solar. Esse livro – segundo a lenda, seu autor recebeu a primeira edição já no leito de morte – presumia que a gravidade era uma vontade implantada por

Deus nas coisas. Ainda assim, ele influenciou profundamente os que investigavam as forças cósmicas, porque sugeria que a gravidade ou o peso dos corpos na Terra não era cosmicamente único, mas era sentido também por outros corpos na órbita do Sol – e talvez pela Lua e até pelo próprio Sol.[5] Todos os corpos tinham sua própria gravidade.

Outro marco no pensamento sobre as forças cósmicas foi o *De magnete* (1600), tratado de William Gilbert sobre o magnetismo. O magnetismo, obviamente, tinha origem na interação mútua entre a Terra e várias substâncias, e Gilbert notou que sua intensidade variava com a distância. Ele também suspeitou que a força magnética agia mesmo quando os corpos que ela afetava estavam em repouso. Gilbert ridicularizou a ideia de que corpos em repouso não eram afetados por essa força, dizendo que seria como afirmar que as casas são geridas pelas paredes, pelo teto e pelo chão, e não pelas famílias que nelas moram.

O trabalho de Johannes Kepler (1571-1630), que buscou uma descrição matemática da força cósmica que une os planetas e o Sol, partia das ideias de Copérnico e Gilbert. Os estudos iniciais de Kepler em teologia foram interrompidos inesperadamente quando ele conseguiu um emprego como matemático e desenvolveu uma relação ambígua com a astrologia. Como os astrólogos, era apaixonado pela noção de que as harmonias permeavam o Universo, ancoradas numa harmonia superior criada por Deus. Ainda assim, Kepler desprezava os métodos dos astrólogos, pois eles tinham um compromisso com a linguagem coloquial em seus estudos, e não conheciam a linguagem precisa da matemática usada por astrônomos profissionais. Para Kepler, sem a matemática os astrólogos não poderiam detectar as harmonias cósmicas, ignorando a estrutura do mundo.



A intensidade de uma força que se espalha num plano diminuirá em proporção direta à distância da fonte, enquanto uma força que se espalha em todas as direções diminuirá com o quadrado da distância: é a lei do inverso do quadrado.

Kepler estava entre os primeiros, por exemplo, a perceber que a intensidade da luz varia com a lei do inverso do quadrado. Uma lei do inverso do quadrado diz que alguma propriedade diminui com o quadrado da distância. No caso da intensidade da luz, que é irradiada em todas as direções a partir de uma fonte, isso é simples geometria. Se dobrarmos a distância à fonte, por exemplo, aumenta a área sobre a qual a luz se espalha (e sua intensidade diminui) num fator de quatro; se triplicarmos a distância, a área cresce nove vezes.

O trabalho astronômico de Kepler lançou mão tanto de elementos de Copérnico quanto de Gilbert. De Copérnico, Kepler tomou emprestada a ideia do heliocentrismo e a noção de que a gravidade é uma força de atração; Kepler escreveu um livro popular sobre a astronomia copernicana, em sete volumes, chamado *Introdução à astronomia copernicana* (1618-1621). De Gilbert, Kepler usou a noção de que a força pressupõe uma atração “mútua”. A pedra se move em direção à Terra da mesma forma que a Terra se move em direção à pedra – e duas pedras, se colocadas em um espaço distante, atrairiam uma à outra. Além disso, a atração decresce com a distância; quanto mais longe um planeta estiver do Sol, mais fraca é a atração, e mais devagar ele se move. Mas Kepler concluiu que a força pela qual o Sol mantém os planetas em órbita não se espalha em todas as direções, mas se limita somente ao plano de suas órbitas. Por que ela deveria se espalhar em todas as direções, se seu "propósito" era manter os planetas em órbita? Kepler concluiu que a força variava com o inverso da distância do Sol, e não com o inverso do quadrado da distância.

Quando Kepler tentou entender as relações matemáticas que regem os movimentos planetários, no entanto, esbarrou num quebra-cabeça. Segundo Copérnico, os planetas giram ao redor do Sol em órbitas circulares, pois todos os movimentos celestes sempre foram considerados circulares desde o tempo de Aristóteles. Mas, antes que se passasse a usar o telescópio na astronomia, em 1609, o melhor conjunto de dados colhidos era o do astrônomo dinamarquês Tycho Brahe (1546-1601), a quem Kepler conhecia e em quem confiava. Kepler percebeu que esses dados não poderiam ser ajustados a um modelo de órbita circular. A discrepância era pequena, quase insignificante, simples oito minutos de arco, ou pouco mais do que a vista humana é capaz de perceber. Kepler passou seis anos tentando incorporar estes oito minutos de arco ao sistema copernicano. Porém, não conseguiu.

Outras pessoas poderiam ter atribuído essa discrepância a um erro observacional ou a algum fator desconhecido. Mas Kepler confiava tanto no modelo heliocêntrico de Copérnico quanto nos dados de Brahe. Por isso, foi levado a cogitar uma ideia nova e radical: os planetas não se movem em círculos, mas em órbitas elípticas, tendo o Sol num dos focos. Além disso, ele concluiu que – não importando se o planeta se movesse mais depressa ou devagar por estar mais perto ou mais longe do Sol – uma linha imaginária ligando o planeta ao Sol varre áreas iguais em tempos iguais. Essas conclusões são as duas primeiras leis de Kepler; a terceira delas era outra relação matemática: os quadrados dos períodos de revolução de quaisquer dois planetas são proporcionais aos cubos de suas distâncias em relação ao Sol.[6]

Kepler considerava estas leis belas e harmônicas. Também dizia que essa beleza e a harmonia foram o que compelira Deus a usar as leis para construir o Universo. "Essa ideia de causalidade", diz o filósofo E.A. Burtt, "é, em substância, a causa formal de Aristóteles reinterpretada nos termos da exatidão matemática."[7] Kepler via a força que une o Sol aos planetas como uma versão não religiosa de uma força viva. "Se você substituir a palavra 'alma' pela palavra 'força'", escreveu, "terá o princípio no qual [minha] física celestial [se baseia]. … Pois eu antes achava que o que movia os planetas era exatamente uma alma, … mas, quando ponderei que a causa motora fica mais fraca com a distância, … concluí que essa força é algo corpóreo."[8] Essa suave transição no pensamento de Kepler, da hipótese de que o Sol segurava os planetas como uma alma para a de que os sustenta por meio de uma força corpórea, é um exemplo clássico do que o filósofo francês Auguste Comte chamava de transição entre o pensamento teológico e o pensamento metafísico.

Mas o que é, afinal, essa força corpórea? A pergunta seria debatida por quase todo o resto do século XVII. Alguns concordavam com Kepler, julgando que se tratava de uma força corpórea. Outros, como Descartes, achavam que era algo puramente mecânico, produto de pequenos movimentos, chamados vórtices, numa substância fluida denominada éter, na qual o sistema solar se inseria.[9] Galileu, dando o que Comte teria chamado de um passo rumo ao pensamento científico, preferia ignorar a discussão sobre a natureza da gravidade e se ater às medições de seus efeitos quantitativos. Dê-nos apenas os números, por favor.

Em 1645, o astrônomo francês Ismael Boulliau (1605-1694) deparou sem querer, e rejeitou-a, com a fórmula correta para a intensidade dessa força. Boulliau é uma figura fascinante na história da ciência, conhecido pelas tabelas astronômicas precisas que construiu e por compromissos intelectuais peculiares. Ele foi um dos primeiros astrônomos a aceitar a ideia de Kepler de que os planetas se movem em órbitas elípticas – mas também foi um dos últimos a levar a sério a astrologia, o que o fez a atacar Kepler e o uso da matemática. Com bases astrológicas, Boulliau rejeitou veementemente a conclusão de Kepler de que o movimento dos planetas era regido por uma força impessoal do Sol, cuja intensidade diminuía com a distância. Se existisse tal força, defendia Boulliau, rindo da ridícula ideia de Kepler, ela teria de se espalhar em todas as direções, como a luz; portanto, ela deveria diminuir com o *quadrado* da distância. Mas isso é um absurdo! Boulliau não podia acreditar que Deus agisse dessa forma.[10]

Muitos outros cientistas, no entanto, perceberam que a força entre o Sol e os planetas poderia de fato se espalhar em todas as direções; isso significava que uma lei do tipo "inverso do quadrado" não era um absurdo e provavelmente regia qualquer força que atuasse entre o Sol e os planetas. Mas achavam que a relação era o produto de um cabo de guerra entre uma "força de fuga do centro", ou centrífuga, e uma "força em direção ao centro", tendo como resultado a lei do inverso do quadrado. Esses cientistas também suspeitavam que as leis de Kepler poderiam ser deduzidas a partir da relação do inverso do quadrado da distância.

Um deles foi Robert Hooke (1605-1703), o diretor de experimentos da Royal Society de Londres. Em 1674, Hooke propôs que a Terra e todos os demais corpos celestes possuíam uma "atração ou poder gravitante apontado para os respectivos centros", que atraía não somente partes de seus corpos, mas todos os demais objetos "na esfera de sua atuação", e a intensidade da força variava conforme a distância.[11] Mas Hooke não possuía habilidade matemática para usar essa premissa e calcular o movimento planetário. Em 1679, ainda em busca de uma reposta, ele escreveu uma carta ao matemático mais habilidoso das redondezas, Isaac Newton. Hooke perguntou a Newton: "O que você acha de minhas ideias sobre 'um movimento de atração rumo a um corpo central'?"[12] Em janeiro de 1680, depois de se corresponder com Newton, Hooke mencionou sua ideia de que a força de atração variava conforme a lei do inverso do quadrado. Se fosse assim, perguntou ele a Newton, as órbitas planetárias seriam como são?

Em 1680, por acaso, vários acontecimentos suscitaram o interesse nos movimentos dos corpos celestes e a curiosidade sobre seus comportamentos. Um desses fatos foi o surgimento de um grande e dramático cometa no céu, que foi examinado com muito interesse pelo astrônomo britânico Edmond Halley (1656-1742). Outro cometa surgiu em 1682 – este ficou conhecido como "cometa Halley" –, e mais outro em 1684. Até então, os cometas eram vistos como objetos aleatórios e estranhos ao sistema solar, não obedecendo às leis planetárias. Esse conceito em breve iria mudar.

Em janeiro de 1684, numa cafeteria de Londres, Halley, Hooke e o cientista e arquiteto sir Christopher Wren (1632-1723) reuniram-se para debater a natureza das órbitas planetárias, e se elas poderiam ser explicadas por uma lei do inverso do quadrado. Halley confessou que tentara calcular as órbitas com base nessa lei e falhara. Hooke declarou orgulhosamente que conseguira, mas se recusou a demonstrar o feito. Wren, cético e impaciente, desafiou-os a produzir uma prova em dois meses, dizendo que daria, a quem obtivesse sucesso, um livro no valor de quarenta shillings. O período de dois meses passou, mas, quando Halley voltou a Cambridge, em agosto, ele levou o assunto a Newton. Aquela visita foi o evento mais transformador na vida de Newton, e gerou um dos mais importantes eventos da ciência e da cultura ocidental – o nascimento do *Principia* –, do qual a lei da gravitação universal é um subproduto.[13]

Uma das mais abrangentes generalizações do pensamento humano

As leis são como as salsichas, diz o velho ditado: quanto menos você souber sobre como elas são feitas, mais você respeita o resultado final. Esse comentário é mais malicioso que verdadeiro. Afinal, o que se esperava? Se você realmente entende a criatividade humana, não deve ter problemas para saber como são feitas as salsichas gostosas e as leis corretas. Mas a frase ressalta um dilema curioso sobre a criatividade: que algo maravilhoso pode ter origem em coisas banais. Poucas vitórias da mente humana demonstram esse dilema tão bem quanto o caminho que levou Newton à lei da gravitação universal. O percurso foi marcado por ambição desmedida, jactâncias ocas, discrição obsessiva, inveja perturbadora e mentiras transparentes, mas o resultado foi brilhante. Como disse Richard Feynman, foi "uma das mais abrangentes generalizações do pensamento humano".[14]

O itinerário de Newton rumo à gravitação universal se desenvolveu paralelamente ao seu caminho para o conceito de força, apresentado no Capítulo 2. Ele começou quando Newton ainda era aluno do Trinity College, em Cambridge, rascunhando vários comentários sobre a gravidade em seus cadernos. Em alguns, ele lida com a gravidade como se fosse algo semelhante ao *impetus*, uma habilidade interna das coisas que provocaria o movimento; outras vezes, falando sobre os movimentos celestes, ele flerta com a explicação de Descartes, de que a gravidade é resultado da pressão das partículas criadas pelos vórtices. Por um longo tempo, ele aceitou a noção de uma força centrífuga, que atuasse para longe de um corpo, como, por exemplo, uma pedra que, ao ser girada, puxa uma corda.

Então, por volta de 1680, as ideias de Newton sobre a gravidade foram profundamente alteradas por dois eventos-chave, um filosófico e outro matemático. O filosófico foi o abandono da noção de força como algo semelhante ao *impetus*, que impulsionasse o corpo *internamente*, e se transformou na ideia de que o movimento é causado por uma força que atua *externamente*. Isso veio acompanhado pela reveladora descoberta da diferença (já percebida antes dele, com diversos graus de clareza, por Robert Boyle, Galileu e Kepler) entre peso e massa, necessária à ideia de forças que variam com a distância. O peso varia com a distância até a superfície da Terra; um corpo tem pesos diferentes em altitudes diferentes.

Mas a massa de um corpo, que é um fator básico de seu movimento, continua sendo a mesma.

O outro evento-chave que alterou profundamente o pensamento de Newton sobre a gravidade foi a correspondência que trocou com seu rival, Hooke, iniciada no outono inglês de 1679.

Newton odiava Hooke. Em 1673, este dissera aos seus colegas da Royal Society – erroneamente, mas com muita pompa – que a recente e inovadora teoria de Newton sobre a luz estava errada, deixando Newton tão aborrecido que ele ameaçou abandonar a ciência. A correspondência que Hooke iniciou em 1679 e continuou por dois meses também começou de forma pouco auspiciosa. Newton cometeu um erro vergonhoso em sua primeira resposta, e novamente Hooke alardeou isso para seus colegas da Royal Society. Mas Newton se sentiu desafiado pela pergunta de Hooke sobre a lei do inverso do quadrado e os movimentos planetários. Também ficou intrigado pelo comentário de Hooke de que os planetas se movem pelo espaço em caminhos curvos não pela ação combinada de forças centrífugas e centrípetas, mas pela ação combinada de uma força centrípeta e da própria inércia do corpo.

Essa última observação "colocou Newton no caminho certo", ainda que ele tenha passado o resto de sua vida negando a contribuição de Hooke.[15] No começo dos anos 1680, Newton ainda não chegara à lei da gravitação universal; para começo de conversa, ele ainda considerava que os cometas eram corpos estranhos ao sistema solar. Mas usou de forma bastante eficiente o método de Hooke para analisar o movimento curvo decompondo-o numa linha reta na direção da força centrípeta e outra reta para o movimento inercial. Isso abriu-lhe as portas para pensar que tudo – corpos em queda, planetas – seria regido por uma força em direção ao centro. Newton também lançou mão do método de Hooke, em conjunto com a lei do inverso do quadrado, para estabelecer a conexão fundamental das leis do movimento de Kepler. Um corpo, atraído por outro corpo por uma lei do inverso do quadrado, terá uma órbita elíptica, com o corpo central localizado num dos focos; e a linha que une os centros dos corpos varrerá áreas iguais em tempos iguais.[16]

Então Halley fez uma visita a Newton em Cambridge, em 1684. Um contemporâneo descreveu assim o encontro:

> Depois de passarem algum tempo juntos, o doutor [Halley] perguntou-lhe que curva ele achava que fariam os planetas se supuséssemos que a força de atração em direção ao Sol fosse recíproca ao quadrado da distância. Sir Isaac respondeu imediatamente que seria uma elipse. O doutor, acometido por uma felicidade e assombrado, perguntou-lhe como ele sabia aquilo. Porque, ele disse, eu fiz os cálculos. Em seguida, o dr. Halley pediu-lhe sem demora os cálculos. Sir Isaac procurou por entre seus papéis, mas não conseguiu encontrar, prometendo refazer as contas e enviá-las para o colega.[17]

Estaria Newton sendo paranoico e enigmático, ou ele realmente não conseguiu achar seus cálculos? Não podemos dizer. De qualquer forma, Newton se dispôs a refazer os cálculos para Halley, e, no começo de dezembro, ele havia produzido a primeira versão de um artigo curto, de nove páginas, chamado "De motu", ou "Sobre o movimento". Nele, Newton considerava o Sol fixo e imóvel, um corpo que atraía tudo no sistema solar, mas permanecia incólume ao efeito dos planetas que giravam à sua volta. Esse trabalho levou Newton ao limiar da gravitação universal, mas ainda lhe faltava um conceito-chave. De acordo com a terceira lei de Newton – para toda ação existe uma reação igual e contrária –, se o Sol puxa um planeta, o planeta também puxa o Sol, afetando seu movimento. Aparentemente, isso só passou pela cabeça de Newton depois de ele ter concluído a primeira versão do "De motu".

Newton prosseguiu na revisão do seu trabalho, terminando-a no fim de dezembro de 1684. Este é o primeiro documento que contém a peça principal da gravitação universal – que todos os corpos agem uns sobre os outros –, na frase "*eorum omnium actiones in se invicem*", ou, "as ações de todos eles uns sobre os outros". Se o Sol possuísse um planeta a orbitá-lo, por exemplo, os dois corpos girariam ao redor de um centro de massa comum. Mas o sistema solar tem muitos planetas, cada qual puxando o Sol, e uns aos outros. Nenhum planeta, portanto, se move sobre uma elipse perfeita, nem percorre o mesmo caminho duas vezes. De fato, escreveu Newton, se eu quisesse calcular o complexo resultado final de todas as interações, a tarefa "ultrapassa, a não ser que eu esteja errado, o alcance de todo o intelecto humano".[18]

Newton não só atingiu um entendimento mais profundo sobre o sistema solar, como também revolucionou os procedimentos científicos. Ele transformou o experimento mental de Galileu sobre o plano infinito sem atrito num "mundo-palco" completo, onde as massas surgem e não fazem mais do que se mover sob a influência de forças. Cientistas criam modelos nesse palco – como as leis do movimento de Kepler – e comparam seus modelos com as observações do mundo real. Mas modelos são apenas aproximações, e devem ser constantemente aprimorados. Os primeiros trabalhos de Newton foram motivados pelas leis de Kepler, que ele presumiu serem descrições precisas – e isso o levou a concluir que as leis de Kepler estavam erradas, e a prever os seus desvios.[19]

Newton deu o "De motu" a Halley em dezembro de 1684. Este perguntou-lhe se poderia publicá-lo, mas Newton não permitiu. Em vez disso, se dispôs a expandir o artigo, integrando suas novas ideias sobre a estrutura do sistema solar a outras, inclusive a de Hooke, sobre a análise do movimento circular por meio de suas duas componentes.

O resultado obtido em 1686, depois de 18 meses de trabalho árduo, foi o *Principia*, o mais influente texto da ciência. Logo no início do Livro I, Newton habilidosamente usa o método de Hooke para analisar movimentos curvos, dividindo-os em forças centrípetas e inércia, para obter as leis de Kepler, entre outras coisas. No Livro II, Newton demonstra que os vórtices de Descartes não poderiam explicar o movimento dos planetas, e promete uma explicação adequada. No Livro III, "Sistema do mundo", Newton cumpre a promessa. Ele faz o "teste da Lua", medindo a força que puxa os objetos na superfície da Terra e mostrando que ela é da mesma natureza que a força que a Terra exerce sobre a Lua; além disso, essa força tem a mesma natureza que a força entre o Sol e os planetas, e entre os outros planetas e seus satélites. Até então – avisa Newton de forma dramática, alguns parágrafos adiante –, nós chamamos todas essas forças de "centrípetas", mas agora, que temos certeza de que se trata da mesma força, podemos chamá-la por um único nome: gravidade. A gravidade "existe em todos os corpos, universalmente", e sua intensidade entre dois corpos depende da massa desses corpos, e "será inversamente proporcional ao quadrado da distância entre seus centros". Ou, como escrevemos hoje, $F_g = Gm_1m_2/r^2$.

Mais tarde, Hooke reivindicou para si a descoberta da lei, e podemos entender por quê. Também podemos ver por que Newton (e muitos historiadores) rejeitou a ideia. Newton claramente usou o trabalho de Hooke, mas, quando ele disse sua famosa frase sobre ter enxergado mais longe por estar apoiado sobre os ombros de gigantes, a declaração era verdadeira, embora irônica. Newton aludia à baixa estatura de Hooke; ou seja, a ajuda estava mais para uma banqueta do que para uma torre. Hooke tinha sugerido a lei do inverso do quadrado basicamente para um corpo, ou, no máximo, para os corpos celestes, enquanto Newton a tornou explicitamente universal. A ajuda mais importante que Hooke deu a Newton foi mostrar como tratar os movimentos orbitais curvos. Mas a disputa sobre o pioneirismo se torna mais obscura, tanto factual quanto moralmente, pelas práticas mentirosas de Newton, de alterar datas de fatos e eventos importantes de seus trabalhos sobre a gravitação universal em suas memórias e conversas – incluindo o teste da Lua –, de modo a garantir o pioneirismo sobre Hooke. Ainda assim, o que faz com que Newton sobressaia na disputa – acima de Boulliau, Hooke e todos os outros – foi sua declaração explícita de que a gravidade não é somente uma força pela qual corpos capturam outros corpos ou são por eles capturados – não somente os corpos que caem em direção a outros corpos ou os corpos celestes entre si –, mas de todos os corpos em relação a todos os corpos.

Havia alguns componentes estranhos nas afirmações de Newton. Por que, por exemplo, a massa de um objeto que estava ligada à força da gravidade era a mesma massa do empurra e puxa descrito por $F = ma$? Não precisava ser. Teria sido por acaso? Se foi, era um acaso muito estranho. A resposta a essa pergunta seria uma peça importante no desenvolvimento da teoria da relatividade geral, mais de duzentos anos depois. Mas, na época de Newton, era preciso pensar muito para entender isso como uma dúvida, tão corajosa e atordoante era a visão por ele adotada.

Aquela era uma perspectiva profundamente democrática. A gravidade era uma força universal, independentemente do aspecto do corpo, nem onde ele está no Universo, mas tão somente de quanta massa ele possui. Galileu havia universalizado as coisas, e tido ideias novas, ao pensar em todos os lustres como pêndulos. A universalização de Newton era mais ambiciosa ainda, ao tornar todos os corpos atratores. Gravitação são todos os corpos, todo o tempo, em todos os lugares.

A lei que explicou a lei

A equação da gravitação universal de Newton foi aclamada como uma das pedras fundamentais de uma das maiores transformações da ciência ocidental. Por causa dela, Newton passou a ser considerado o "padrão ideal" ao qual todos os estudiosos comparam os superastros dos respectivos campos de atuação. James Clerk Maxwell, por exemplo, chamava Ampère de "Newton da eletricidade", enquanto Alfred R. Wallace, Thomas Huxley e outros chamavam Darwin de "Newton da biologia".

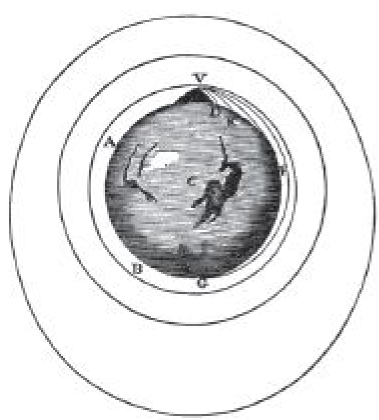


Diagrama do experimento mental de Newton, conhecido como "canhão de Newton", demonstrando a ideia de uma órbita. O que aconteceria se atirássemos uma bala de canhão, horizontalmente, do topo de uma

montanha que ultrapassasse a atmosfera? Quanto maior fosse a força inicial, mais longe iria a bala. Com força suficiente, ela retornaria ao pico da montanha, seguindo o mesmo caminho, indefinidamente.

Além disso, a lei de gravitação de Newton costumava ser citada como o tipo de lei que demanda um amadurecimento científico. François Magendie, em seu texto clássico, *Esboço elementar de fisiologia* (1817), lamentava a ausência, em seu campo de atuação, de "um intelecto de primeira grandeza que descubra as leis da força vital do mesmo modo que Newton descobriu as leis da atração".

Mas a influência da equação de Newton se estende para além da ciência – ela se irradia para a educação, filosofia, teologia e outras áreas da cultura humana. Também ajudou a mudar o próprio conceito de "lei".

Em tempos modernos, o conceito de lei científica tem um significado específico: é algo que descreve a natureza e seu comportamento. Por exemplo, no livro *O software do Universo: uma introdução à história e à filosofia das leis da natureza*, o filósofo Mauro Dorato, da Universidade de Roma III, diz que uma lei científica é "uma relação matemática entre as propriedades de um sistema físico".

Mas nem sempre foi assim. Para os gregos antigos, leis não eram descrições, mas *normas*, do grego *nomos*, os costumes ou hábitos dos seres humanos. Uma lei era uma ordem que um regente dava a seus súditos, que poderiam optar por obedecer ou não. (Para as partes não humanas do mundo, o que entendemos como leis era, naquela época, expresso pela ideia da natureza característica de algo.) Até o século XVII, muitos cientistas se recusaram a usar o termo "lei" para designar as regularidades da natureza, insistindo que aquilo era apenas uma extensão metafórica da linguagem social para o mundo natural. Mas a apreciação crescente da estrutura mecanicista do cosmo levou outros, como Descartes, a descrever a criação do mundo como o ato jurídico de um legislador supremo. A diferença entre a ordem humana e a não humana é que esta última segue Deus de forma inconsciente, enquanto a primeira o obedece (ou desobedece) conscientemente.

Newton via o mundo dessa forma. Ele via a si próprio descrevendo um princípio universal que permeia *todo* o Universo e afeta *tudo*, algo cuja influência é direta, imediata e autoritária. A própria universalidade desse princípio, e o cuidado que Newton toma ao dizer que a gravidade não é uma propriedade da matéria, era parte fundamental de sua visão de que descrevia as ações de um legislador supremo.[20] A matéria, para Newton, é inanimada; ela se move apenas quando tocada por uma força. Isso "desobstruía o caminho de Deus", garantindo que o Criador tivesse pelo menos uma das mãos livre.[21]

A visão mecanicista de Newton para o Universo, repleto de objetos passivamente influenciados por forças externas, era não só consistente com um legislador supremo, mas dependia dele. Como poderia haver leis e não haver um legislador? Newton escreveu: "Esse muito Elegante Sistema de Planetas e Cometas só poderia ser produzido pela Sagacidade e a Dominação de um Ser Inteligente e Poderoso". (O fato de sir Isaac Newton ter pensado isso acerca da origem do sistema solar – que agora sabemos pode ser explicada de forma simples através de alguns princípios físicos que atuam ao longo do tempo – nos faz ficar surpresos com o enorme orgulho intelectual exibido por aquelas pessoas de capacidade intelectual muito limitada, que, ainda hoje, julgam que sua possibilidade de explicar a origem de algo automaticamente significa que este algo deve ter sido criado por algum deus.)

A equação da gravidade de Newton deu um grande impulso à tendência de se encarar as leis de forma descritiva, e não normativa. A influência foi inversa: a linguagem natural agora se estendia para o mundo social.

Um dos auxiliares de Newton, membro da Royal Society, John Teophilus Desaguliers, compôs um poema intitulado "O sistema do mundo newtoniano, o melhor modelo de governo". Desaguliers via o sistema newtoniano, consistindo na "mais regular Atração da Gravidade Universal (ou atração), cujo Poder se difunde desde o Sol até o próprio Centro dos Planetas e Cometas", como "uma imagem vívida de nosso Sistema" de governo (britânico), "a Monarquia limitada, no qual nossas Liberdades, nossos Direitos e Privilégios estão tão bem-assegurados". Graças a isso, ele concluía: "A Felicidade que usufruímos sob o Governo atual de Sua MAJESTADE" é um sinal "de que a A-T-R-A-Ç-Ã-O é agora universal no Mundo Político como no Filosófico".[22]

Mas os teóricos da política também começaram a recorrer à linguagem newtoniana – usaram-na tanto que ela passou a influenciar a concepção moderna de democracia, como detalhou Cohen em seu livro de 1995, *A ciência e os Pais Fundadores: a ciência no pensamento político de Thomas Jefferson, Benjamin Franklin, John Adams e James Madison*. Todos os fundadores dos Estados Unidos leram Newton, ressalta Cohen. Jefferson, que Cohen define como "o único presidente americano que já leu o *Principia* de Newton", tinha várias cópias do *Principia* em sua biblioteca, e um retrato de Newton na parede; na juventude, Franklin ficara tão impressionado com Newton que tentara conhecê-lo pessoalmente em Londres; Adams certa vez citou as leis do movimento num debate político; e Madison escreveu um ensaio comparando a natureza com os assuntos humanos.

Até o nascimento do socialismo está ligado à lei de Newton. Para o pensador político Henri de Saint-Simon (1760-1825), um dos fundadores do socialismo, a lei de Newton era não somente um dos mais puros exemplos do pensamento científico; ela também fornecia um modelo para a criação de uma ciência da vida social baseada na fraternidade universal e na organização coletiva. Saint-Simon teve uma visão na qual Deus lhe confessou que Newton sentava ao Seu lado direito e decretou que o mundo deveria ser governado por um comitê chamado Conselho de Newton. Sua tarefa principal, além de melhorar a humanidade – Saint-Simon está citando Deus –, era descobrir uma "nova lei de gravitação aplicável a corpos sociais". A equação de Newton não era apenas um elemento-chave, mas *o* elemento-chave, unificando a ciência e estimulando a busca de uma lei da ordem social que funcionaria não somente com indivíduos e grupos, mas com nações inteiras. Saint-Simon até criticou Newton por ter falhado em tornar a gravidade um sistema filosófico que abrangesse todas as coisas.[23] Quanto antes a humanidade encontrasse essa lei e reorganizasse a sociedade de acordo com ela, mais cedo os homens seriam libertados.

É verdade que Saint-Simon era um personagem extravagante, o tipo de aristocrata megalomaníaco – idealista, péssimo escritor, idiota e excêntrico –, bem típico do socialismo no começo do século XIX. Mas ele não estava sozinho. Outros pensadores políticos, como Pierre Cabanis (1757-1808), Charles Fourier (1772-1837) e Giovanni Morelli (1816-1891), tentaram aplicar a lei da atração gravitacional à vida humana, afirmando que indivíduos livres, intelectualizados e conscientes seriam, ainda assim, compelidos por uma lei científica universal e determinista – um conceito que também influenciou Karl Marx (1818-1883).

A equação de Newton para a gravitação universal fez mais que quantificar a atração entre objetos, fossem eles pedregulhos, espaçonaves ou planetas. Entre outras coisas, ela inspirou estudiosos de outros ramos – até da teoria política – a buscar leis universais matemáticas e descritivas. Se o teorema de Pitágoras é uma prova que nos mostra o que é uma Prova, a equação de Newton para a gravitação universal é uma lei que nos mostra o que é uma Lei. Ao fazer isso, ela não apenas modificou nosso entendimento sobre a natureza, mas também nossas concepções sobre a ciência e a vida.

A equação permanece um símbolo das conquistas do conhecimento e da racionalidade. No romance *1984*, de George Orwell, a última demonstração de que o protagonista Winston Smith (depois de aceitar que 2 + 2 = 5) se entregou por completo à lavagem cerebral – se rendeu de todo e parou de pensar – é que ele refuta a lei da gravitação.

INTERLÚDIO
Aquela maçã

Então você que agora se deleita com o néctar dos deuses,
Venha celebrar nesta canção o nome
De Newton, querido das Musas; pois ele Decifrou os tesouros ocultos da Verdade:
Tão ricamente, com seu pensamento, Febo soltou
O esplendor de sua própria divindade.
Mais perto dos deuses, nenhum mortal pode chegar.
EDMOND HALLEY, *Ode a Newton*

E a maçã?

A história de que Newton descobriu a gravitação universal depois de ver uma maçã cair é uma das mais antigas e mais conhecidas lendas da ciência.[1] O incidente parece ter ocorrido entre 1665 e 1666, no pomar da família, em Woolsthorpe, Lincolnshire, onde Newton se refugiou de seus estudos em Cambridge por causa da peste. A história há muito foi descartada como ficção, e por diversas razões. Em primeiro lugar, parece muito teatral para ser verdade. Em segundo lugar, um biógrafo mal-humorado, mas bastante influente, chamado David Brewster, duvidava da história. Em terceiro, e mais importante, a história não descreve como grandes revoluções acontecem. A causa implícita na história – que, ao ver a maçã cair, Newton criou a lei da gravitação em sua cabeça, sem maiores análises e reflexões – tem que ser falsa. Como o biógrafo de Newton, Richard Westfall, observa, "a história vulgariza a gravitação universal ao tratá-la como uma ideia brilhante".[2]

Ainda assim, biógrafos já encontraram evidências abundantes de que a fonte primeira foi o próprio sir Isaac, que contou a história a diferentes pessoas – incluindo sua sobrinha (que a contou a Voltaire) e seu amigo William Stukeley (1687-1765). Esta é a versão das memórias de Stukeley:

> Como o tempo estivesse quente [Kensington, Inglaterra, 15 de abril de 1726], fomos até o jardim e bebemos chá, sob a sombra de algumas macieiras, apenas ele e eu. Entre outros assuntos, disse-me, ele vivera aquela mesma situação antes, quando o conceito de gravidade lhe veio à cabeça. Foi causado pela queda de uma maçã, enquanto ele estava sentado de forma contemplativa. Por que aquela maçã sempre caía perpendicularmente ao solo, pensou consigo mesmo. Por que ela não se movia para o lado ou para cima, mas sempre em direção ao centro da Terra?[3]

Ainda assim, deveríamos ser céticos. Por que essa personalidade notoriamente tímida, reservada e possessiva de repente se tornaria tagarela e expansiva, revelando a origem de sua maior descoberta? Não parece o verdadeiro Newton. Muitos cientistas e historiadores realmente acham que não era – que ele estava sendo desonesto, numa tentativa de atacar Hooke. Pois este afirmara ter sido o primeiro a vislumbrar a lei do inverso do quadrado para a gravidade, e havia até escrito uma carta para Newton procurando apoio para o fato de que ele, Hooke, havia sido o primeiro a fazer isso. Ao contar essa história, Newton datava sua descoberta da gravitação nos anos 1660, eliminando qualquer possibilidade de Hooke ter sido o pioneiro. Tal artifício parece mais próprio do Newton verdadeiro, embora não seja um Newton que estivesse falando a verdade.

Para um Newton que fala a verdade, o melhor que temos é sua resposta quando perguntado como era capaz de fazer descobertas como a da lei da gravidade: "Sempre pensando nelas", Newton disse. "Eu mantenho o assunto sempre diante de mim, e aguardo até que as primeiras ideias comecem a surgir, pouco a pouco, até formarem uma teoria."[4] Isso parece muito mais verdadeiro, e se assemelha também ao modo pelo qual são feitas outras descobertas – muito mais que a história da maçã. As pequenas ideias iniciais envolvem algo além de apenas uma visão mais clara das coisas;

envolvem também mudanças conceituais, transformação do que foi herdado e formação de novos conceitos e soluções. “A descoberta monumental da gravitação universal, que se tornou o paradigma da ciência bem-sucedida, não foi o resultado de uma luz genial isolada”, escreveu I. Bernard Cohen, mas um processo longo, envolvendo “a transformação de ideias existentes”. Cohen acrescenta: “A descoberta da gravitação universal nos traz o que eu acredito ser uma característica fundamental de todas as grandes rupturas científicas, das mais simples inovações até as mais drásticas revoluções: a criação de algo novo pela transformação de noções preexistentes.”[5]

Uma maçã pode muito bem ter tomado parte nos eventos que levaram Newton a pensar sobre a gravidade. Mas, se aconteceu, ela teve papel similar ao de Sócrates ao mostrar a diagonal ao escravo de Mênon – ajudou a jogar nova luz sobre um problema, ajudando a transformar seu pensamento nesse processo.

4. O padrão de ouro para a beleza matemática:

A EQUAÇÃO DE EULER

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

DESCRIÇÃO A base dos logaritmos naturais (um número irracional) elevado à potência de pi (outro número irracional) multiplicado pela raiz quadrada de menos um (um número imaginário) mais um é um inteiro: zero.
DESCOBRIDOR: Leonhard Euler
Data: Anos 1740

Como um soneto de Shakespeare que capta a essência do amor, ou uma pintura que traz à tona a beleza da forma humana que é muito mais profunda do que a pele, a equação de Euler alcança as grandes profundezas da existência.
KEITH DEVLIN

Quando Richard Feynman, aos quatorze anos, deparou pela primeira vez com $e^{i\pi} + 1 = 0$, o futuro Prêmio Nobel de Física escreveu em letras garrafais em seu diário que aquela era "a mais incrível fórmula matemática". Keith Devlin, professor de matemática de Stanford, declarou que "essa equação é o análogo matemático da *Mona Lisa* de Da Vinci, ou da estátua de Davi feita por Michelangelo". Paul J. Nahin, professor de engenharia elétrica, registrou em seu livro, *A fabulosa fórmula do doutor Euler*, que a expressão nos dá "o padrão de ouro para a beleza matemática". Um de meus correspondentes a descreve como "de enlouquecer"; outro a chama de "a equação de Deus".

Essa expressão, descoberta no século XVIII pelo matemático suíço Leonhard Euler, se tornou um ícone – um objeto com propriedades especiais, acima e além das verdades que ele representa – para muitas pessoas, até para aquelas com pouco treinamento em matemática. Como outros ícones, pode se tornar objeto não só de fascinação, mas também de obsessão.

É bom saber que a equação certamente é a única a ter se tornado evidência num julgamento criminal. Em agosto de 2003, atentados ecoterroristas a uma série de revendedoras de automóveis na região de Los Angeles resultaram em prejuízo de US$2,3 milhões; um prédio foi incendiado e mais de cem SUVs foram destruídos ou danificados. O vandalismo incluía pichações dizendo "bebedor de gasolina" e "assassino"; e num Mitsubishi Montero escreveu-se a fórmula $e^{i\pi} + 1 = 0$. Usando isso como pista e posteriormente como prova, o FBI prendeu William Cottrell, estudante de pós-graduação em física teórica no Instituto de Tecnologia da Califórnia, por oito acusações de incêndio criminoso e conspiração para provocar incêndio. No julgamento, que terminou com sua condenação, em novembro de 2004, Cottrell admitiu ter escrito aquela equação no Montero. "Eu acho que conheço aquela equação desde os cinco anos de idade", declarou Cottrell durante o julgamento. "Todos deveriam conhecer o teorema de Euler."[1]

Outra equação icônica, esta muito mais conhecida que a de Euler, é $E = mc^2$. Ela já faz parte da cultura popular e até se tornou monumento: durante a Copa do Mundo de 2006, as seis grandes esculturas erigidas em Berlim para ilustrar a criatividade alemã incluíam um carro, um par de chuteiras e uma representação gigantesca de $E = mc^2$.

Mas como é possível uma equação se tornar um ícone? Afinal, uma equação é só um passo no processo contínuo da pesquisa científica. A expressão de Euler foi apenas uma implicação de seus estudos sobre funções, enquanto $E = mc^2$ foi um subproduto da criação da relatividade especial. As equações não são somente ferramentas da ciência, com menos valor intrínseco e menos interesse que as tarefas para as quais elas foram desenvolvidas? Como algumas adquirem um valor inerente ou um significado para além do processo de pesquisa científica de que fazem parte? Ferramentas sem dúvida podem se tornar ícones, como, por exemplo, a foice e o martelo se transformaram em símbolos do Estado soviético – mas um objeto matemático e técnico, como uma equação? O que faz com que algo tão abstrato possa figurar, literalmente, lado a lado com um carro ou um par de chuteiras?

A história da fórmula de Euler nos ajuda a responder a essa questão.

As vizinhanças da matemática

Leonhard Euler (1707-1783) foi o mais prolífico matemático de todos os tempos; suas obras reunidas, quando terminadas, terão algo em torno de 75 volumes. Ele calculava sem esforço, "assim como os homens respiram, como as águias se mantêm no céu".[2] Ajudava muito o fato de ter uma memória prodigiosa que passeava por todo o espectro do pensamento humano, capaz de reter extensas tabelas matemáticas e o texto completo da *Eneida*, de Virgílio. Também ajudava o fato de ele ter habilidade para perceber conexões matemáticas profundas entre o que pareciam ser áreas bem distintas da matemática, sintetizando-as e tornando o resultado tão óbvio quanto 2 + 2 = 4. Suas equações sobre assuntos fundamentais são tão simples e elegantes que um de seus comentadores disse: "Essas formas agradam aos olhos tanto quanto ao espírito."[3] A famosa fórmula $e^{i\pi} + 1 = 0$ era a mais simples, elegante e agradável de todas.

Euler nasceu na Basileia, na Suíça. Seu pai, pastor protestante, despertou o interesse matemático do filho ao ensinar-lhe o básico. Euler continuou a receber acompanhamento particular em matemática até o ensino médio, porque a matéria não era ensinada na escola. Aos quatorze anos, entrou para a Universidade da Basileia e estudou uma grande gama de assuntos, de teologia e línguas à medicina, mas continuou fascinado pela matemática. Nas tardes de sábado, tinha aulas particulares com o famoso matemático Johann Bernoulli, e se tornou amigo de seus filhos, Nicolaus e Daniel. Depois que obteve o diploma, em 1723, Euler atendeu aos desejos do pai e tentou se tornar teólogo, mas logo voltou à matemática.

Leonhard Euler (1707-1783)

Matemática não era uma carreira fácil. Naquela época, as universidades eram bastiões do ensino de humanidades, com poucos lugares para matemáticos e cientistas. As poucas vagas para matemáticos ficavam em algumas das academias reais.

Para sorte de Euler, Pedro o Grande, da Rússia, e sua segunda esposa, Catarina I, um dos grandes "casais do Renascimento", estavam fundando a Academia de Ciências da Rússia, em São Petersburgo, e buscavam atrair para lá alguns dos luminares da ciência na Europa. Dois dos primeiros convidados foram Nicolaus e Daniel Bernoulli, que garantiram um convite para o amigo Euler. Pedro o Grande e Catarina morreram antes de Euler chegar à Academia, em 1727, e seus sucessores não tinham tanto entusiasmo pela instituição. Ainda assim, Euler foi bem-tratado e recebeu apoio. Ele estava cercado por cientistas de primeira linha e logo se tornou o matemático-chefe da Academia. Sua produção era tão grande que os editores da revista da instituição empilhavam os trabalhos que ele mandava e simplesmente pegavam o que estava em cima da pilha, quando tinham espaço na publicação. Os quatorze anos que passou na Academia representaram algumas dificuldades. A pior de todas foi a perda do olho direito, provavelmente pela fadiga do trabalho. Mas, durante esses anos, ele era livre para calcular com fúria, e, nesse processo, reordenou as bases da matemática.

A matemática muitas vezes cresce de forma indireta, assim como muitas cidades. Alguns assentamentos isolados surgem, com pouca interação entre eles. Os assentamentos começam a crescer e acabam por esbarrar uns nos outros, mas, como se formaram aleatoriamente, estão mal-adaptados à situação, e há pouco ou nenhum comércio entre eles. Aparece um líder visionário que entende cada região separadamente e, renomeando algumas ruas e construindo outras entre os centros principais, permite que os assentamentos se transformem numa estrutura maior, ao mesmo tempo mais simples, mais organizada e unificada.

Foi esse o papel que Euler desempenhou na matemática.

Naquela época, a matemática consistia em duas vizinhanças pujantes e bem-desenvolvidas, a geometria e a álgebra. *Geometria* é o estudo de pontos, retas, planos e das propriedades das figuras construídas a partir deles. Ela foi sistematizada na Antiguidade por Euclides nos *Elementos* (c.300 AEC). Uma subdivisão da geometria é a trigonometria – que se ocupa do estudo das relações entre os ângulos e os lados dos triângulos –, desenvolvida originalmente como uma ferramenta da astronomia.

Á*lgebra* é o estudo das equações de elementos finitos e soluções discretas, primordialmente preocupada com os números racionais – números que podem ser expressos como inteiros ou como a razão entre inteiros (na forma p/q), ou, falando de outra maneira, números cuja representação decimal se repete. (Números como π, em que os valores decimais seguem indefinidamente sem se repetir, se chamam irracionais.) A álgebra foi em grande parte organizada – e batizada – na Idade Média pelo matemático árabe Mohammed ibn Musa al-Khwarizmi (c.780-850), graças ao livro *Hisab al-jabr wa'l muquabalah* (830). *Al-jabr* foi como al-Khwarizmi batizou o processo de somar quantidades iguais a ambos os lados de uma equação para simplificá-la; depois que a palavra foi transliterada para o latim como "álgebra", ela se tornou representativa de todo um campo da matemática.

Unificação das vizinhanças

No começo do século XVIII, a matemática via nascer uma nova vizinhança, chamada *análise*, o estudo dos – a coleção de técnicas para lidar com os – infinitos, por exemplo, séries que possuem infinitos termos numéricos. A análise surgiu basicamente do cálculo, o estudo dos processos contínuos, que foi desenvolvido por Gottfried Leibniz e por Newton (que o chamava de teoria das fluxões). A análise também tratava de números irracionais e de números imaginários, ou a raiz quadrada de números negativos. Esses números foram batizados pelo filósofo e matemático René Descartes, que aparentemente os considerava obras de ficção – mas o nome acabou pegando, à medida que seu uso e seu valor para a matemática cresciam.

Mas foi Euler quem organizou a análise num corpo de conhecimento coerente e a transformou numa área organizada e robusta da matemática. Por exemplo, ele desenvolveu o primeiro estudo sistemático das funções. Estas são ferramentas matemáticas indispensáveis nos dias atuais, que ligam um número a outro (exemplos simples são fórmulas para calcular os impostos, ou para converter temperaturas de Fahrenheit para Celsius). Euler também desenvolveu e expandiu as ferramentas que os matemáticos tinham para somar séries de infinitos termos. Antes dele, os matemáticos consideravam que a soma de séries infinitas era uma tarefa desagradável, que vez ou outra precisava ser feita para resolver problemas nos quais nenhum outro método podia ser usado. Mas Euler mostrou que os matemáticos não precisavam temer essas séries – elas eram fáceis de ser manuseadas, contanto que fossem convergentes. Euler também foi o mais influente inventor de notações matemáticas na história. Alguns dos símbolos importantes que ele ou introduziu ou padronizou são:

- π, para a razão entre a circunferência e o diâmetro do círculo, talvez por ser a primeira letra da palavra "perímetro", em grego.

- *e*, para a base dos logaritmos naturais, provavelmente por ser a primeira letra da palavra "exponencial"; o logaritmo é a potência à qual uma base deve ser elevada para que se obtenha certo número, e *e* é a base dos logaritmos naturais ($\log_e y = x$ significa que $e^x = y$).[4]
- *i*, para $\sqrt{-1}$, o "número imaginário" básico, que certamente não é a ficção que Descartes julgava e amplia o leque de equações que podem ser resolvidas.[5]
- $f(x)$, para uma função de *x*, sendo a função uma relação de uma série de números com outra série.
- sen, como a abreviação da função seno, relacionando a medida de um ângulo num triângulo retângulo com a razão entre o comprimento do lado oposto e da hipotenusa.
- cos, como a abreviação da função cosseno, que relaciona a medida de um ângulo num triângulo retângulo com a razão entre o comprimento do lado adjacente e da hipotenusa.
- Σ, para a soma de uma série de termos.

Em 1741, depois de quatorze anos em São Petersburgo, Euler partiu para a Academia de Berlim, convidado por Frederico o Grande, outro homem com espírito renascentista, mas manteve uma constante correspondência com seus colegas na Rússia. Euler achou Berlim menos agradável que São Petersburgo. Frederico o Grande estava acostumado com mesuras, e o taciturno Euler era avesso a isso. O imperador o achava uma aberração na sua coleção de experts e o chamava de "ciclope matemático".[6]

Depois de quinze anos em Berlim, Euler voltou a São Petersburgo, em 1766, a convite de Catarina II, ou Catarina a Grande. Ainda que recebesse todo o apoio necessário, seus problemas de saúde aumentaram. Ele descobriu que estava com catarata no olho bom, portanto ia ficar cego. Tentou levar na esportiva – "Vou dedicar menos tempo às distrações", teria dito –, aprendeu a escrever com giz num quadro e ensinou os filhos a copiar seus cálculos. Menos distrações, sem dúvida. Euler prosseguiu no mesmo ritmo por mais dezessete anos, calculando, revisando, compondo, conversando enquanto andava ao redor de uma mesa, e os filhos e os assistentes escreviam suas palavras. Dessa forma, completamente cego, ele produziu quase metade de sua obra.

Em 1771, um incêndio destruiu grande parte de São Petersburgo. Com sua casa em chamas, Euler – fraco e cego – foi carregado para fora no colo de um amigo. E continuou a fazer cálculos. Em 18 de setembro de 1783, ele deu aula particular a um de seus netos, trabalhou em alguns problemas sobre as trajetórias dos balões e ponderava sobre possíveis órbitas para o recém-descoberto planeta Urano quando o cachimbo de repente caiu de sua boca. No mesmo suspiro, "ele parou de fazer contas e de viver".[7]

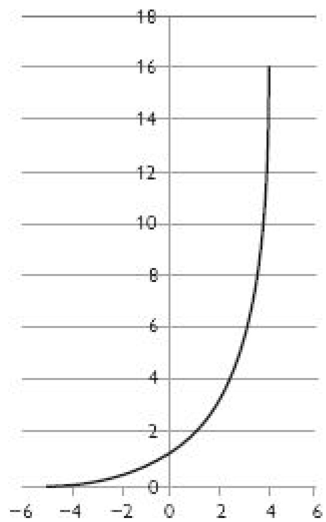
Hoje, a metrópole matemática é muito maior que no tempo de Euler. Está dividida em grandes distritos, incluindo análise, álgebra e topologia. Euler ajudou a desenvolver as três áreas. Seu livro de álgebra, *Instruções completas em álgebra*, mais conhecido como *Elementos de álgebra*, apresenta este campo essencialmente como ele é agora. Euler também ensaiou alguns passos em topologia, campo que ainda não existia na época, graças à famosa solução do problema das pontes de Königsberg, que pergunta: seria possível andar pelas sete pontes que ligam as margens e as ilhas daquela cidade sem passar pela mesma ponte duas vezes? Mas a topologia não seria reconhecida como um distrito da matemática nos próximos cem anos.

Euler ficou famoso, contudo, como o arquiteto mestre da análise: os estudiosos em geral o chamam de "análise encarnada". Seu trabalho mais famoso nesse campo é o livro em dois volumes escrito quando estava em Berlim, intitulado *Introdução à análise do infinito*, de 1748. Nele, Euler revelava várias descobertas sobre funções que envolvem séries infinitas, fornecia provas de teoremas que outros deixaram incompletos, simplificou muitas técnicas matemáticas e propôs definições e símbolos que desde então se tornaram padrão, incluindo π e *e*. "*Introdução* fez para a análise o que os *Elementos*, de Euclides, fez para a geometria e o *Hisab al-jabr wa'l muquabalah*, de al-Khwarizmi, fez para a álgebra. Foi um texto clássico, que inspirou gerações a aprender análise, especialmente as séries infinitas”.[8]

Introdução, contudo, fez muito mais que reorganizar a análise. Ao traduzir muitos termos e expressões matemáticos para a linguagem das séries infinitas, Euler transformou a análise de uma área em desenvolvimento na matemática numa região principal, assim como os campos da geometria e da álgebra. Ele praticamente tornou a análise a cidade central da matemática.

O elo profundo

Em *Introdução*, Euler anunciava a dramática descoberta de uma conexão profunda entre funções exponenciais, funções trigonométricas e números imaginários. A prova surgiu de seus estudos das funções exponenciais. Em termos bem simples, uma função exponencial é composta de um número chamado base e outro número, escrito na parte direita superior da base, chamado expoente, que indica quantas vezes a base deve ser multiplicada por ela mesma para produzir o valor da função (essa notação foi inventada por Descartes). Um exemplo simples é a função exponencial $y = 2^x$, onde 2 é a base e x, o expoente. Para qualquer número inteiro x, isso faz surgir uma série infinita de termos e um produto inteiro. Por exemplo, $2^2 = 2 \times 2 = 4$, $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$, $2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$, e assim por diante.



Esses pares de números inteiros podem ser tratados como se pertencessem a uma curva. Dos infinitos pontos numa dessas curvas, apenas alguns poucos pares são inteiros; os valores na curva entre os inteiros incluem decimais, como 3,81, e até números irracionais, como $\sqrt{2}$ e π. O que significa multiplicar um número como 2 por ele mesmo, 2,31, ou $\sqrt{2}$ ou π? Para números racionais, que podem ser expressos na forma *p*/*q*, isso significa a q-ésima raiz de 2 à potência *p*. Por exemplo, 2 elevado a 3,81 (= 381/100) é a centésima raiz de 2 elevado a 381. Para números irracionais, isso significa preencher algum ponto ausente daquela curva, que pode ser calculado como o limite de uma sequência infinita. Assim, 2^{π} é o limite de 2^3, $2^{3,1}$, $2^{3,14}$, ..., $2^{3,1415926}$, ... à medida que usamos mais e mais casas decimais na representação de π.

No Capítulo VII de *Introdução*, Euler mostrava que, ao escolher a base para uma função exponencial, havia inúmeras vantagens matemáticas em se selecionar um número criado pela adição dos termos da seguinte série infinita:

$$1 + 1 + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \frac{1}{5!} + \frac{1}{6!} + \frac{1}{7!} + \frac{1}{8!} + \frac{1}{9!} + \frac{1}{10!} + \frac{1}{11!} + \frac{1}{12!} \cdots$$

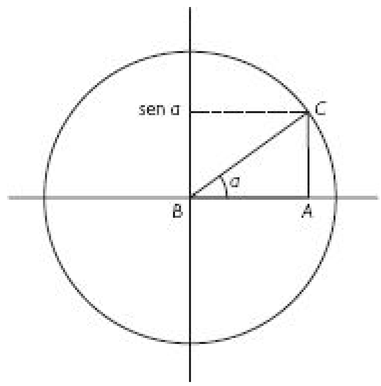
A soma desses termos, como Euler percebeu, é o número irracional 2,718281828459..., que, "pelo benefício de sermos breves", ele representou por *e*. Esse número é a base dos logaritmos naturais e uma das mais importantes constantes matemáticas. Euler percebeu que, se usarmos *e* como base dos nossos expoentes, a função e^x pode ser calculada, para qualquer *x*, por meio de uma série infinita:

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^5}{5!} + \frac{x^6}{6!} + \frac{x^7}{7!} + \frac{x^8}{8!} + \frac{x^9}{9!} + \frac{x^{10}}{10!} + \frac{x^{11}}{11!} + \frac{x^{12}}{12!} \cdots$$

Isso é conhecido como a função exponencial, um exemplo do que chamamos de série de Taylor.[9]

No Capítulo VIII de seu livro, Euler se voltava para as funções trigonométricas. Ele começou revisando o fato de que, se o diâmetro de um círculo vale 1, sua circunferência será o número irracional 3,14159265…, que "pelo benefício de sermos breves" ele diz que chamará de π. Ele então descreve as propriedades das funções trigonométricas, que associam ao ângulo de um triângulo retângulo várias razões entre seus lados. A função seno, por exemplo, associa à medida de um dos ângulos agudos de um triângulo retângulo a razão entre o comprimento do lado oposto a este ângulo e o comprimento da hipotenusa. A função seno pode ser generalizada de ângulos agudos para ângulos arbitrários da seguinte forma: desenhe um triângulo retângulo *ABC*, com hipotenusa *BC* de comprimento 1, no plano *xy*, de modo que o vértice *B* esteja na origem (0,0), o vértice *A* esteja no eixo positivo *x* e o vértice *C* esteja acima do eixo *x*. Seja *a* o valor do ângulo *ABC*, medido em sentido anti-horário a partir do eixo *x*. Então, sen *a* é a razão entre os comprimentos *AC*/*BC*, mas como *BC* é 1, sen *a* é o comprimento *AC*, que é a coordenada *y* do ponto *C*. Se tomarmos "coordenada *y* de C" como a definição de sen *a* (*a* é a medida do ângulo *ABC*), então temos uma definição que funciona para qualquer ângulo: rode *BC* de um ângulo *a* (começando no eixo *x* positivo e indo na direção anti-horária) e marque a coordenada *y* de *C*. Dessa forma, os senos variam de 0 a 1 (90 graus), de volta ao zero (180 graus), então até -1 (270 graus) e novamente zero (360 graus), e esse padrão se repete por sucessivos ciclos de 360 graus, produzindo um padrão conhecido como "onda senoidal", muito familiar aos osciloscópios.

A função generalizada do cosseno é definida da mesma forma, apenas devemos tomar a coordenada *x* de *C*. À medida que o ângulo varia, o cosseno vai de 1 a 0 a -1 a 0 a 1, repetindo-se exatamente como a função seno, produzindo o mesmo padrão que a função seno, mas fora de fase.



Euler então passa a enumerar várias propriedades mais ou menos óbvias dos senos e dos cossenos, incluindo o fato de que, por uma simples aplicação do teorema de Pitágoras, $(\text{sen } x)^2 + (\cos x)^2 = 1$.

Continuando a resumir coisas que Newton e outros predecessores já sabiam, Euler mostrou como as funções trigonométricas envolvendo senos e cossenos poderiam ser expressas em termos de séries infinitas. Por exemplo, a função sen *x* pode ser expressa como uma soma de infinitos termos, que escreveremos com esta fonte para que possamos de forma simples ver os termos:

$$\text{sen } x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \frac{x^9}{9!} - \frac{x^{11}}{11!} \cdots$$

enquanto cos *x*, cujos pedaços colocaremos nesta fonte, é:

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \frac{x^8}{8!} - \frac{x^{10}}{10!} \cdots$$

Euler então usou essas funções para mostrar que todas as outras funções trigonométricas podem ser expressas como séries infinitas.

A fluência de Euler em cálculos permitiu-lhe arrumar essas funções trigonométricas de modo que sua soma resultasse em algo idêntico à função exponencial de base *e*. Ele fez isso com o auxílio do número imaginário $\sqrt{-1}$, que depois – anos após ter escrito *Introdução* – representou por *i*. Embora *i* não seja um número "real" – um número com lugar garantido numa fila de números –, ele é empregado em operações matemáticas reais e permite que os matemáticos resolvam equações antes insolúveis. Se, por exemplo, você acrescentá-lo ao expoente de e^x, ele aparecerá em todos os termos da série infinita associada:

$$e^{ix} = 1 + ix + \frac{(ix)^2}{2!} + \frac{(ix)^3}{3!} + \frac{(ix)^4}{4!} + \frac{(ix)^5}{5!} + \frac{(ix)^6}{6!} + \frac{(ix)^7}{7!} + \frac{(ix)^8}{8!} \cdots$$

Mas i^2 é -1, portanto $i^3 = -i$, $i^4 = 1$, $i^5 = i$ etc. Assim, a série fica:

$$e^{ix} = 1 + ix - \frac{x^2}{2!} - \frac{ix^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{ix^5}{5!} - \frac{x^6}{6!} + \frac{ix^7}{7!} + \frac{x^8}{8!} \cdots$$

Euler percebeu que, se agrupasse os múltiplos de *i*, a série ficaria assim:

$$e^{ix} = \left(1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \ldots\right) + i\left(x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \ldots\right)$$

Ou, como ele escreveu no fim do Capítulo VIII de *Introdução* (colocando *i* onde ele usou $\sqrt{-1}$, como faz a tradução em inglês),[10]

$$e^{ix} = \cos x + i \operatorname{sen} x$$

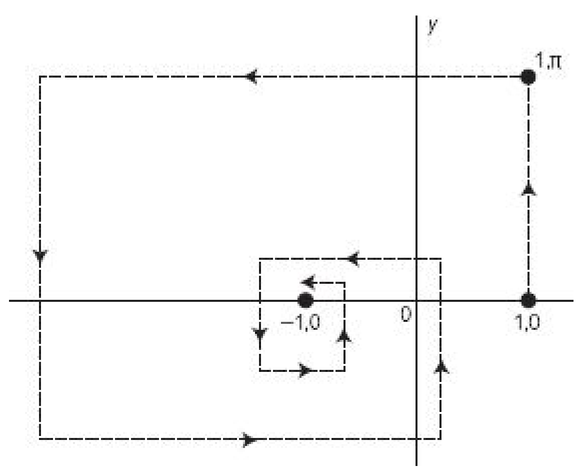
Essa equação estabelece a conexão profunda entre as funções exponenciais e trigonométricas. Quando o grande matemático indiano Srinivasa Ramanujan (1887-1920) descobriu a conexão por conta própria, ainda no ensino médio, ele a anotou entusiasmado – e ficou desolado quando descobriu que não era o único a ter alguns cálculos escondidos na manga.[11]

Essa equação é muito mágica, porém ainda há mais. Suponha que *x* seja π. O seno de π é 0, e o cosseno é -1. Assim, $e^{i\pi} = -1$, ou $e^{i\pi} + 1 = 0$.

Outro modo de demonstrar a veracidade da equação graficamente é a seguinte: suponha que coloquemos π no lugar de *x*. Então, a fórmula de alguns parágrafos atrás fica:

$$e^{i\pi} = 1 + i\pi + \frac{(i\pi)^2}{2!} + \frac{(i\pi)^3}{3!} + \frac{(i\pi)^4}{4!} + \frac{(i\pi)^5}{5!} + \frac{(i\pi)^6}{6!} + \frac{(i\pi)^7}{7!} + \frac{(i\pi)^8}{8!} \cdots$$

Os matemáticos conseguem somar essa sequência como uma série de vetores, cada um começando no final do vetor anterior e com o número imaginário *i* rodando o vetor em 90 graus no sentido anti-horário.[12] Se começarmos no 0, o primeiro termo (1) é um vetor que nos leva a uma unidade da origem, sobre o eixo *x*, para a coordenada (1,0). O segundo termo ($i\pi$) é um vetor que começa no ponto (1,0) e, rodado no sentido anti-horário em relação ao primeiro, vai até π, terminando no ponto (1, π). O terceiro termo, ($i\pi^2/2!$) é um vetor que começa no ponto (1, π) e – rodado de 90 graus em relação ao anterior – vai no sentido oposto do primeiro vetor, cruzando o eixo $y = 0$ até o ponto $(-(\pi^2/2 - 1), \pi)$. O quarto vetor é apontado para baixo, terminando abaixo do eixo *x*, e assim por diante. Como os vetores sempre são rodados em 90 graus no sentido anti-horário, e vão ficando cada vez mais curtos, porque o denominador aumenta muito mais rapidamente que o numerador, o resultado é uma espiral poligonal que converge para o ponto (-1,0) (ver diagrama).



Espiral poligonal, mostrando como a serie infinita converge para -1.

A fórmula simples de Euler (segundo algumas definições, nesta forma ela não é uma equação, porque não tem variáveis) contém cinco dos mais fundamentais conceitos da matemática – 0, 1, a base dos logaritmos naturais *e*, o número imaginário *i* e π –, além de quatro operadores (adição, multiplicação, exponenciação e igualdade), e cada um desses elementos aparece uma só vez. Ela diz que um número irracional multiplicado por si mesmo um número imaginário vezes um número irracional de vezes mais 1 é exatamente 0. Os números π^{e}, 2^{π} e e^{π} são todos considerados irracionais. Mas $e^{i\pi}$ conseguiu encontrar aquele exato lugar na arquitetura dos números onde números racionais, irracionais e imaginários se unem para, de maneira assustadora, "se equilibrar" e resultar em 0. Já se disse que toda a análise está centrada nessa equação.[13] Entre outras coisas, o resultado de Euler demonstra que os números imaginários, apesar do desprezo de Descartes, não estavam à margem, mas no centro da matemática – e daí, com o advento da mecânica quântica, no século XX, está também no centro da física, da engenharia e de qualquer área que lide com fenômenos cíclicos, como ondas que podem ser representadas por números complexos. Pois um número complexo nos permite representar ao mesmo tempo dois processos como a fase e o comprimento de onda – e uma exponencial complexa permite que mapeemos uma linha reta com um círculo no plano complexo.

Talvez seja verdade, então, que a fórmula de Euler $e^{i\pi} + 1 = 0$ é só um resultado, um passo, na pesquisa das funções. É "apenas" uma equação, um único passo de uma série de milhares no contínuo processo da pesquisa científica, uma mera consequência da extensa sondagem de Euler em relação às funções. Ainda assim, alguns passos de uma busca adquirem e merecem status especial. Algumas expressões servem como marcos na metrópole viva e apressada da ciência, uma cidade que sempre passa por renovações e recebe novas construções. Elas preservam o trabalho passado, orientam o presente e apontam para o futuro. Teorias, instrumentos e pessoas podem mudar, mas fórmulas e equações continuam sendo praticamente as mesmas. Elas são guias para fazermos as coisas, ferramentas que nos permitem projetar novos instrumentos e repositórios em que especialistas relatam e descrevem novas descobertas. Elas resumem e guardam, antecipam e abrem novos horizontes.

A equação de Euler também é um símbolo de como seu autor redesenhou a matemática. Esta, como as outras ciências, não se desenvolve ao longo de uma linha predeterminada, mas segue o incerto caminho histórico no qual cada geração de cientistas herda pressupostos, técnicas e conceitos da geração anterior, transforma-os e passa-os adiante novamente. Graças a esse processo, percebemos a área como se fosse estruturada de alguma forma particular, como se possuísse certa ontologia, com diferentes fenômenos pertencentes a domínios distintos. Toda equação, de forma implícita, faz referência a essa estrutura herdada. Mas Euler rearrumou essa ontologia, reorganizando-a de maneira que a análise ficasse no centro, com a geometria e a álgebra nas vizinhanças. Olhando em retrospecto, os matemáticos podem considerar a organização autoevidente – o que sem dúvida levou o matemático Carl Friedrich Gauss a dizer que quem não achasse óbvia a relação $e^{i\pi} + 1 = 0$ não era matemático. Quando você é um iniciado, nada lhe surpreende. Mas os matemáticos são forjados, não nascem prontos; na infância, eles ainda não são matemáticos e precisam aprender – e, ao aprender, muitas vezes vivenciam extensas transformações e reorganizações do conhecimento matemático que adquiriram apenas parcialmente. A breve fórmula $e^{i\pi} + 1 = 0$ é a mais sucinta expressão desse processo.[14]

Ainda há uma razão, ainda mais profunda, para que essa fórmula tenha se tornado um ícone. Como Devlin escreveu certa vez sobre ela:

> A equação de Euler vai até as mais profundas raízes da existência. Ela junta abstrações mentais originárias de muitos aspectos diferentes de nossas vidas, lembrando-nos mais uma vez que as coisas que se conectam e se unem são, em última análise, mais importantes, mais valiosas e mais bonitas que as coisas que se separam.

O comentário de Devlin sugere a principal razão para que uma equação como a de Euler atraia a atenção e o interesse, para além das pesquisas científicas particulares que a geraram. Ele serve como exemplo claro e conciso do que uma fórmula e uma equação fazem: elas mostram como os elementos em aparência independentes e até incompatíveis (números racionais, irracionais e imaginários) participam de uma unidade. E a equação faz isso de modo muito conciso, como se possuísse poucas partes móveis. Ao mesmo tempo, ela simplifica, organiza e unifica. Traz à tona o que as equações devem fazer. É uma equação que mostra o que é ser uma Equação.

INTERLÚDIO

Equações como ícones

JORNALISTA: Os russos têm algo semelhante ao Gismo?
CIENTISTA (Rod Taylor): Não, mas tenho certeza de que eles gostariam de ter.
JORNALISTA: Você pode nos dizer qual é a equação?
CIENTISTA: Não. Tenho certeza de que eles gostariam ainda mais de sabê-la.
A espiã das calcinhas de renda, 1966

As equações têm uma influência sutil na nossa fábrica de linguagem e no nosso pensamento, algo que vai muito além da ciência. Enfeitar pensamentos com uma roupagem matemática aparentemente os tornam mais respeitáveis, corretos, precisos e eternos. Piadas, aforismos, frases de para-choque e slogans de autoajuda muitas vezes são ressuscitados sob a forma de equações: "Conhecimento = Poder", "Guerra = Matança", "Preparo + Paciência = Sucesso". Escrevem-se equações *sobre* humor, como o seguinte resultado do episódio ocorrido em 2007, quando a rádio CBS demitiu o apresentador Don Imus por um comentário racista: "Cara branco + gíria negra = a comédia. Mas é aí que a coisa começa a dar errado. Cara branco + gíria negra – bom-senso = a tragédia."[1]

Ou considere as famosas equações de George Orwell em seu livro *1984*, que, apesar de serem obviamente falsas, apontam para um tipo diferente de verdade:

Guerra = paz
Ignorância = força
Liberdade = escravidão

Ainda que apresentem uma semelhança superficial com as equações da matemática e da ciência, esses enunciados são apenas metáforas disfarçadas. O sinal "=" aí não comporta a noção matemática de "igual a", nem mesmo a equivalência. Na matemática, "=" é quantitativo e quer dizer "exatamente igual a", em referência a um número de itens num conjunto ou a uma quantidade mensurável específica. Esta é a pedra fundamental da matemática. O modo como conhecimento é poder, para tomarmos um exemplo, é qualitativo e muito diferente, e deve ser abordado trazendo à tona as complexidades filosóficas dos significados aparentemente evidentes dos termos "o mesmo", "igualdade" e "ser".

Ainda assim, essas equações extravagantes intrigam, pois elas exibem uma perigosa esperança de que outras formas de conhecimento possam ser condensadas em equações, com uma arrumação bacana, quantidades equilibradas e unidades simples. Equações podem ser sedutoras e nos levar a julgar que essa é a maneira de pensar, e que outras formas são inferiores ou até defeituosas. O correspondente de uma revista científica, depois de receber o e-mail de alguém de uma fábrica de cereais que lhe pedia que produzisse uma equação para mostrar o melhor momento de adicionar leite ao cereal, fez graça sobre a forma que o público parecia obcecado em encontrar equações até para os atos mais banais. Sua carta suscitou comentários de outras pessoas – que já sabiam de pedidos de equações para fazer sanduíches, estacionar carros e até para "a comédia perfeita" –, observando que essa prática tinha um lado obscuro, não só porque era uma ciência errada, como também porque encorajava o comportamento irresponsável entre os cientistas, e uma visão errônea, por parte do público, sobre a natureza da ciência.[2]

Equações específicas também podem ter uma vasta gama de significados simbólicos. Peguemos 2 + 2 = 4, a irmã um pouco mais velha de 1 + 1 = 2. Na ficção e na realidade, ela já foi usada como símbolo da superioridade do irracional em relação ao racional, do racional em relação ao irracional e do divino em relação tanto ao racional quanto ao irracional.[3] No romance de Dostoiévski *Memórias do subsolo*, por exemplo, o narrador descreve essa equação como algo "insuportável", um "pedaço de insolência", estéril e racional, alguma coisa morta e aquém da consciência, que o narrador considera "infinitamente superior a duas vezes dois é igual a quatro". No romance *1984*, de George Orwell, por outro lado, Winston, o protagonista, usa 2 + 2 = 4 como uma verdade evidente, a pedra de toque da sanidade e da racionalidade, disponível para ser pensada em qualquer e a todo momento, a luz que brilha para mostrar a realidade objetiva, que lhe assegura e até lhe garante que a realidade objetiva existe; para o Partido, 2 + 2 = 4 é a resistência final que deve ser derrotada na esteira do pensamento inconsistente e das regras do Partido, o padrão externo que deve ser erradicado. Orwell, na verdade, apenas citava um slogan genuíno dos líderes da União Soviética, que usavam 2 + 2 = 5, escrito em outdoors e nos painéis luminosos, como símbolo de otimismo, da habilidade que o trabalho tem para vencer a natureza, do fato de que "milagres podem ser produzidos pela magia da pura força".[4] A equação correta – seca, racional e insossa – era falsa, aparentemente, porque não captava a habilidade criativa humana; a equação errada era verdadeira porque simbolizava o modo como a habilidade criativa do homem pode superar as limitações impostas pela natureza.

Enquanto isso, o arquiteto e inventor Buckminster Fuller gostava de definir sinergia com o slogan "1 + 1 = 4", querendo dizer que o uso eficiente e criativo das partes produz mais do que seria possível pelos métodos convencionais. Finalmente, a eminente teóloga de Oxford, Marilyn McCord Adams, ao debater que "a natureza humana não é criada para funcionar de forma independente, mas em onipresente parceria com seu Criador", fala sobre o "Espírito autodestrutivo", que é "sempre a parteira da visão criativa, sutilmente empurrando, sugerindo, direcionando e levando nossa atenção até que saltemos para a descoberta de que 2 + 2 = 5".[5]

Entre os romancistas que já usaram equações de formas bizarras está Italo Calvino, cujo livro *As cosmicômicas* apresenta a relatividade geral de Einstein num conto. Outro é Mark Leyner, cujo livro *Et tu, Babe* tem um personagem que diz ter tatuado no pênis a fórmula da energia de Max Planck, $E = hv$, algo associado à radiação e à potência – e é humilhado ao ter de confessar diante de um juiz que, na verdade, a tatuagem é $d = 16t^2$, a lei de Galileu para os corpos em queda livre.

Se as equações têm um lado obscuro, isso é porque elas podem nos levar a pensar que o conhecimento está contido na própria equação e não na construção continuada e na renovação da cidade da ciência (o que Platão chamava de mais questionamento). Elas podem promover a visão equivocada de que a ciência consiste numa série de fatos ou verdades a serem memorizados, e não o entendimento maior, a ser alcançado pela jornada que está além dos fatos e das verdades de que já dispomos.

5. O equivalente científico de Shakespeare:

A SEGUNDA LEI DA TERMODINÂMICA

$$S' - S \geq 0$$

DESCRIÇÃO A entropia do mundo caminha em direção a um máximo.
DESCOBRIDOR: Um elenco internacional de personagens.
DATA: Anos 1840-1850

> Várias vezes eu estive presente em reuniões de pessoas que, pelos padrões da cultura tradicional, são consideradas de grande educação e que têm demonstrado com bastante veemência sua incredulidade com relação à falta de conhecimento literário dos cientistas. Uma ou duas vezes fui provocado e perguntei aos presentes quantos deles poderiam descrever a segunda lei da termodinâmica. A resposta foi fria; foi também negativa. E eu estava perguntando o equivalente científico a: *você já leu alguma obra de Shakespeare*?
>
> C.P. SNOW, *The Two Cultures*

As duas primeiras leis da termodinâmica são fáceis de lembrar. Rudolf Clausius, que formulou a segunda e inventou a palavra "entropia" para designar uma medida de desordem, expressava-as da seguinte forma: "a energia do mundo é constante; a entropia do mundo caminha em direção a um máximo." Uma formulação popular em linguagem simples diz: "Você não pode ganhar. Você não pode nem empatar." A formulação simbólica de Max Planck da segunda lei, com S sendo a entropia num tempo anterior e S' a entropia num tempo posterior, está escrita acima.

Sobre os personagens

Ludwig Boltzmann (1844-1906)

Físico austríaco atormentado pela depressão e pelas mudanças de humor. Usa métodos estatísticos para mostrar como a agitação de enxames de pequenos átomos dá origem a propriedades macroscópicas da matéria. Famoso pela

equação de Boltzmann, $S = k \log W$. Profundamente perturbado com ataques à teoria atômica e, portanto, ao seu trabalho, por parte de colegas proeminentes. Em 1906, de férias perto de Trieste, se enforca enquanto a esposa e a filha estão nadando. Essa equação está entalhada em seu túmulo, em Viena.

Rudolf Clausius (1822-1888)

Físico alemão que põe um fim à batalha entre conversionistas e conservacionistas, ao declarar que há *dois* princípios em jogo, um que envolve a *conservação* de algo, que logo será chamado de energia, em trocas de calor e trabalho mecânico; o outro, a *conversão* de calor em energia. Cria a palavra "entropia", que ele indica por S, e é outro candidato a descobridor da segunda lei.

Lazare Carnot (1753-1823)

Engenheiro militar francês especializado em eliminação de resíduos. Obrigações militares interrompem seus estudos sobre a ineficiência de máquinas movidas a água. Passa um tempo na cadeia por seduzir uma mulher prometida a outro homem. Chamado de "Organizador da Vitória" pelos revolucionários franceses, graças à habilidade de resolver problemas, para a Revolução, de forma criativa. Pai e professor de dois filhos: Sadi e Hippolyte.

James Clerk Maxwell (1831-1879)

Um prodígio improvável, perturbado por colegas de classe cruéis que o chamavam de "Maluco", pelas roupas campesinas que trajava, o sotaque do interior e as perguntas sinceras. Funda o eletromagnetismo, fazendo uso de uma das mais brilhantes analogias da história, e pavimenta o caminho para a era eletrônica. Explica, entre outras coisas, os anéis de Saturno, o comportamento dos gases e a natureza dos piões, construindo “o pião mais imaginativo de todos os tempos”. Morre aos 48 anos.

Sadi Carnot (1796-1832)

Filho de Lazare, calado engenheiro que herda do pai um apartamento e o interesse em reduzir a ineficiência das máquinas movidas a calor. Escreve o trabalho mais seminal sobre o tema, *Reflexões sobre a causa motora do calor*, copidescado por seu irmão Hippolyte. O trabalho contém as noções de conservação, reversibilidade e o famoso “ciclo de Carnot”. Mas o livro é ignorado, Carnot para de publicar, contrai escarlatina, meningite e cólera, e morre aos 36 anos, num manicômio.

James Prescott Joule (1818-1889)

Ainda jovem, James constrói um laboratório caseiro na cervejaria de seus pais. Alguns anos depois, consegue obter medidas muito precisas de várias conversões de calor, energia elétrica, mecânica e química, entre si. É o primeiro a medir o equivalente mecânico do calor. Seu trabalho promove a ideia de conversão de energia e dá início à batalha entre os proponentes da conversão e os da conservação.

Robert Mayer (1814-1878)

Está embarcado como médico num navio nas Índias Orientais quando percebe o vermelho incomum no sangue dos tripulantes, o que significava que era um sangue rico em oxigênio. Deduz que o metabolismo humano é mais lento nos trópicos, e que o trabalho mecânico e o calor são intercambiáveis. Seu artigo incompreensível sobre o tema é rejeitado por uma revista, e ele o revisa e publica mais tarde. Deprimido com a rejeição à sua reivindicação de paternidade da segunda lei, atira-se de uma janela no terceiro andar e é levado a um manicômio, em camisa de força.

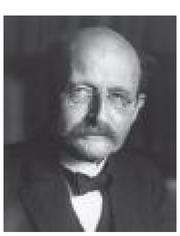
Conde Rumford (1753-1814)

Mercenário britânico, cientista amador e espião, realiza experimentos sobre o calor, em meio à sedução de viúvas ricas. Refuta a teoria do "calórico", proposta pelo ex-marido de sua mais recente conquista amorosa. Afirma que o calor não é uma substância, mas surge do movimento gerado pela fricção, e usa essa ideia para comparar quantitativamente diferentes formas de calor. Acha que é um novo Newton.

Hermann von Helmholtz (1821-1894)

Físico alemão que domina diferentes campos, contribui muito para eles, incluindo acústica, estética, anatomia, biologia, magnetismo, matemática, mecânica, meteorologia, oftalmologia, ótica, fenomenologia, filosofia, física, fisiologia e psicologia. Inventa o oftalmoscópio para examinar o interior do olho. É o mentor de vários astros em ascensão, incluindo três premiados com o Nobel, Albert Michelson, Max Planck e Wilhelm Wien.

Max Planck (1858-1947)



Sem se deixar abater pelo aviso de seu professor de que tudo na física já havia sido descoberto, enquanto se concentra em arrumar o já estabelecido – organizando a termodinâmica –, inventa o quantum e muda o mundo! Seu filho mais velho morre na Primeira Guerra Mundial, em Verdun; seu segundo filho é enforcado na Segunda Guerra Mundial por se juntar ao grupo que pretendia matar Hitler. Ganha o Prêmio Nobel em 1919. Um instituto de pesquisa de renome internacional é batizado em sua homenagem. E também um asteroide de 43km de comprimento.

William Thomson (1824-1907)

Polímata, trilíngue e hipermetrope filho de um professor de matemática, futuro Lord Kelvin. Sente-se dividido entre os conversionistas e os conservacionistas, e está determinado a celebrar a paz. Criador da nova ciência da mecânica do calor, que ele batiza de *termodinâmica*. Coautor do *Principia* da termodinâmica, *Tratado de filosofia natural*, e um dos muitos aspirantes a pai da segunda lei.

Wilhelm Wien (1864-1928)

Fazendeiro de coração, adota a física como segunda carreira. Escreve a lei de Wien, que usa a segunda lei da termodinâmica para mapear a relação de dependência entre radiação e temperatura, levando-nos "aos próprios portões da física quântica". Descobre uma partícula positivamente carregada que, depois de ser mais investigada por outros, recebe o nome de próton. Ganha o Prêmio Nobel em 1911. Uma cratera de Marte, com 120km de diâmetro, tem seu nome.

Essa lei é essencial às atividades do mundo que nos cerca. Se você não entende isso, compreenderá pouco como o mundo funciona. Essa foi, sem dúvida, a motivação de C.P. Snow, ao dizer que perguntar a alguém se ele consegue descrever a segunda lei da termodinâmica é como perguntar: "Você já leu alguma obra de Shakespeare?" Deveria causar o mesmo tipo de vergonha para alguém que se considera culto responder "não" a qualquer dessas duas perguntas.

Minhas ideias sobre isso são ainda mais radicais. Eu acho que a segunda lei da termodinâmica é realmente shakespeariana. Sua história engloba poderosos personagens precisamente desenhados. Ela tem implicações fundamentais para a vida. E foi revelada da mesma maneira que muitas peças de Shakespeare.

Aqui está o resumo do enredo de uma possível versão.

PRÓLOGO

Europa, final do século XVIII

Uma nova mecânica surge no horizonte. A máquina a vapor e outras tecnologias chamaram a atenção para os fenômenos pertinentes ao calor. Motivadas por necessidade prática e curiosidade, legiões de inventores tentam construir máquinas a vapor mais eficientes. Mas o trabalho é basicamente amador, porque pouco sabem sobre o calor. Este parece ser uma força – nós podemos usá-lo para o trabalho! –, mas não pode ser explicado pelo empurra e puxa newtoniano. Uma teoria do calor se faz necessária, e surge uma hipótese bem tosca, chamada "teoria do calórico". Desenvolvida na segunda metade do século XVIII pelo cientista francês Antoine Lavoisier – "pai da química moderna" –, essa teoria considera o calor um fluido invisível e sem peso que flui de um lugar para outro; este é o ponto de partida para entendermos o calor como força. Muitos cientistas, cujas motivações vão de curiosidade e zelo profissional a orgulho e ambição, voltam suas atenções para a força do calor. Eles logo se envolvem num conflito entre a conservação e a conversão do calor: a quantidade total de calor é sempre a mesma, ou o calor se converte em algo diferente? A solução desse conflito será a chave para a nova mecânica.

ATO 1

Paris e Munique, fim do século XVIII

Cena I. Paris, 1803

Lazare Carnot (1753-1823), engenheiro militar cujo talento é encontrar e eliminar ineficiências mecânicas e administrativas, publica um tratado sobre máquinas movidas a água, *Princípios gerais do equilíbrio e do movimento*. Siga a água, ele escreve: a potência máxima depende de quão grande é a altura de que ela cai. Encontre e elimine as fontes de perda, ele também aconselha, para fazer sua máquina funcionar melhor. Mas Lazare não pode seguir seus próprios conselhos. Ele é forçado a retomar suas atividades militares; em seguida, seduz uma mulher prometida a outro homem e acaba preso. É libertado quando começa a Revolução Francesa e se junta aos revolucionários, que o chamam de "Organizador da Vitória", pela forma criativa como mobiliza, treina e supre as tropas. Tem dois filhos, que educa em casa e que manterão seu legado: Sadi, engenheiro militar (batizado em homenagem a um poeta persa), e Hippolyte, jornalista e político.

Cena 2. Munique, 1797-98

Conde Rumford (1753-1814), mercenário e cientista amador, está em Munique, momentaneamente sem nenhuma viúva rica para cortejar. Ávido por revelar os mistérios do calor, ele coloca o cano de um canhão de metal numa cuba com água, aproxima uma furadeira a manivela, movida por um cavalo, e descobre que isso gera calor por atrito, fervendo a água em duas horas e meia. A teoria do calórico, formulada por Lavoisier (ex-marido de uma das amantes de Rumford) está errada, diz ele, pois aparentemente a quantidade inexaurível de calor gerada no processo não vem do metal nem da água, mas é claramente uma forma de movimento originado na fricção entre a broca e o canhão. Ele conta quantas velas são necessárias para ferver a mesma quantidade de água, de forma a comparar o calor à força mecânica. Relatando o experimento à Royal Society, ele implicitamente se compara a Newton, ao dizer que as leis do calor são tão importantes quanto as da gravidade. Mas Rumford não é Newton. Suas explicações não são completamente convincentes, e ele não possui uma teoria geral do calor – apenas algumas observações muito sugestivas. Ainda assim, sua ideia de que alguém pode comparar quantitativamente várias formas de trabalho para criar a mesma quantidade de calor (velas, cavalos), e o trabalho que o calor realiza de diferentes maneiras, ajuda a preparar o campo de batalha entre conservação e conversão.

ATO 2
Paris, Manchester E Oxford, anos 1820-40

Cena 1. Paris, 1823
Sadi Carnot (1796-1832), engenheiro calado, volta do leito de morte de seu pai Lazare para o apartamento que acabou de herdar. Decidido a continuar o trabalho do pai, Sadi se dedica a escrever um tratado, *Reflexões sobre a causa motora do calor*, a respeito de como tornar as máquinas a vapor mais práticas e eficientes. Temendo que seu estilo fosse muito rebuscado para atrair o público que ele mira, pede ao irmão, Hippolyte, que copidesque o original e revise a escrita. Máquinas a vapor, escreve ele, "parecem destinadas a produzir uma grande revolução no mundo civilizado". Ainda assim, continua, "a teoria sobre elas é muito pouco compreendida". Essa teoria deve começar formulando a questão geral: qual a maneira mais eficiente de se usar o vapor? Um fato importante a se considerar numa máquina a vapor, percebe Carnot, é o desempenho máximo, ou saída máxima; por exemplo, a que altura determinada quantidade de carvão consegue elevar determinada quantidade de água. Siga o calor, ele escreve. O calórico numa máquina de calor, como a água numa máquina movida a água, se conserva à medida que flui de algo quente para algo frio, e a potência máxima depende da magnitude da diferença de temperatura. A máquina mais eficiente é modelada por um ciclo ideal de expansão e compressão no qual a máquina trabalha de forma reversível; o calórico é conservado ao ir e vir entre os dois pontos extremos da temperatura, sem qualquer calor desviado (perdido) por fricção ou dissipação. Esta é uma descoberta importante, mas *Reflexões* quase sempre é ignorado. Carnot não publica mais nada, contrai escarlatina, meningite e cólera, e morre aos 36 anos, num manicômio.

Cena 2. Manchester, anos 1840
James Prescott Joule (1818-1889), que, quando jovem, construiu um laboratório caseiro na cervejaria de seus pais, consegue fazer medições muito precisas de várias conversões de calor e energia

elétrica, mecânica e química, uma para a outra; por exemplo, o aumento de temperatura que pás rotativas, mexendo água, produzem na água pela fricção. Ele calcula o equivalente mecânico do calor: uma caloria de energia faz um grama de água subir 1°C.

Cena 3. Oxford, 1847

O conflito entre conservação (a abordagem de Carnot) e conversão (a de Joule) se aproxima do fim. O jovem William Thomson (futuro Lord Kelvin, 1824-1907), o filho polímata, trilíngue e hipermetrope de um professor de matemática, viaja a Paris, onde lê o único comentário publicado sobre o trabalho de Sadi Carnot; fica tão impressionado que tenta em vão encontrar uma cópia do original. Em seguida, ele vai a uma conferência em Oxford, onde assiste a uma palestra de Joule. Este é maltratado pelos organizadores do evento, que lhe exigem ser breve. Mas as palavras de Joule causam grande impacto sobre Thomson. Como o calor pode ser convertido em outra coisa, se o espetacular trabalho de Carnot se apoia no fato de que a quantidade de calórico numa máquina é constante? O trabalho de Joule deve ter "grandes falhas", decide Thomson, e resolve encontrá-las.

ATO 3

Grã-Bretanha e Alemanha, anos 1840-60

Cena 1. Glasgow

Thomson, ainda convencido de que a teoria de conservação de Carnot está correta, e que algo deve estar errado no trabalho de Joule, vive outro impacto. Ele lê um artigo do físico alemão Rudolf Clausius (1822-1888), que também percebeu o conflito entre as abordagens de Carnot e Joule. Clausius estudava a teoria cinética, segundo a qual o calor e os gases são feitos de minúsculas partículas em constante movimento, e disse que o conflito entre Carnot e Joule é apenas aparente, não há divergência, na realidade, pois são *dois* os princípios envolvidos. Um refere-se à *conservação* de algo (não o calor, mas alguma coisa que logo será chamada de energia) nas trocas de calor e de trabalho mecânico; o outro princípio é de *conversão* de calor em energia, e da propriedade que diz que o calor não pode fluir espontaneamente de algo frio para algo quente. Inspirado, Thomson começa a alternar trabalhos com Clausius sobre a nova mecânica do calor. Em 1854, Thomson batiza a nova área de *termodinâmica*, das palavras gregas "calor" e "força". Algum calor em todas as máquinas, Thomson escreve, "está irremediavelmente perdido, e portanto 'descartado', mas de modo algum *aniquilado"* – sua versão do segundo princípio de Clausius. Este produz uma série de artigos que culmina em 1865, quando ele batiza a tendência que os processos de transferência de energia têm de ocorrer espontaneamente (desordem, como dizemos hoje em dia) de "entropia", do grego "transformação"; ele usa a letra *S* para se referir à entropia, uma função do estado de um sistema, e usa a fórmula $\int dQ/T \leq 0$. Em 1867, Thomson e seu colaborador Tait escrevem o *Principia* da termodinâmica, o *Tratado de filosofia natural*. Em 1872, Clausius formula o que passou a ser chamado de duas leis da termodinâmica: "A energia do mundo é constante; a entropia do mundo caminha em direção a um máximo."

Cena 2. Heilbronn, Alemanha

A batalha do pioneirismo começa. Em 1847, o médico alemão Robert Mayer (1814-1878) lê um artigo de Joule sobre a conversão do calor em energia mecânica e diz que já havia descoberto aquilo. Sete anos antes, como médico de bordo de um navio holandês nas Índias Orientais, Mayer deduzira que o vermelho incomum do sangue dos tripulantes – uma prova de que o sangue era rico em oxigênio – mostrava que o metabolismo humano era mais lento nos trópicos. Isso o inspirara a escrever um artigo sobre a intercambialidade do trabalho mecânico e do calor para o *Annalen der Physik und Chemie*, principal periódico científico alemão; mas o artigo, mal-escrito, foi tratado pelo editor como a carta de um lunático, e Mayer não obteve resposta – ainda que posteriormente ele tivesse revisado e publicado o texto em outro lugar. Deprimido por ver Joule contestar seu pioneirismo, Mayer se joga de uma janela do terceiro andar e é internado num manicômio, em camisa de força. Enquanto isso, outro físico alemão, Hermann von Helmholtz (1821-1894) também entra na disputa sobre a descoberta da primeira lei da termodinâmica, por causa de um artigo que escrevera em 1847, sobre "a conservação da força". Tait e Clausius brigam sobre quem descobriu vários princípios da termodinâmica, difamando-se em artigos e livros.

ATO 4
Londres, Graz e Viena, anos 1870

Cena 1. Londres e Graz

Outra disputa começa, desta vez sobre qual das duas leis da termodinâmica é mais importante, pois elas parecem incompatíveis. A primeira lei (conservação do calor/energia) sugere que os processos são reversíveis – que os estados "antes" e "depois" de um processo físico não podem ser diferenciados, pois um sempre pode se transformar no outro. A segunda lei (o calor nunca poderá ser completamente transformado em trabalho) aponta para a irreversibilidade, ou o que será conhecido posteriormente como "seta do tempo": a mudança tende a acontecer sempre em uma direção.

O problema atinge o ápice na especialidade de Clausius, a teoria cinética dos gases. Um gás é uma "coisa grande", governada por processos irreversíveis e pela segunda lei; mas é efeito de "coisas pequenas" – átomos e moléculas –, cada qual obedecendo aos princípios newtonianos de reversibilidade ditados pela primeira lei. Em 1859, James Clerk Maxwell (1831-1879) lê o artigo de Clausius sobre a teoria cinética dos gases e decide que os métodos estatísticos que ele acabara de usar para estudar os anéis de Saturno como uma coleção de corpos pequenos também pode se aplicar aos gases. Maxwell percebe que as moléculas vibrantes de um gás não chegam ao equilíbrio, com todas elas na mesma velocidade; ao contrário, elas apresentam uma variedade de velocidades que se aglomeram em torno de determinado valor. Imagine uma multidão de pessoas andando aleatoriamente numa plataforma de trem: elas não andam todas na mesma velocidade, mas a maioria se move, apenas algumas ficam paradas, outras tantas correm. Para entender o comportamento dos gases (ou de uma multidão), além disso, não é preciso saber as posições e as velocidades de todas as partes que os compõem. Basta saber a distribuição estatística das posições e velocidades.

Usando apenas métodos estatísticos e pressupostos da mecânica newtoniana, Maxwell cria uma equação que descreve o espectro de velocidades das moléculas de um gás. O gráfico é uma curva em forma de sino: poucas moléculas estão nas extremidades, sem movimento ou muito rápidas, a maioria se aglomera próximo ao valor da velocidade média, e suas quantidades diminuem nas altas e baixas velocidades. Mas o artigo de Clausius, de 1865, e seu trabalho experimental obrigaram Maxwell a modificar a teoria, e ele publica uma revisão em 1867. Conclui que a segunda lei é meramente estatística, verdadeira apenas quando envolve grandes quantidades de partículas, e não é válida para movimentos individuais. A segunda lei, ele escreve, é verdadeira pela mesma razão que a declaração "se você joga um copo de água no mar, você não consegue obter o mesmo copo de volta (isto é, as mesmas moléculas de água de antes)".[1] Num nível atômico, a reversibilidade é possível, e a segunda lei não vale, pensou ele. Mas por que, em princípio, a reversibilidade não vale para corpos maiores? Por que o calor não pode migrar de algo frio para algo quente?

Em 1867, escrevendo a Tait, Maxwell demonstra isso de forma criativa e teatral, com um experimento hipotético protagonizado por um pequeno "ser" que pode detectar as moléculas mais rápidas de um gás e, abrindo e fechando a porta de uma caixa nos instantes corretos, consegue isolar essas moléculas de um lado de certa fronteira, fazendo com que o calor flua para essa parte da caixa. Assim, a criatura parece refutar a ideia de dissipação de Thomson, fazendo com que o calor flua do frio para o quente. Maxwell publica a ideia em 1871, numa curta seção intitulada "Limitações da segunda lei da termodinâmica", de seu livro *Teoria do calor*. Isso parece dar fim à questão. Tudo é um problema estatístico.

Cena 2. Graz e Viena

Ludwig Boltzmann (1844-1906) amplia o trabalho de Maxwell. Em 1868, um ano depois do artigo de Maxwell, ele produz uma expressão para a distribuição de energia entre as moléculas de um gás que seria válida para qualquer tipo de gás. Para obtê-la, ele se apoia no pressuposto crítico conhecido como teorema da equipartição, segundo o qual uma molécula armazena energia distribuindo-a igualmente por todas as avenidas ("graus de liberdade") disponíveis. O trabalho também contém um termo agora famoso, a constante de Boltzmann, hoje conhecida por *k*, $1{,}38 \times 10^{-23}$ joules/Kelvin. O resultado é uma interpretação estatística minuciosa da termodinâmica.

Em 1872, Boltzmann generaliza seu trabalho ainda mais, num artigo revolucionário de título banal, "Pesquisas posteriores sobre o equilíbrio térmico das moléculas dos gases". Aí ele deriva uma função relacionada à entropia, hoje chamada de função *H*, cujo valor quase sempre cresce com o tempo até atingir um máximo – abordagem nova e totalmente diferente para se provar a segunda lei, de uma forma que mostra explicitamente a irreversibilidade, ou como ela cresce com o tempo. Mas o trabalho foi vítima do fogo amigo de Thomson, num artigo de 1874, chamando a pequena criatura de Maxwell de "demônio"; e, em 1876, do antigo mentor de Boltzmann, Josef Loschmidt, por não ter eliminado certos enigmas sobre a relação entre a segunda e a primeira leis. Se até sistemas complexos de muitos corpos, como, por exemplo, o conjunto dos planetas ao redor do Sol, são cíclicos, com os mesmos padrões se repetindo, então, por que isso não acontece com os sistemas termodinâmicos? Além disso, se dois gases se misturassem, seguindo a curva *H*, a entropia aumentaria – mas e se, depois disso, você revertesse todas as velocidades das moléculas dos gases, isso não faria a curva *H*, a "seta do tempo", apontar na outra direção, violando o teorema?

Boltzmann responde (1877) que, quando um grande estado corresponde a muitos pequenos estados igualmente prováveis, sua probabilidade está relacionada com o número de pequenos estados. Isso praticamente obriga os grandes estados a evoluírem na direção de seus estados mais prováveis. A abordagem de Boltzmann é uma interpretação explicitamente probabilística da entropia, introduzindo a probabilidade no eletromagnetismo e provando o aspecto central da irreversibilidade da termodinâmica. As leis de Newton + objetos feitos de inúmeros pedaços pequenos + leis de probabilidade = a seta do tempo. O proibido torna-se o altamente improvável. Em grandes escalas, você joga dados, e a estatística manda no processo.

Em 1879, esse trabalho foi ampliado pelo ex-professor de Boltzmann, Stefan, e tornou-se a lei de Stefan-Boltzmann, que relaciona a dependência entre radiação de um corpo negro e sua temperatura. Mas Boltzmann fica vulnerável à depressão, no final da vida, por conta de reveses pessoais e profissionais, e, em 1906, de férias perto de Trieste, se enforca, enquanto a mulher e a filha estão nadando. Em seu túmulo está gravada a equação, não da forma como ele a escreveu, mas como Planck a iria registrar: $S = k \log W$.

ATO 5
Berlim, anos 1890

Cena 1. Berlim, começo dos anos 1890

O físico Wilhelm Wien (1864-1928), um tímido que vê fracassarem suas tentativas de se tornar fazendeiro como os pais, amplia as ideias de Boltzmann sobre a segunda lei da termodinâmica. Ele é funcionário do Physikalisch-Technische Reichanstalt, o departamento imperial de normas, e, com outros cientistas, estuda algo chamado "radiação de corpo negro", estimulado por uma mistura de interesse teórico e motivação prática. Se você aquecer um corpo que absorve toda a radiação incidente (um "corpo negro"), ele acaba por se tornar brilhante e emitir radiação. De acordo com a mecânica clássica, algo naquele corpo é parecido com um ressonador, agindo como uma antena em miniatura, captando e emitindo energia na forma de radiação eletromagnética. É como se as cargas elétricas estivessem colocadas em molas de flexibilidades variadas, e elas oscilassem com taxas que dependem da flexibilidade da mola, e com uma intensidade que depende da temperatura.

Maxwell já havia explicado a criação da radiação, a absorção e a propagação. Experimentalistas haviam medido essa radiação e produzido curvas de comprimentos de onda e intensidades para diferentes temperaturas. Usando o trabalho de Stefan-Boltzmann, Wien escreve um artigo chamado "Uma nova relação entre radiação de um corpo negro e a segunda lei da termodinâmica". O texto inclui a lei de Wien, que usa a segunda lei para mapear a dependência da radiação com a temperatura, em altas temperaturas: "No espectro de emissão normal de um corpo negro, cada comprimento de onda é deslocado quando a temperatura muda, de tal forma que o produto da temperatura pelo comprimento de onda permanece constante."[2] Isso é conhecido como uma "lei de deslocamento", que foi reformulada em 1896.

Naquele ano, cientistas do departamento construíram um forno especial para medir os comprimentos de onda da radiação, com especial atenção para os comprimentos curtos, mais fáceis de serem detectados. A lei de Wien diz que a energia emitida cresce com a temperatura, embora o incremento não esteja igualmente distribuído por todos os comprimentos de onda, mas se altere para comprimentos de onda curtos. Contudo, os experimentalistas descobriram que, à medida que a curva de energia é estendida para os comprimentos de onda cada vez mais longos, a lei de Wien deixa de funcionar; mas quando a energia é baixa o suficiente, ela pode ser explicada pela teoria clássica. Como a lei de Wien se apoia diretamente na estrutura lógica da física clássica, isso é motivo de preocupação.

Cena 2. Berlim, final dos anos 1890

Max Planck (1858-1947), um revolucionário relutante, cujo "assunto de estimação" era a termodinâmica, vê-se atraído para o estudo da radiação de corpo negro. Em 1878, na pós-graduação, ele depara com uma coleção de trabalhos de Clausius, fica arrebatado e começa a redigir uma dissertação que critica as formulações existentes da segunda lei. Nessa época, a termodinâmica era tida como praticamente acabada, e não como um campo estimulante e até promissor para um jovem cientista. Mas Planck é temperamentalmente conservador, interessado em cimentar as bases, e algo o incomoda no que diz respeito à interpretação estatística de Boltzmann para a segunda lei. Ele acha que leis devem ser absolutas – sem exceções, não importando quão raras! –, e a segunda lei deveria ser tão universal quanto a primeira, e não verdadeira apenas com o apoio de uma prestidigitação estatística.

Em 1895, tendo se mudado para Berlim, Planck é incentivado por seu assistente Zermelo, que constrói a defesa de que a segunda lei *jamais* será provada, e, portanto, que processos verdadeiramente irreversíveis são impossíveis, porque qualquer sistema mecânico, por mais complexo que seja, deve eventualmente retornar ao estado próximo do inicial. Resolver o conflito entre a segunda lei, irreversível e probabilística, e a mecânica newtoniana, reversível e intransponível, é "o mais importante [problema] com o qual a física teórica está preocupada no momento", diz Planck. E a radiação de corpo negro parecia ser a chave, pois a resposta talvez estivesse na maneira como os ressonadores absorvem e emitem energia.

Por acaso, Berlim é o centro de estudos da radiação de corpo negro; Wien está lá, como muitos outros experimentalistas. Talvez ele pudesse se aproveitar do trabalho deles para mostrar como usar apenas a teoria do eletromagnetismo e as leis da termodinâmica para explicar a distribuição de radiação no equilíbrio. Planck começa revisando o trabalho de Boltzmann, para o tornar mais claro, e reformula a lei de Wien em termos da frequência, e não do comprimento de onda, tentando amarrar todas as pontas soltas da termodinâmica, da mecânica estatística e da teoria eletromagnética. Em 1897, Planck profere, na Academia Prussiana, a primeira de uma série de palestras que iriam durar vários anos, chamada "Sobre processos irreversíveis de radiação", na qual ele espera solucionar o que chama de "a tarefa fundamental da física teórica", a conciliação das duas leis da termodinâmica.

Na primeira palestra, ele mostra a necessidade urgente de se estudar a radiação de corpo negro por causa de uma contradição entre as duas leis da termodinâmica. A primeira lei da termodinâmica, ou "o princípio da conservação da energia", diz que todos os efeitos como a fricção devem ser reduzidos, num nível microscópico, a processos mecânicos e reversíveis. Mas a segunda lei da termodinâmica, ou "o princípio do aumento da entropia", exige que "todas as mudanças na natureza se façam numa única direção". Conciliar isso, ele diz aos seus ouvintes mais uma vez, é "a tarefa fundamental da física teórica".

Algumas palestras depois, em 19 de outubro de 1900, Planck depara com uma fórmula empírica que abrange tanto a lei de Wien para altas energias quanto a física clássica de baixas energias, inclusive daquela região constrangedora onde a lei de Wien não concorda exatamente com os dados experimentais. A fórmula continha "expressões completamente arbitrárias para a entropia", diz ele, baseado na noção de que ressonadores não poderiam oscilar em qualquer frequência, mas somente em algumas frequências específicas, relacionadas a um número batizado de *h*. Planck é, como sempre, muito cauteloso. "Até onde posso ver no momento", ele diz, o trabalho "se encaixa com os dados observados até o presente de maneira tão satisfatória quanto as melhores equações publicadas para o espectro". E conclui: "Eu deveria chamar a atenção de vocês para essa nova fórmula, que considero a mais simples possível."[3] Com essas palavras, Planck introduz – hesitante, até relutante – a ideia do quantum na física. Naquela noite, um dos experimentalistas se sente compelido a voltar ao laboratório e testar a "nova fórmula" de Planck, e confirma-a.

Planck retorna às atividades, entusiasmado, e, "depois de algumas semanas do trabalho mais extenuante de minha vida, a escuridão se desfez, e uma nova e inesperada perspectiva começou a surgir"; ele realmente uniu a termodinâmica, a eletrodinâmica e a mecânica clássica num pacote fechado, explicando o último pedaço do enigma experimental. É de fato um belo pacote, mas isso teve implicações surpreendentes. Nem Planck nem ninguém envolvido no tema, na época, se deu conta de que, ao completar as bases da termodinâmica, eles davam origem a um novo conceito de energia e chegavam ao limiar de um mundo radicalmente novo.

EPÍLOGO
Nuvens de tempestade

Em abril de 1900, Thomson dá uma palestra na Royal Institution intitulada "Nuvens do século XIX sobre a teoria dinâmica do calor e da luz".[4] "A beleza e a clareza" da teoria do calor e da luz – da termodinâmica e do eletromagnetismo – foi a coroação da ciência do século XIX, diz ele, mas o triunfo estava "encoberto por duas nuvens".

Uma das nuvens era a dificuldade de explicar como a Terra se move pelo éter. Os cientistas do começo do século XIX diziam que o éter deveria passar através dos átomos dos corpos sólidos "como o vento soprando por entre as árvores de um bosque". Mas Maxwell mostrara que o éter deveria ser mais parecido com um líquido ou um sólido elástico, exercendo força contra os objetos que nele se movem, dando a entender que o movimento da Terra pelo éter deveria ser detectável. Mas, Thomson continua, Albert Michelson e Edward Morley tinham acabado de realizar "um experimento admirável", sem falhas de projeto e execução, que aparentemente descartava essa hipótese. Uma saída foi pensada, de modo independente, por George FitzGerald e Hendrik Lorentz, mostrando que os cientistas poderiam "salvar" o éter se a matéria que passasse por ele mudasse minimamente de tamanho na direção do movimento – apenas uma parte em cem milhões (o quadrado da razão entre a velocidade da Terra ao redor do Sol e a velocidade da luz) seria suficiente! Mas Thomson acha a possibilidade bizarra, embora "brilhante". "Temo que devamos considerar ainda muito densa a nuvem número um", ele conclui.

A segunda nuvem tinha a ver com o "teorema da equipartição", tal como enunciado por Maxwell e Boltzmann, segundo o qual as moléculas armazenam energia espalhando-a por todos os caminhos possíveis. O teorema trazia uma explicação para as leis bem conhecidas sobre calores específicos de sólidos em altas temperaturas, mas também estava em contradição severa com os resultados experimentais de sólidos, gases e metais em baixas temperaturas. Dado o incrível sucesso da termodinâmica, os cientistas da época achavam essa discrepância desconcertante e se esforçavam para explicá-la. Thomson admite que ele mesmo não tem nenhuma explicação. Cita o físico inglês, lord Rayleigh, que lhe dissera que estava esperando algum novo princípio que trouxesse "a rota de escape para a destruidora simplicidade" do teorema da equipartição. Se tal rota aparecesse, Thomson diz ao concluir sua palestra, ela dissiparia a nuvem número dois, que tinha "obstruído o brilho da teoria molecular do calor e da luz durante o quarto final do século XIX".

Thomson não poderia saber, mas as duas nuvens do século XIX logo iriam se transformar em furacões do século XX: a relatividade e a mecânica quântica. Outras versões do drama da segunda lei da termodinâmica são diferentes em detalhes, em abrangência ou na quantidade e no tamanho do papel dos protagonistas. Mas o drama em si, eu afirmo, é shakespeariano. O elenco é formado por seres humanos poderosos, que se dedicaram de corpo e alma a seus trabalhos. A ação se desenrola à medida que esses indivíduos encontram problemas – pela diferença entre o que eles encontram e o que esperam encontrar; e tentam dar um sentido maior ao mundo, intervindo nele. Será que alguma vez um drama teve personagens tão bem-definidos e tão singulares, ou remodelou de maneira mais profunda nosso entendimento sobre nós mesmos e sobre o mundo?

INTERLÚDIO
A ciência do impossível

Quase todos os progressos da ciência foram pagos com um sacrifício, pois para quase todas as novas conquistas intelectuais, ideias e conceitos prévios tiveram de ser abandonados. Assim, de certo modo, o aumento do conhecimento e da compreensão diminui continuamente a afirmação do cientista que diz "entender" a natureza.

WERNER HEISENBERG

Muitos princípios da ciência têm essa forma: "Se você fizer *isso*, o que acontecerá é *aquilo*." A segunda lei de Newton, por exemplo, diz que a aceleração de certa massa será proporcional à força aplicada sobre ela. Tais princípios sugerem que alguns efeitos são praticamente impossíveis. Um pequeno número, no entanto, pertence a uma categoria diferente. Eles dizem, na verdade: "*Aquilo* não pode acontecer." Esses princípios dizem que alguns efeitos são fisicamente impossíveis.

Exemplos famosos desse último tipo são a primeira e a segunda leis da termodinâmica. Outros casos incluem o princípio de incerteza de Heisenberg e os princípios da relatividade, no que dizem respeito à impossibilidade de reconhecermos uma velocidade absoluta e a inexistência de velocidades mais rápidas que a da luz. Em geral, eles não representam uma "nova física", sendo deduções de outros princípios. O que difere é a forma. E alguma coisa sobre essa forma – afirmar que algo é fisicamente impossível – faz com que cientistas queiram se rebelar.

A ciência do impossível toma vários nomes. Ciência do "esqueça isso" é um deles; ciência "de jeito nenhum" é outro. Há meio século, o matemático e historiador da ciência sir Edmund Whittaker fez referência aos "postulados de impotência", que afirmam "a impossibilidade de se fazer algo, mesmo que haja um número infinito de maneiras de se tentar".

Um "postulado de impotência", Whittaker escreveu, "não é o resultado direto de um experimento, ou de um número finito qualquer de experimentos; ele não cita nenhuma medição, nem qualquer relação numérica ou equação analítica; é a certeza de uma convicção, de que todas as tentativas de fazer algo, por mais que se procure, estão fadadas ao fracasso".

Postulados de impotência, portanto, não parecem fatos experimentais que encontramos na vida real nem declarações matemáticas verdadeiras por definição, independentes da realidade. Ainda assim – Whittaker continua –, são fundamentais para a ciência. A termodinâmica, segundo ele, pode ser considerada um conjunto de deduções feitas a partir de seus postulados de impotência: o da conservação da energia e o da entropia. Talvez seja possível, argumenta, que, num futuro distante, cada ramo da ciência possa ser apresentado, como nos *Elementos* de Euclides, baseando-se num postulado de impotência apropriado.

Mas a ciência é importante por outra razão: ela atrai opositores. Não estou me referindo às infindáveis tentativas feitas por fraudadores e ingênuos de ignorar as leis da termodinâmica e construir uma máquina de moto-perpétuo. Não. Estou me referindo a cientistas sérios, que veem a ciência como um desafio para encontrar erros. Ao buscar essas incorreções, eles acabam por esclarecer os fundamentos daquela área.

A ciência dos opositores teve papel tanto na descoberta quanto na interpretação do princípio de incerteza, por exemplo. Em 1926, Werner Heisenberg anunciava sua nova mecânica matricial – uma abordagem puramente formal para a física atômica –, dizendo que os físicos deviam abandonar todas as esperanças de observar propriedades clássicas como a posição e o momento dos elétrons atômicos, e até o espaço e o tempo. Pascual Jordan fez o papel de opositor ao criar um experimento mental para derrubar as afirmações de Heisenberg. Suponha, dizia Jordan, que alguém pudesse congelar um microscópio até o zero absoluto – *então* esse alguém poderia medir a posição e o momento exatos dos átomos e de seus constituintes. Isso parece ter inspirado Heisenberg a pensar sobre a interação entre o instrumento que observa e a situação observada, colocando-o no caminho que logo o levaria ao enunciado do princípio de incerteza. Jordan, o opositor, forçou Heisenberg a refletir de forma prática, e não filosófica, esclarecendo a física envolvida na situação.

Depois disso, Einstein fez um papel famoso de opositor – tendo Niels Bohr como principal adversário – ao tentar imaginar maneiras inteligentes de medir simultaneamente a posição e o momento de uma partícula. Embora todas as suas tentativas tenham falhado, o debate ajudou muito os físicos a entender a natureza e as implicações da mecânica quântica.

Outro exemplo famoso de opositor é o experimento mental de Maxwell com a pequena criatura que controla uma porta, numa divisória de uma caixa fechada. Abrindo e fechando a porta, o "demônio" – como foi posteriormente chamado – permite que todas as partículas mais rápidas fiquem de um lado da caixa, violando a segunda lei da termodinâmica, ao fazer com que o calor flua para aquele lado. A discussão desse experimento mental ajudou a esclarecer os então misteriosos conceitos da termodinâmica.

Heisenberg certamente está exagerando quando diz que o progresso na ciência dissipa a afirmação de que o cientista entende a natureza: sem dúvida, o avanço da ciência é mais uma questão de se desenvolverem conceitos mais sutis e complexos que substituam – mas também abranjam – os anteriores, mais simples. Porém, esses conceitos mais sutis e complexos são em geral produzidos por aqueles que não estão satisfeitos com o plano de fazer o tipo de sacrifício que Heisenberg menciona.

Insatisfação, de fato, é uma poderosa mola propulsora da ciência, e ela pode surgir de várias maneiras. A ciência do impossível dá origem a um caso raro e especial de insatisfação. Esse tipo de ciência, de um modo geral, colide com nossos sonhos e esperanças

– de energia ilimitada, de viagens mais rápidas que a luz, ou de uma ontologia concisa, na qual todas as coisas estejam em seus devidos lugares, o tempo todo. Os seres humanos parecem predispostos a ter tais esperanças e preparados para renegar a ciência que as destrói. Não é de espantar que a ciência do impossível os deixe insatisfeitos. Mas, afinal, a ciência se beneficia disso.

6. O evento mais significativo do século XIX:

AS EQUAÇÕES DE MAXWELL

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 4\pi\rho$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} - \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{4\pi}{c}\vec{J}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} + \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

DESCRIÇÃO Uma caracterização completa do eletromagnetismo que, entre outras coisas, descreve como campos magnéticos variáveis produzem campos elétricos; afirma que não há monopolos magnéticos; descreve como correntes elétricas e campos elétricos variáveis produzem campos magnéticos; e como os campos elétricos são produzidos.
DESCOBRIDOR: James Clerk Maxwell.
DATA: anos 1860; reformuladas por Oliver Heaviside em 1884.

Quando se observar de muito longe – digamos, de um momento há dez mil anos do atual – a história da humanidade, não haverá muita dúvida de que o evento mais importante do século XIX será a descoberta de Maxwell das leis da eletrodinâmica. A Guerra Civil americana empalidece, com sua insignificância provinciana, em comparação com esse importante evento científico da mesma década.

RICHARD FEYNMAN, *The Feynman Lectures on Physics*

Certamente Feynman está brincando de novo, certo? A Guerra Civil americana foi um dos conflitos mais violentos da história. Mais de seiscentas mil vidas se perderam, somando um prejuízo de cinco bilhões de dólares; quatro milhões de escravos foram libertados, a servidão acabou, deixando feridas econômicas, políticas e sociais que até hoje não cicatrizaram. Como esse terrível evento, cujos efeitos ainda são sentidos nos nossos dias, pode ser eclipsado por algumas equações rabiscadas por um modesto escocês que tentava entender como descrever alguns efeitos de pouco ou nenhum valor prático?

Mas dessa vez Feynman não estava brincando. As equações de Maxwell descreveram um novo tipo de fenômeno – o *campo* eletromagnético – que não fora previsto pela mecânica newtoniana. Essas equações caracterizavam *completamente* o novo fenômeno. Elas também previam algo novo: a existência de *ondas eletromagnéticas* que podiam viajar pelo espaço. E a compreensão do eletromagnetismo que surgiu dessas equações ajudou a transformá-las, de mera curiosidade, na *fundação estrutural da Era Moderna*, representada por equipamentos eletrônicos e por qualquer dispositivo baseado em ondas eletromagnéticas, incluindo rádio, radar, televisão, micro-ondas e as comunicações sem fio. Nesse processo, as equações afetaram os seres humanos – como vivem e interagem uns com os outros, consigo mesmos e com o mundo – muito mais profundamente que qualquer guerra passada ou futura.

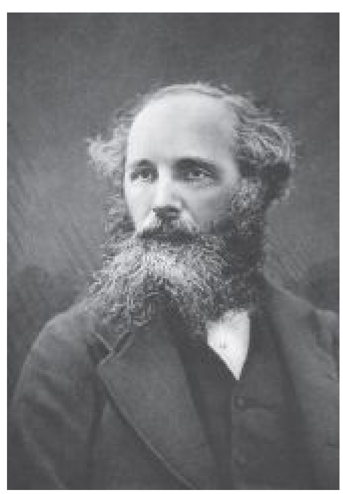
Maxwell

James Clerk Maxwell nasceu em Edimburgo, em 1831, e foi criado por seus pais na propriedade da família, em Glenlair, na região de Galloway, sudoeste da Escócia, onde foi educado por um tutor particular. Aos dez anos, foi mandado de volta à cidade, para uma escola chamada Academia de Edimburgo, a fim de receber instrução mais formal. Ali, seus colegas de cidade grande o apelidaram de "Maluco", porque usava roupas do campo, tinha um sotaque estranho, faltava-lhe brilho, e suas perguntas eram pueris. Mas essas perguntas – em geral uma versão de "como isso acontece?" – evidentemente nasciam de sua curiosidade, e não de estupidez. Seu intelecto jovem mais tarde foi cultivado por William Thomson, filho de um amigo da família sete anos mais velho que Maxwell, que tinha vocação científica e em 1846 já era professor em Glasgow, dedicando-se à pesquisa sobre a eletricidade.

Maxwell começou a estudar na Universidade de Edimburgo aos dezesseis anos, e na Universidade de Cambridge quatro anos depois, chegando ao Trinity College. Depois de se formar em Cambridge, em 1854, aos 22 anos, ele escreveu a Thomson que estava interessado em estudar a eletricidade, mas era um “novato elétrico”.[1] Maxwell, contudo, era excelente aluno, e logo se inteirou do assunto.

A área da ciência por vezes chamada de “estudos elétricos” era dispersa, formada pela contribuição de várias pessoas. O físico dinamarquês Hans Christian Ørsted (1777- 1851) havia demonstrado, em 1820, que uma corrente elétrica gera magnetismo à sua volta. Logo depois, o físico francês André-Marie Ampère (1775-1836) escreveu uma equação, conhecida como lei de Ampère, para caracterizar o fenômeno matematicamente: a força magnética total ao redor de uma espira de fio é equivalente à corrente total no fio. Nos anos 1840, o mentor de Maxwell, Thomson, percebeu semelhanças entre a transmissão da eletricidade e a do calor, e escreveu equações para a eletricidade explorando a analogia.

As mais extensas investigações haviam sido realizadas pelo cientista britânico Michael Faraday (1791-1867), que conduziu uma longa série de experimentos antes de escrever *Pesquisas experimentais em eletricidade*, em 1844. Entre outras coisas, Faraday descobriu a indução – um ímã móvel cria uma corrente, e uma corrente variável cria corrente em outro fio – e o “efeito Faraday” – quando a luz polarizada passa por um vidro, na presença de magnetismo, seu plano de polarização sofre uma rotação, o que significa que o magnetismo afeta a luz.



James Clerk Maxwell (1831-1879)

Mas o trabalho de Faraday era considerado suspeito por muitos cientistas da eletricidade. Eles viam essa área com olhos newtonianos, como se ela fosse causada por partículas ou por uma substância fluida que corria pelos fios e se aglomerava em certos materiais, governada por uma força que, como a gravidade, saltava instantaneamente pelo espaço para atuar a distância. Da perspectiva desses cientistas, para entender os fenômenos da eletricidade e do magnetismo, o que importava era a matemática. Faraday, por outro lado, estava convencido de que o éter preenchia todo o espaço, e que tanto a eletricidade quanto o magnetismo eram causados por perturbações no éter e transmitidos mecanicamente por ele, provavelmente com uma velocidade finita. Por conseguinte, ele tinha certeza de que o magnetismo e a eletricidade afetavam coisas como fios e condutores mesmo quando estes não se moviam, criando algo que chamou de estado eletrotônico. A matemática não era o suficiente; era preciso entender a atividade. Como Maxwell depois escreveu, contrastando a visão de Faraday com a de outros:

> Em seu pensamento, via linhas de força atravessando todo o espaço onde os matemáticos viam centros de força atraindo a distância: Faraday via um meio onde eles nada viam além da distância: Faraday buscou a base dos fenômenos em ações reais que ocorriam no meio; eles estavam satisfeitos por terem encontrado numa potência de ação a distância impressa nos fluidos elétricos.[2]

Contudo, a maior deficiência de Faraday, para seus contemporâneos na ciência, era a falta de sofisticação matemática. Ele até tinha um pouco de medo de matemática e preferia comunicar suas ideias por imagens. Relacionou perturbações no éter, por exemplo, com as "linhas de força". Inspirou-se, ao menos parcialmente, no fato de que, quando espalhamos limalha de ferro sobre um papel, perto de um ímã, a limalha se organiza em padrões ordenados, cada grão de ferro sofre indução e se torna ele mesmo um pequeno ímã, alinhando-se com outros grãos em suaves curvas que partem de um polo e convergem para o outro. Faraday passou a tratar esses padrões como manifestações observáveis de algo real que cruzava o espaço. As propriedades da eletricidade e do magnetismo, julgava ele, eram obtidas pelo modo como essas linhas se espalhavam, se espremiam e se curvavam, coisas para as quais ele tinha apenas uma descrição matemática rudimentar. Mas os pares de Faraday achavam que, embora o trabalho dele fosse experimentalmente interessante, faltava-lhe arcabouço matemático.

Maxwell daria esse arcabouço matemático aos experimentos de Faraday. Ao fazê-lo, seu impacto sobre os estudos elétricos seria como o de Euler na matemática; Maxwell unificaria muitas áreas que pareciam independentes e até conflitantes. Sua façanha seria tão vasta e meticulosa que ele transformaria o que parecia a mais independente e desenvolvida dessas áreas – a ótica – em subdivisão de um novo território, o eletromagnetismo. Enquanto Euler reorganizara a matemática, ao explorar em profundidade o potencial de uma área – a análise –, Maxwell faria sua reordenação criando um novo território, por meio de analogias. O uso que Maxwell fez das analogias foi dos mais brilhantes na história da ciência, ajudando a produzir uma das mais surpreendentes e decisivas transformações na história da civilização.

O mentor de Maxwell, Thomson, certa vez disse: "Eu nunca me satisfaço até que possa construir um modelo mecânico de algo. Se eu posso construir um modelo mecânico, consigo entender a coisa. Se eu não posso construir um modelo mecânico completo, não entendo a coisa."[3] Maxwell também era adepto desse método. Logo após se formar no Trinity College, ele deu uma palestra num clube de alunos de graduação sobre o tema – leve no tom, obscura na estrutura de argumentação, mas profundamente reveladora.[4] Analogias não dizem respeito a semelhanças, mas a relações, disse ele aos estudantes. Os cientistas as consideram valiosas porque a natureza não é como uma revista, onde você raramente espera encontrar, numa página, revelações sobre a página seguinte. A natureza parece mais um romance, em que assuntos inseridos no início podem voltar a surgir, de formas mais complexas e sutis, até o final. Assim, explorar a amplitude pela qual um novo e estranho fenômeno se parece com outro já bem conhecido, fazendo ajustes quando necessário, esta pode ser uma maneira frutífera de entender melhor o primeiro fenômeno.

Primeiro passo: a força matemática

Quando Maxwell proferiu essa palestra, ele já tinha começado a fazer as analogias para transformar a teoria da eletricidade e do magnetismo. O primeiro passo foi um artigo intitulado "Sobre as linhas de força de Faraday", que leu para a Sociedade Filosófica de Cambridge em dezembro de 1855, quando tinha 24 anos.[5] A ciência elétrica, começava a Parte I, estava uma bagunça. Havia dados experimentais para algumas áreas, mas nada para outras. Algumas ainda não haviam sido matematizadas, enquanto em outras, que já tinham sido, as fórmulas não concordavam entre si. Qualquer um que estudasse a eletricidade precisava se lembrar de tantas informações, e tão complexas, que era difícil pensar com clareza e dar alguma contribuição. Precisaríamos simplificar e reduzir a informação para compreendê-la melhor. "Não sou um experimentalista", reconhecia Maxwell, mas ele iria usar analogias físicas para desenvolver uma matemática mais adequada à ciência elétrica. Alertava os alunos para se lembrarem de que se tratava *apenas* de analogias. Desse modo, eles poderiam pensar de forma mais clara, pois não ficariam tão distraídos com a matemática nem tão empacados nos conceitos físicos aos quais ela se referia.

Maxwell, então, mencionava várias analogias úteis. Uma era a ideia de Faraday, de que a força exercida pela eletricidade se assemelha a linhas geométricas que se curvam no espaço. Outra era a hipótese de Thomson, de que a eletricidade flui pelo espaço como o calor flui através de um fluido: o centro de carga seria análogo à fonte de calor, os efeitos da atração ou repulsão elétrica seriam análogos ao fluxo de calor, a diferença de potencial, análoga à diferença de temperatura, e assim por diante. Uma terceira analogia era hidrodinâmica: uma carga elétrica seria como uma bomba que gera o jato de um fluido incompressível, como a água, com a potência da bomba substituída pela intensidade da força da carga, e assim por diante.

Maxwell continuou a usar a ideia "vaga e não matemática" de Faraday, de que um campo elétrico é formado por linhas de força que se espalham de uma carga para outra e preenchem todo o espaço. A cada ponto nessas linhas estão associadas uma direção e uma intensidade. Agora suponham, dizia ele, que a eletricidade se comporte como um fluido incompressível (como a água) – quer dizer, que as linhas de força sejam como pequenos tubos carregando o fluido, e que o movimento sofre resistência de uma força proporcional à velocidade. Mas suponham também que façamos uma correção nesse modelo para o contexto da eletricidade, dizendo que o fluido não possui inércia. Então, um arcabouço matemático semelhante ao usado para tratar o fluxo de um fluido, desenvolvido por Thomson, pode ser empregado nas conclusões de Faraday sobre as linhas de força. Maxwell lançava mão dessa ideia para colocar a indução e muitos dos outros conceitos físicos de Faraday – assim como a lei de Ampère – num conjunto de seis leis, no interior de um arcabouço matemático consistente.

Na Parte II do artigo, Maxwell abordava a noção de estado eletrotônico de Faraday, desenvolvendo uma variável para isso, algo que hoje é conhecido como vetor potencial magnético (ou $\vec{A}$), apoiado numa estrutura matemática implicando equações diferenciais (usadas para descrever propriedades que mudam constantemente no tempo) que ele havia aprendido com o trabalho de Thomson. A estrutura que desenvolveu não "*explica* nada", e lhe faltaria "até a sombra de uma teoria física verdadeira", admitia Maxwell; aparentemente, ela não dizia nada de novo. Mas fornecia as "fundações matemáticas" para as pesquisas de Faraday, condição necessária para qualquer eventual teoria física.[6]

Quando Maxwell mandou o artigo para Faraday, este respondeu que, a princípio, ficara "quase com medo", pela aplicação de "tamanha força matemática" ao assunto; mas depois se deleitou com o fato de que os esforços haviam sido bem-sucedidos.[7]

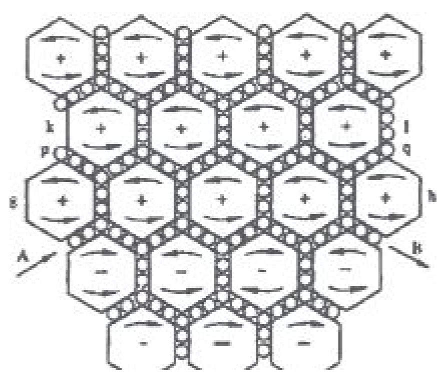
Segundo passo: a grande analogia

O segundo passo de Maxwell foi um artigo chamado “Sobre as linhas físicas de força”, escrito em 1861-62, e contendo um dos grandes usos de analogia na história da ciência. Ele começava por anunciar sua intenção de “examinar os fenômenos magnéticos de um ponto de vista mecânico”, e fazia referência a uma analogia que Thomson estabelecera para entender o efeito Faraday: se um campo magnético pode mudar o plano de polarização da luz, dizia Thomson, é como se cada ponto numa linha de força magnética fosse um pequeno e girante “vórtice molecular” que transmitisse um pouco de seu giro a qualquer onda de luz que passasse por ele.

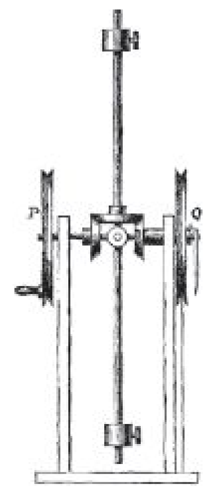
Maxwell levou a ideia adiante. Digamos que um campo magnético fosse feito por essas “células” girantes, como ele as chamava, cujos eixos estariam alinhados com as linhas de força magnética, como se amarrados a uma corda; quanto mais forte o campo, mais depressa as células girariam. Mas Maxwell sabia que era mecanicamente impossível haver células em cordas vizinhas girando na mesma direção – horária, por exemplo –, pois as células de uma corda iriam esbarrar nas de outra, em direção contrária. Maxwell retificou a ideia ao presumir que o espaço entre as cordas era permeado por algo parecido com o que os engenheiros chamam de “polia louca” – rolamentos menores, em contato com as células, que giram no sentido anti-horário, permitindo que todas as células rodem no sentido horário. Esses rolamentos permaneciam no lugar se as células vizinhas girassem com a mesma velocidade, mas uma alteração na velocidade dos vórtices fazia com que os rolamentos se movessem, e eles eram empurrados de uma célula para outra. Assim, Maxwell concluía, os rolamentos agiriam de forma muito semelhante a uma corrente.

O modelo demonstra os efeitos do magnetismo – a maneira como um campo magnético variável gera corrente elétrica, e uma corrente elétrica gera um campo magnético – como se fossem produtos de movimentos mecânicos de um meio. Vaivéns no éter poderiam produzir todos os efeitos elétricos e magnéticos que Faraday e outros perceberam. Ele até construiu uma explicação mecânica para o estado eletrotônico de Faraday – o que acontecia quando havia um campo magnético, mas nenhuma corrente elétrica; o estado eletrotônico era como o impulso das polias loucas quando elas giravam sem se mover.

Maxwell descreveu a ideia na primavera de 1861 e publicou-a aos poucos, entre março e maio. Então, foi para seu retiro usual de verão em Glenlair. Não tinha a ilusão de ter criado uma representação para o eletromagnetismo. Tudo o que desejava era que esse estranho modelo reproduzisse o que faziam os fenômenos elétricos e magnéticos; portanto, sua matemática também deveria funcionar para eles. Como observava ele, seu modelo era como um "planetário", ou modelo do sistema solar, comumente visto em museus de história natural, onde os planetas são bolas colocadas em hastes que giram em torno de uma bola central, o Sol. A vantagem de se construir tal modelo – colocando tudo o que se sabe nele – é que, quando se finda a tarefa, você pode estudá-lo como um todo, e é possível até ver mais do que se via ao estudar apenas as partes isoladamente.



Representação de Maxwell



Modelo de Maxwell

Durante suas férias, Maxwell percebeu que havia deixado algo importante fora do modelo. As células, ele sabia, deveriam ter pelo menos alguma elasticidade, como qualquer sólido. Mas essa elasticidade causaria alguns efeitos sobre o modelo que ele não contabilizara. Quando as células empurravam os rolamentos, mas estes não se mexiam (como num material isolante, por exemplo), mesmo assim a elasticidade das células empurraria os rolamentos um pouco, como bolas de borracha tentando resistir a uma força inamovível, até que o movimento fosse contrabalançado por forças no material. Caso se removesse a força, as células e os rolamentos voltariam às posições originais. Maxwell chamou isso de "deslocamento de eletricidade", cuja intensidade dependia da força eletromotora e da natureza do corpo. Ele percebeu que deveria incorporar isso à sua matemática, o que acabaria por produzir um pequeno fator de correção na lei de Ampère.

Havia algo mais revolucionário ainda: qualquer corpo elástico poderia transmitir energia de um lugar a outro sob a forma de ondas. Maxwell mostrara que o éter – o meio propagador dos fenômenos elétricos e magnéticos – deveria ser ao menos um pouco elástico. O meio poderia transmitir energia em forma de ondas de um ponto ao outro, por efeitos elétricos e magnéticos pulsantes que aconteciam perpendicularmente uns aos outros – dos rolamentos para as células e de volta aos rolamentos, repetindo-se indefinidamente. Essas ondas agiriam como a luz, refletindo, refratando, interferindo e polarizando. Maxwell se dispôs a descobrir com que velocidade as vibrações transversas atravessavam o éter, presumindo que elas eram transmitidas por forças puramente mecânicas. O resultado obtido, baseado no trabalho de Rudolph Kohlrausch e Wilhelm Weber – dois físicos alemães que haviam medido constantes elétricas alguns anos antes –, foi de 310.740km/s. Mas a velocidade da luz, medida por Armand Fizeau doze anos antes, era de 314.858km/s, valor sugestivamente próximo. Assim, Maxwell escreveu: "A velocidade das ondulações transversas em nosso meio hipotético, calculada a partir dos experimentos eletromagnéticos dos senhores Kohlrausch e Weber, concorda tão exatamente com a velocidade da luz calculada pelos experimentos óticos do senhor Fizeau que dificilmente podemos evitar a inferência de que *a luz consiste em ondulações transversas do mesmo meio que é a causa dos fenômenos elétricos e magnéticos*."[8]

Ele publicou os dois novos aspectos revolucionários de seu modelo como Parte III de seu artigo, em 1862.

Preservando o bebê

Dois anos depois, Maxwell deu um terceiro passo importante com o artigo "Uma teoria dinâmica do campo eletromagnético", escrito no fim de 1864 e publicado no começo de 1865. Nele, citava a analogia mecânica prévia apenas para abandoná-la, buscando apresentar todos os resultados – incluindo a corrente de deslocamento e a ideia de que a luz é uma onda eletromagnética – na forma de um conjunto de equações independentes.

> Assim, então, somos levados a criar um mecanismo complicado, capaz de uma grande variedade de movimentos, mas ao mesmo tempo tão conectado entre si que o movimento de uma parte depende, seguindo relações definidas, do movimento de outras; e esses movimentos são comunicados por forças que surgem do deslocamento relativo das partes conectadas, em virtude de sua elasticidade. O mecanismo tem que estar sujeito às leis gerais da dinâmica, e

deveríamos ser capazes de prever todas as consequências de seu movimento, portanto, saber a forma das relações entre os movimentos das partes.[9]

Maxwell continua, alguns parágrafos adiante: "Com o propósito de trazer os resultados para o domínio dos cálculos simbólicos, eu os expressarei na forma das equações gerais do campo eletromagnético." Ele então lista vinte equações em oito categorias gerais.[10]

Isso encerrou um dos mais notáveis usos de analogia na ciência. Sua façanha é descrita, muito comumente, sob a forma de outra analogia: "Maxwell jogou fora a água da bacia, mas preservou o bebê" – com a ressalva de que foi a água da bacia que gerou o bebê.

O *Tratado*

Em 1873, Maxwell publicou *Um tratado sobre a eletricidade e o magnetismo*, apresentação completa do ramo da ciência que ele havia desenvolvido com sua notável analogia, e a forma pela qual todos, por ao menos uma década, teriam de aprender o tema. Com cerca de mil páginas, era bem difícil e até irritantemente indigesto, pois Maxwell não fez esforço algum de condensar ou simplificar o assunto para o leitor, pretendendo com isso ser compreendido, e não econômico. Por exemplo, no capítulo mais importante, intitulado "Equações gerais para o campo eletromagnético", Maxwell resume seu trabalho em doze passos, de A a L, cada qual sobre uma equação ou grupo de equações. "Essas podem ser consideradas as relações principais entre as quantidades que estamos considerando", escreve. Algumas podiam ser unidas, "mas nosso objetivo não é ser compacto nas fórmulas matemáticas". Além disso, as equações se apoiavam em conceitos que eram extremamente complexos para serem utilizados por aqueles que tinham interesse prático no tema, mais notavelmente $\vec{A}$, o potencial vetor, e ψ, o potencial escalar.

O *Tratado* de Maxwell já confundiu os historiadores, porque, nele – e em outros lugares –, o autor nada diz sobre como produzir ou encontrar ondas eletromagnéticas. A ideia a respeito de ondas eletromagnéticas era a característica mais estimulante e inesperada de toda a obra de Maxwell. Seu silêncio sobre como produzir e encontrar essas ondas parece tão perverso quanto o de um astrônomo que tivesse previsto a existência de um novo planeta, mas não pensasse em usar um telescópio para observá-lo nem dissesse a alguém para fazê-lo. O silêncio de Maxwell é estranho o suficiente para exigir uma explicação. Alguns historiadores dizem que isso aconteceu porque ele estava menos interessado nas ondas eletromagnéticas do que na luz e no éter; outros afirmam que ele não divisou nenhum método para produzi-las ou detectá-las; ainda outros afirmam que simplesmente não teve tempo de pensar no assunto.

Nenhuma dessas explicações é realmente convincente, apesar de ser verdade que a carga de trabalho de Maxwell tinha aumentado muito na época da publicação do *Tratado*. Em 1871, ele foi nomeado supervisor do novo Laboratório Cavendish, em Cambridge, Inglaterra, e recebeu a incumbência de organizar os artigos do patrono, Henry Cavendish. Maxwell também se tornou coeditor científico da nona edição da *Enciclopédia britânica*. Esses projetos lhe deixavam pouco tempo para as pesquisas.

No entanto, Maxwell manteve seu interesse em descobrir se "o grande oceano de éter", como ele chamava, poderia de alguma forma ser detectado. É invisível, e pouco sabemos sobre ele. Nós nem sabemos, escreveu no verbete "Éter" da *Enciclopédia britânica*, se corpos densos como a Terra passam por esse oceano da mesma maneira que os peixes passam pela água, arrastando consigo uma pequena parte dela; ou se o éter pode passar através desses corpos, "como a água do mar passa por entre as malhas de uma rede que é puxada por um barco de pesca". Como registrou lindamente, ainda que com um pouco de ansiedade:

> Não há marcações no espaço; um pedaço do espaço é como cada outro pedaço, de modo que não podemos dizer onde estamos. Estamos como num mar sereno, sem estrelas, bússolas, sondas, vento ou maré, e não podemos saber em que direção seguimos. Não temos um diário de bordo que

pudéssemos consultar para obter uma posição estimada; nós podemos computar nossa taxa de movimento em relação aos objetos de nossa vizinhança, mas não sabemos como esses objetos podem estar se movendo no espaço.[11]

Há um truque para tentar detectar o éter, percebeu Maxwell, porque uma onda cruzando um meio se move com diferentes velocidades de acordo com a velocidade do meio. O som, por exemplo, sempre viaja na mesma velocidade – cerca de 330 metros por segundo, no ar –, graças a propriedades do meio (as moléculas de ar) que o propagam. Se há um vento soprando, o som viaja à mesma velocidade no ar, mas, como o ar carrega as ondas sonoras consigo, elas vão parecer mais rápidas ou mais vagarosas que o normal para alguém que esteja no solo. Se há um vento soprando, as ondas sonoras viajarão com velocidades diversas em diferentes direções.

Talvez o mesmo valesse para a luz. Ao se mover ao redor do Sol, a Terra pode "arrastar" alguma pequena quantidade de éter consigo, mas possivelmente teria uma velocidade variável em relação ao éter; deveria haver um vento de éter ou uma corrente de éter. A velocidade da luz talvez fosse diferente em direções distintas. A diferença deveria ser pequena – uma parte em cem milhões – em relação à velocidade da luz no éter em repouso. Seria possível medir isso?

Na Terra, provavelmente não. Se os experimentalistas emitissem raios de luz, ida e volta, em distintas direções, a diferença de um centésimo de milionésimo no tempo do percurso seria "um tanto imperceptível", escreveu Maxwell. "O único método prático é comparar os valores da velocidade da luz obtidos das observações dos eclipses dos satélites de Júpiter, quando este planeta é visto da Terra em pontos quase opostos da eclíptica."

Assim, em março de 1879, Maxwell entrou em contato com o diretor do Escritório do Almanaque Náutico, em Cambridge, na Inglaterra, para perguntar se alguma pesquisa naquele assunto havia sido realizada. "Eu não sou astrônomo", escreveu com sua modéstia usual, mas, "pelo que eu saiba, o único método" de calcular a corrente de éter seria fazer medições precisas do aparente retardo dos eclipses dos satélites de Júpiter.[12]

Nessa época, Maxwell já apresentava sintomas do que mais tarde se descobriu ser um câncer abdominal. Em novembro de 1879 ele morreu. A carreira dessa prodigiosa e inventiva força da natureza – cujas buscas silenciosas mudaram o mundo, afirma Feynman, mais profundamente que a Guerra Civil americana – terminou aos 48 anos de idade.

Maxwell deixou assuntos inacabados – ideias estimulantes sugeridas pelo seu trabalho e às quais, por um motivo ou outro, ele não tinha se dedicado. Uma era a questão da produção e da detecção das ondas eletromagnéticas; outra era a medição da corrente de éter; uma terceira era a releitura de sua série de equações numa forma concisa e de utilidade prática – o que se tornava cada vez mais importante, com a expansão do telégrafo. Cada uma dessas três ideias foi desenvolvida na década seguinte à morte de Maxwell.

Heinrich Hertz e a descoberta das ondas eletromagnéticas

Heinrich Hertz (1857-1894) nasceu e cresceu em Hamburgo, e em 1878 começou a estudar em Berlim, com Hermann von Helmholtz, que estava investigando a eletrodinâmica de Maxwell. Helmholtz tentou estimular o jovem e brilhante cientista de 22 anos a competir por um prêmio a ser dado para quem resolvesse um problema experimental, criado pelo próprio Helmholtz, que confirmaria uma das previsões da teoria de Maxwell. O jovem não se animou, temendo que o trabalho fosse tomar muitos anos de sua vida sem produzir um resultado que tivesse grande efeito, a ponto de ser decisivo, e preferiu se dedicar à tese de doutorado. Em 1885, Hertz foi morar em Karlsruhe, onde tinha acesso a um bem-equipado laboratório, que soube usar de forma inventiva.

Em 1886, a observação fortuita de que uma corrente oscilante provocava faíscas que saltavam numa espira de fio próxima colocou Hertz num caminho que o levaria à publicação, na edição de julho de 1888 de *Annalen der Physik*, de um artigo intitulado "Sobre as ondas eletromagnéticas no ar e suas reflexões". Hertz conseguiu medir o comprimento dessas ondas eletromagnéticas e mostrou que elas tinham as mesmas propriedades que outros tipos de onda – incluindo a capacidade de serem refletidas, refratadas, sofrerem interferência e polarização, e tinham uma velocidade finita –, numa assombrosa confirmação da teoria de Maxwell.

Enquanto isso, Oliver Lodge, professor de física em Liverpool, Inglaterra, notara que correntes oscilantes criavam ondas em fios. Em julho de 1888, Lodge terminou um artigo sobre seus resultados e embarcou num trem para os Alpes, a fim de fazer caminhadas durante o verão. Na viagem, ele começou a ler o então mais recente número do *Annalen* e tomou conhecimento do trabalho de Hertz. Lodge ficou consternado; ele planejava comparecer à reunião anual da Sociedade Britânica para o Progresso da Ciência em setembro, em Bath, e esperava ser aclamado por seu trabalho, mas percebia agora que os resultados de Hertz eram ainda mais impressionantes. Mesmo assim, Lodge entusiasmou-se com a elegância dos experimentos de Hertz, muito mais extensos que o seu, pois o alemão detectara ondas eletromagnéticas não somente em fios, mas também no ar.

A reunião de Bath foi a primeira apresentação pública das descobertas de Hertz para uma parcela mais ampla da comunidade científica, e as circunstâncias foram um tanto dramáticas.[13] O presidente da Seção de Física e Matemática ficara doente, e seu substituto de última hora era o físico irlandês George FitzGerald (1851-1901), que por quase uma década estudava a possibilidade de se produzirem ondas eletromagnéticas; portanto, ele estava bem-preparado para atestar a importância do trabalho de Hertz. Assim, embora na reunião tivessem sido apresentados um novo fonógrafo de cera, criado por Thomas Edison, e um discurso sobre "Social-democracia", por George Bernard Shaw, FitzGerald praticamente monopolizou os canais de comunicação: a força eletromagnética não age a distância, mas por ondas que viajam pelo éter.

"Mil oitocentos e oitenta e oito", disse FitzGerald, "será sempre lembrado como o ano em que essa grande questão foi decidida experimentalmente por Hertz, na Alemanha." Alertada pelo anúncio de FitzGerald, a revista *Time* descreveu o fato como "uma nova era". Mas a confirmação das ideias de Maxwell trouxe à tona a longa e profunda insatisfação com as fórmulas pouco práticas de Maxwell: FitzGerald relatou tentativas de alguns participantes de "assassinar ψ" e pelo menos rever o potencial vetor $\vec{A}$, e tornou-se consenso entre os presentes que algum tipo de homicídio conceitual se fazia necessário.

As dramáticas notícias sobre a criação e detecção das ondas eletromagnéticas – sugeridas pelo trabalho de Maxwell, mas não debatidas por ele – também nos dão um exemplo clássico da produtividade inesperada das próprias equações. Como Hertz certa vez disse sobre as equações de Maxwell: "Você não pode fugir do sentimento de que essas fórmulas matemáticas têm uma existência independente e uma inteligência própria, de que elas são mais sábias que nós, mais sábias até que seus descobridores; de que nós obtemos mais delas do que lhes demos originalmente."[14]

Albert Michelson e a inexistência do éter

A carta de Maxwell sobre a corrente de éter, enviada ao diretor do Escritório do Almanaque Náutico, foi lida na Royal Society no começo de janeiro de 1880, dois meses após a morte de Maxwell, e em seguida publicada na revista *Nature*. Um leitor fascinado foi o físico americano Albert A. Michelson (1852-1931). Formado na Academia Naval dos Estados Unidos, em Annapolis, Maryland, e professor de ciências da mesma instituição, Michelson sentiu-se atraído pelo desafio de medir a velocidade da luz, fazendo tentativas em 1878 e 1879, enquanto cabulava a tradicional cerimônia de Quatro de Julho da Academia.

A medição de 1879, quando Michelson emitiu um raio de luz, ida e volta, através de um caminho de cerca de seiscentos metros de comprimento, teve uma precisão inédita, que lhe valeu, aos 27 anos, grande renome entre seus pares americanos e uma menção na primeira página do *New York Times* de 29 de agosto. A fama de Michelson, no entanto, não impressionou a Academia Naval o suficiente para liberá-lo para uma viagem – mas ele conseguiu mexer os pauzinhos e garantir um período sabático que lhe permitiu viajar para a Europa no começo de 1880, a fim de estudar física no laboratório de Helmholtz. Depois de ler a carta póstuma de Maxwell na *Nature* de janeiro de 1880, Michelson inventou um dispositivo, chamado refratômetro de interferência, que usava espelhos para dividir um raio de luz por refração (mudança de direção), enviar os dois raios gerados em dois percursos perpendiculares e reunir os dois raios de volta. Quando os dois raios se reencontravam, eles se interferiam, e a diferença produzida pelo fato de viajarem em direções diferentes através do éter seria da ordem de uma fração do comprimento de onda – mas essa pequena diferença seria "facilmente mensurável", escreveu Michelson à *Nature*.[15] Explicando a seus filhos a experiência que planejava fazer, ele pediu que imaginassem uma corrida entre "dois nadadores, um se esforçando, ida e volta, contra a corrente, enquanto o outro percorria a mesma distância, mas apenas atravessava o rio, ida e volta". A ideia, disse ele, é que "o segundo nadador sempre vencerá, se houver corrente no rio".[16]

Um primeiro experimento, em 1881, não detectou corrente alguma, e parecia ter erros de projeto. Michelson pediu baixa da Marinha, mudou-se para a Case School of Applied Sciences, em Cleveland, Ohio, e passou a contar com a colaboração de Edward Morley (1838-1923), outro experimentalista, para aumentar e revisar o aparelho. O experimento também não obteve qualquer resultado, apesar da incrível sensibilidade de uma parte em quatro bilhões. Michelson ficou surpreso e desapontado com o resultado negativo, e ele e Morley abandonaram os planos para novas medições.

Mas outros cientistas, incluindo George FitzGerald, o físico holandês Hendrik Lorentz e o físico francês Henri Poincaré, realizaram tentativas desesperadas de provar tanto o experimento de Michelson e Morley *quanto* a existência do éter, esforços que prepararam o palco para a descoberta de Albert Einstein da chamada relatividade especial. Em 1907, por seu papel no magnífico experimento que tornou essa teoria possível, Michelson – inspirado pela carta de Maxwell – tornou-se a décima pessoa, e o primeiro americano, a ganhar o Prêmio Nobel de Física.

Oliver Heaviside e as "equações de Maxwell"

A padronização foi feita, em grande parte, graças a Oliver Heaviside (1850-1925), engenheiro elétrico autodidata, excêntrico e não muito honesto (descobridor do que já foi chamado de camada de Heaviside, atualmente conhecida como ionosfera), em geral chamado de "o último amador da ciência".[17] Heaviside saiu de casa aos dezesseis anos, nunca trabalhou numa universidade e lutou contra a pobreza, sustentado por parentes, amigos e uma pensão do governo. Seu único emprego foi como operador de telégrafo, durante quatro anos, e ele ficou avidamente interessado no problema prático de melhorar o fluxo de energia ao longo dos cabos telegráficos. Aprendeu a maior parte da matemática contemporânea por conta própria, usando-a de modo inovador para aprimorar o conjunto da teoria eletromagnética; introduziu os números imaginários na eletricidade, por exemplo.

Quando Heaviside deparou com o *Tratado* de Maxwell, sua reação foi muito parecida com a do próprio Maxwell diante do estado da ciência elétrica de sua época: muito complicada para ser útil na prática, porque era preciso levar em conta inúmeras informações ao mesmo tempo. A formulação de Maxwell de sua teoria – baseada no potencial vetor $\vec{A}$ e no potencial eletrostático ψ, uma relíquia da perspectiva da "ação a distância" – era particularmente ruim para os interesses mais urgentes da telegrafia, que envolviam o fluxo da energia eletromagnética ao longo de vias específicas.

As demandas dessa tecnologia prática, de fato, muito fizeram para o avanço da ciência do eletromagnetismo nos anos 1880.[18] Diversos pesquisadores do eletromagnetismo na época construíram modelos inteligentes, com rodas e correias, para tentar ilustrar como a energia elétrica fluía de um lugar para outro na teoria de Maxwell. Inúmeros se frustravam, em particular, com o uso dos potenciais $\vec{A}$ e ψ.

Em 1883, numa série de artigos para uma revista chamada *Electrician*, Heaviside começou a examinar como o trabalho de Maxwell poderia ser adaptado para o contexto prático do estudo do fluxo da eletricidade nos cabos telegráficos e nos circuitos. "Foi somente mudando sua forma de apresentação que consegui enxergar mais claramente", escreveu Heaviside posteriormente.[19] Sua condição amadora e autodidata lhe serviu bem, pois ele não se sentiu inibido pelo conhecimento matemático existente, nem impressionado pelas perspectivas físicas presentes. Sua abordagem foi prática; o mais importante para ele era a energia em cada ponto e o cálculo de como essa energia fluía ao longo de um fio, por exemplo.

Heaviside se mostrou inclinado a expressar sua abordagem de forma atraente, usando termos simples e diretos, como mostra este trecho de um de seus artigos científicos: "Quando a energia vai de um lugar para outro, ela cruza o espaço intermediário."[20] Ele então, corajosamente, reescreveu as equações de Maxwell em função de $\vec{E}$ e $\vec{H}$, representando as forças elétrica e magnética em cada estado, e as correntes $\vec{D}$ e $\vec{B}$. O resultado foi uma poderosa condensação do trabalho de Maxwell em apenas quatro equações. Essas quatro equações eram agradavelmente simétricas – duas elétricas, duas magnéticas, e o paralelo era evidente. E elas foram tão detalhadamente reescritas que algumas vezes são chamadas de "equações de Heaviside".[21] As equações, para o vácuo, são:

$$\operatorname{div} \epsilon\vec{E} = \rho \qquad \operatorname{rot} \vec{H} = k\vec{E} + \epsilon\vec{E}$$
$$\operatorname{div} \mu\vec{H} = 0 \qquad -\operatorname{rot} \vec{E} = \mu\vec{H}$$

e, em suas formas mais complicadas, na presença de cargas elétricas:

$$\text{div}\ \epsilon\vec{E} = \rho \qquad \text{rot}\left(\vec{H} - \vec{h}_0 - \vec{h}\right) = k\vec{E} + \epsilon\dot{\vec{E}} + \text{u}\rho$$

$$\text{div}\ \mu\vec{H} = \sigma \qquad -\text{rot}\left(\vec{E} - \vec{e}_0 - \vec{e}\right) = g\vec{H} + \mu\dot{\vec{H}} + \text{u}\sigma$$

O próprio Heaviside, modestamente, chamava essas equações de "Maxwell repaginado",[22] ainda que ele as tenha promovido, entusiástica e polemicamente, como superiores às próprias equações de Maxwell e às outras revisões, desde então. Logo após a reunião de 1888 em Bath, por exemplo, Heaviside publicou uma nota bastante raivosa atacando o uso contínuo nas equações de propagação do potencial elétrico ψ e do potencial vetor $\vec{A}$, chamando-o de "metafísico" (termo infame para os cientistas) e de "ficção matemática".[23] O que medimos, afinal, é a força elétrica $\vec{E}$ e a força magnética $\vec{H}$, não os potenciais. São as forças que nos dão informações reais sobre o estado do campo; são elas que se propagam quando a corrente flui. Manter ψ e $\vec{A}$ resulta num "quase impenetrável nevoeiro de potenciais" e até em inconsistências, e Heaviside, lembrando-se da conferência de Bath, pede seus "assassinatos". A teoria de Maxwell funciona muito bem, concluía ele, "desde que consideremos $\vec{E}$ e $\vec{H}$ como as variáveis".

A versão de Heaviside para as equações de Maxwell foram rápida e alegremente adotadas pelos mais proeminentes pesquisadores da área, incluindo Hertz, e toda a comunidade científica já havia migrado para ela nos anos 1890. As equações são praticamente as mesmas desde então; a versão no começo deste capítulo foi tirada do livro-texto de J.D. Jackson, *Classical Electrodynamics*.

De modo apropriado, o feito de Heaviside em revisar Maxwell já foi motivo de uma analogia. Ao rever o trabalho de Heaviside, FitzGerald comparou Maxwell ao general que conquistou um novo território, mas não teve tempo de descobrir as melhores rotas ou elaborar um mapa. "Isso ficou a cargo de Oliver Heaviside", escreveu. "O tratado de Maxwell está obstruído pelos escombros de suas brilhantes linhas de ataque, de seus acampamentos e de suas batalhas. Oliver Heaviside os nivelou, abrindo uma rota direta, uma larga rodovia, e explorou uma parte considerável do país.”[24]

Mas Maxwell era um tipo estranho de general que trabalhava num tipo estranho de terreno. O território por ele conquistado era tão extenso e poderoso que sua obra, como Feynman disse, teria um impacto muito mais profundo sobre a natureza humana do que qualquer grupo de generais.

INTERLÚDIO

Superando a anosognosia, ou Restaurando o vigor das ciências humanas

O livro de Simon Schama, *História da Grã-Bretanha*, de 1.500 páginas, é uma história sólida daquele país e foi usado como base para um documentário dividido em várias partes. Ainda assim, o livro não menciona James Clerk Maxwell, nem o papel-chave que esse cientista desempenhou ao pavimentar o caminho para a revolução elétrica, da luz, do calor, das comunicações e da eletrônica do século XX, na Grã-Bretanha e em todo o mundo.

Na verdade, a ausência da ciência é comum nos livros de história – de forma mais perturbadora ainda, nos livros que professam uma preocupação com as massas, com os povos oprimidos e subdesenvolvidos. Desde que foi publicado em 1980, por exemplo, *A Peoples's History of the United States*, de Howard Zinn, já vendeu mais de um milhão de cópias e se tornou uma das obras mais influentes na história norte-americana. Livro-texto muito popular em escolas e faculdades, ele declara ter seu foco em "episódios esquecidos do passado, quando, mesmo que em lampejos breves, pessoas demonstraram suas habilidades em resistir, formar grupos e ocasionalmente vencer".

O livro de Zinn, porém, não faz menção alguma a pessoas que resistem, se unem e vencem na ciência. Ele não fala nada, por exemplo, da luta pela redução da mortalidade infantil, para o aumento da expectativa de vida ou pelo desenvolvimento dos transportes de massa. Não há menção a Norman Borlaug, vencedor do Prêmio Nobel da Paz de 1970, por liderar a "Revolução Verde", e que ajudou a combater a fome de milhões de pessoas. Outra ausência é a do microbiólogo Maurice Hilleman, cujas vacinas salvaram mais vidas do que as que se perderam em todas as guerras mencionadas na obra.

A eletrificação maciça não entra no livro de Zinn, embora o custo da eletricidade seja debatido no contexto de um programa para "ajudar as pessoas de classes mais baixas", de modo a evitar rebeliões. A máquina a vapor não é citada, nem o motor a explosão, ainda que as ferrovias sejam mencionadas quando se fala de segregação racial, sindicatos, greves e métodos de exploração dos índios americanos.

Resumindo, Zinn considera que as mudanças científicas não têm consequências para "o povo". A história, para ele, é um grande desfile de ideologias; se a ciência tem alguma relevância nesse desfile, é apenas forjando as armas que os adeptos das ideologias usaram para atacar uns aos outros.

A omissão não faz necessariamente da obra um mau livro de história. Como Zinn observa, os historiadores não podem evitar a seleção de alguns fatos e a ênfase dada a eles em detrimento de outros, embora tenham o dever de evitar a promoção de interesses ideológicos, conscientemente ou não. Mas as omissões de Zinn de fato tornam o livro deficiente como relato "do povo". O controle de doenças epidêmicas antes comuns e temidas, como a pólio e a encefalite, afetou profundamente o modo como todos nós encaramos a vida e a morte. O desenvolvimento da astronomia e a descoberta da evolução natural afetaram nossa compreensão do espaço e do tempo, e nosso lugar na natureza. Esses eventos todos aconteceram no período compreendido pelo livro de Zinn. Ainda que alguns desses desenvolvimentos tenham surgido do trabalho de não americanos, eles alteraram profundamente a maneira como os homens buscam respostas para questões sobre o que sabemos, o que devemos fazer e o que almejar.

Schama e Zinn não são os únicos a ignorar o impacto da ciência. Muitos autores de ficção contemporânea enchem seus livros com personagens que não passam de crianças caducas, aparentemente alheias ao treinamento e aos aparatos tecnológicos. Alguns autores

– como Jonathan Franzen, Ian McEwan, Neal Stephenson e David Foster Wallace – apresentam protagonistas que estão interessados na tecnologia à sua volta e são influenciados por ela. Mas os comentaristas podem criticar severamente esses autores exatamente pelos seus esforços.

Comentando *Sábado*, de McEwan, por exemplo, John Banville reclamou do autor por ser "cansativamente insistente em demonstrar seu conhecimento técnico" e queixou-se da presença de "palavras grandes". O livro de fato tem palavras grandes. Contudo, o treinamento que faz das pessoas técnicos profissionais não apenas as habitua às palavras grandes, mas também afeta o jeito como falam e agem. Pessoas tecnicamente competentes em geral têm orgulho de sua competência técnica, e usam-na quando interagem com o mundo. Isso é precisamente o que McEwan retrata de forma tão habilidosa.

Desprezar o efeito da ciência sobre a vida moderna não tem nada a ver com "duas culturas". Na verdade, isso demonstra um ponto cego no trabalho de alguns autores e estudiosos que deviam estar antenados com o mundo ao seu redor. É pior que amnésia. Podemos batizar essa condição com uma das "palavras grandes" que o protagonista de McEwan usa em *Sábado*. É "anosognosia" – termo médico (que vem de uma combinação do grego *agnosia*, "sem conhecimento", com o prefixo *nosos*, ou doença) que quer dizer ausência da noção de sua própria condição de doente; ou seja, ignorar que se está doente.

Quais são as causas da anosognosia? Eu considero quatro fatores.

Um é o drama: mudanças científicas e tecnológicas não têm os parâmetros excitantes de outras viradas históricas. Não são geralmente anunciadas por campos de batalha sangrentos ou lutas entre personalidades titânicas, e se revelam de forma a tornar difícil a dramatização das diferenças. O segundo fator é a esperança, até entre os estudiosos ditos iluminados e progressistas, de que podemos reinventar a nós mesmos e ao mundo, no estilo de Marx, chegando à liberação com um golpe revolucionário; admitir a dependência na ciência e na tecnologia diminui essas esperanças. O terceiro é o medo do conhecimento especializado, um saber que requer treinamento extra para ser adquirido.

Finalmente, e mais importante que os outros: os estudiosos das ciências humanas em geral acreditam que têm uma função crítica – eles acham que são os formuladores daquelas perguntas importantes, que ajudam a humanidade a navegar pelos perigos do mundo. Mas se o destino "do povo" está tão ligado à ciência e à tecnologia quanto às ideologias – quem está explorando quem –, esse papel de liderança se perde, ou ao menos deve ser compartilhado. Isso pode parecer ameaçador para os que consideram essa função crítica uma exclusividade das ciências humanas. É muito mais seguro para seus adeptos manter uma posição defensiva, se concentrando no caráter distintivo das ciências humanas, e não naquilo que é possível! É isso que torna tantos programas das ciências humanas contestáveis e sem vida. Além do mais, a posição defensiva significa autopreservação disfarçada; é ela mesma uma ideologia – uma estrutura de crenças sem apoio empírico.

Vencer a anosognosia exige admitir que uma imagem mais verdadeira da humanidade pode ser menos dramática do que esperamos, diminuindo nosso fascínio pelos atalhos da liberação e aceitando que as questões importantes são abordadas por uma gama de disciplinas. Isso fortalece – não ameaça – as ciências humanas. Somente quando elas unirem seus questionamentos referentes às dimensões e às possibilidades humanas ao conhecimento do que a ciência já desvendou sobre essas dimensões e possibilidades do mundo é que as ciências humanas conseguirão, de forma mais efetiva, dar respostas às questões sobre o que sabemos, o que fazer e o que almejar.

7. Equação celebridade

$$E = mc^2$$

DESCRIÇÃO A energia e a massa podem ser convertidas uma na outra; a quantidade de energia é igual à da massa multiplicada pela velocidade da luz ao quadrado.
DESCOBRIDOR: Albert Einstein
DATA: 1905

Há algum tempo eu estava lendo uma entrevista da atriz Cameron Diaz numa revista de cinema. No final, o entrevistador lhe perguntou se ainda havia algo que ela gostaria de saber, e ela respondeu que gostaria de saber o que significa $E = mc^2$. Os dois riram, e então a atriz balbuciou que ela tinha falado sério, e a entrevista foi encerrada.

DAVID BODANIS, $E = mc^2$: a biografia da equação mais famosa do mundo

$E = mc^2$ é a equação mais famosa de todos os tempos. Ela já apareceu na capa da revista *Time*. Já se redigiu uma “biografia” da equação como se ela fosse uma pessoa. É o título de uma peça escrita por Hallie Flanagan, a diretora do Federal Theater Project, durante a Depressão de 1929. O Dalai Lama diz que é “a única equação científica que eu conheço”.[1] Poemas e canções populares já foram escritos para ela; os mais velhos talvez se lembrem de uma música chamada “Einstein a Go-Go”, da banda eletrônica Landscape, da década de 1980, cuja letra dizia: “É melhor você prestar atenção, é melhor você ficar ligado, pois Albert diz que *E* é igual a *mc* ao quadrado.” Mais recentemente, a cantora Mariah Carey lançou um álbum intitulado $E = MC^2$, com os termos do lado direito da equação aludindo às suas iniciais. Durante as chamadas “guerras da ciência”, nos anos 1990, houve debates ferozes sobre a declaração da filósofa feminista francesa Luce Irigaray, de que $E = mc^2$ é uma “equação sexuada”, porque privilegia a velocidade da luz.[2] A equação já figurou em selos de vários países, em filmes (*Escola de rock*), ficção popular com pretensões científicas (*Anjos e demônios*, de Dan Brown) e numerosos cartoons e videogames.

O físico Stephen Hawking certa vez foi avisado para não incluir nenhuma equação em seus livros de divulgação porque, como lhe foi informado, cada equação divide o número de leitores por dois. Por isso, ele estava decidido a não usar nenhum tipo de equação em *Uma breve história do tempo*. Mas $E = mc^2$ aparece no livro, e em vários lugares. Isso não afetou as vendas, e a obra acabou se tornando um dos mais bem-sucedidos livros de divulgação científica em todos os tempos.

Tudo isso nos faz pensar se $E = mc^2$ é uma equação verdadeira ou uma celebridade. Celebridade é alguém que todos sabem que existe, mas ninguém conhece de fato. De forma semelhante, todo mundo reconhece essa equação e tem certeza de que ela é importante, mas jamais fica claro exatamente por quê. Sabemos muitas fofocas a seu respeito, mas sempre temos a sensação de que a vemos de longe. Ficamos imaginando o que ela realmente faz. O status de $E = mc^2$, como o de uma celebridade, parece ter sido artificialmente construído por algum misterioso processo social.

Ainda assim, ao fim e ao cabo, celebridades são apenas seres humanos, e $E = mc^2$ é apenas mais uma equação. Como outras, ela nasceu da insatisfação com o modo pelo qual as coisas se encaixavam; sua primeira aparência era diferente da que tem hoje; ela reorquestrou a forma como os seres humanos viam o mundo – e teve consequências inesperadas.

Por que esta equação se tornou uma celebridade?

O choque entre Newton e Maxwell

Equações podem nascer a partir de diferentes tipos de insatisfação. Algumas surgem da ideia de um cientista de que um conjunto confuso de dados experimentais pode ser mais bem-organizado. Outras aparecem do sentimento de que uma teoria é muito complexa, e talvez possa ser simplificada, ou que suas partes não se encaixam devidamente. Outro tipo de contrariedade surge quando há discordância entre o que é previsto pela teoria e os resultados experimentais.

A equação $E = mc^2$ é consequência de um caso raro e especial de insatisfação sentida por muitos físicos no final do século XIX e começo do XX. O descontentamento surgiu devido a um resultado experimental problemático que realçava uma inconsistência entre dois grandes, amplos e veneráveis sistemas científicos: o de Newton e o de Maxwell. Mais precisamente, o resultado realçava a inconsistência entre dois princípios – o princípio do movimento relativo e o princípio da constância da velocidade da luz –, cada qual básico para um sistema.

A inconsistência dizia respeito a um conceito chamado *invariância*. Em seu significado mais genérico, invariância quer dizer que algo pode se apresentar de duas maneiras diferentes, e ainda assim ser a mesma coisa. Duas pessoas em dois lugares distintos de uma sala, por exemplo, podem ver uma cadeira à direita ou à esquerda da televisão – mas se levarmos em conta a diferença na posição dos observadores, fica evidente não só que estão vendo a mesma cadeira, mas também como e por que ela parece estar em lugares diferentes, para cada um deles. Se não pudermos explicar a diferença de aparência, então uma ou as duas pessoas ali está tendo alucinações ou vivendo uma ilusão.

Coisas reais, dizemos, *devem* parecer diferentes quando vistas de perspectivas diferentes. A realidade, portanto, necessariamente comporta uma diferença entre a aparência de algo e o que este algo realmente é. Podemos falar sobre isso de outra maneira, pelas diferenças entre efeitos locais e propriedades globais. Quando vejo um objeto, vejo apenas um perfil seu – um perfil que muda se eu me movimento, se a luz se altera, e assim por diante. Quando mudo de posição, muda também esse efeito "local". Mas, durante todo o tempo, vejo o mesmo objeto. A invariância requer que entendamos a unidade quando ela se apresenta por meio de aparências que mudam. Os filósofos chamam isso de correlação noético-noemática; os físicos, de invariância sob transformação, ou covariância. Esta é simplesmente parte da definição de objetividade; afirmar que algo é parte real do mundo é dizer que esse algo será visto de formas diversas a partir de perspectivas diferentes, ainda que as descrições se misturem de maneira ordenada quando feitas por um conjunto correto de transformações.

A mecânica de Newton supunha a existência de um espaço absoluto e de um tempo absoluto como arena ou palco no qual os eventos acontecem, e que não haveria nenhum tempo ou espaço privilegiados nesse palco. Isso se chama invariância sob translação, e quer dizer que, se nos movermos no tempo e no espaço, as leis permanecem as mesmas. Mas a mecânica newtoniana sugere outro tipo de invariância, pela qual, de acordo com o "princípio da relatividade do movimento", não há movimento privilegiado, seja em movimento, seja em repouso. As leis da física são iguais para qualquer um que se mova a uma velocidade constante, sem importar a direção, sem importar a intensidade. Essa é uma experiência familiar.

Enquanto um trem, digamos, se move de forma suave, sem solavancos, qualquer coisa que fizermos – beber um copo d'água, jogar cartas ou tênis, dançar – acontecerá do mesmo jeito como se o trem estivesse parado na plataforma. A água permanece no copo e não entorna, a bola quica no mesmo ponto da quadra, o dançarino executa com confiança os mesmos trejeitos e termina sua dança no mesmo ponto que terminaria se o trem estivesse em repouso. Não há experimento que pudéssemos fazer para determinar a velocidade do trem, nem mesmo se o trem está em movimento ou parado. Até as pessoas num segundo trem parado, na estação, perceberiam as mesmas leis físicas em nosso trem, uma vez que se leve em conta a diferença de velocidades entre os trens. E essa diferença de velocidades é um simples caso de adição ou subtração.

Os cientistas chamariam esse trem, a partir do qual nós descrevemos os eventos, de *referencial*, e um trem que se mova em velocidade uniforme, de *referencial inercial*. Chamamos de *transformações* as equações usadas para alterar a descrição matemática de um evento – sua posição x, y e z, e seu tempo t – de um referencial para outro. Designamos as equações que relacionam as propriedades de uma descrição num referencial inercial com a de outro de *transformações de Galileu*, pois elas expressam o princípio da relatividade do movimento já presente, antes de Newton, na mecânica de Galileu, no experimento mental envolvendo a queda de balas de canhão de mastros de navio. As transformações de Galileu são bastante simples. A bordo do trem em movimento, por exemplo, a única coisa que muda para os eventos é sua distância em relação à plataforma (ao longo do que chamaremos de eixo x). Qualquer posição x naquele trem, por exemplo, x', será diferente da posição x, medida por um observador no solo, correspondendo à distância que o trem percorreu num tempo t: $x' = x - vt$. Todas as outras coordenadas – y e z – permanecem inalteradas, e as coisas continuam acontecendo no mesmo tempo t.

A definição de um físico sobre a realidade e a objetividade depende das transformações de Galileu. Uma coisa ou um evento "real" é algo que tem a mesma descrição física em diversos referenciais inerciais, uma vez que você use as transformações apropriadas para levar em conta as diferenças de velocidade e de direção. A noção de realidade *exige* que façamos uma distinção entre a aparência de algo e o modo como o descrevemos; a variabilidade para a observação é intrínseca à objetividade da coisa que vemos. Ao desenvolverem a noção de transformações, os cientistas estavam apenas elaborando as condições de objetividade – daquilo que é igual, não importa de que referencial inercial ele seja visto.

Assim, o princípio da relatividade do movimento é o âmago da mecânica newtoniana. Mas, de acordo com o "princípio da constância da velocidade da luz" – central na mecânica de Maxwell –, a luz traz um novo elemento à cena. A luz se comporta como o som. O som sempre viaja com a mesma velocidade (cerca de 330m/s no ar), independentemente da velocidade de sua fonte. O motivo tem a ver com as propriedades do meio (moléculas de ar, por exemplo) que propaga as ondas sonoras, tornando impossível forçá-las a viajar numa velocidade maior que um determinado limite.

De acordo com as equações de Maxwell, a luz também viaja sempre com a mesma velocidade (cerca de 300.000km/s), independentemente da velocidade da fonte. Os físicos presumiam que isso acontecia porque a luz se move num meio chamado éter, cujas propriedades regulam a velocidade máxima da luz. Sendo assim, esse princípio sugeria que *havia* um referencial inercial privilegiado no "palco" do espaço e do tempo absolutos, representado pelo éter. Ao se mover ao redor do Sol, a Terra se movimenta pelo éter, e ainda que ela "arraste" alguma porção dele, sua velocidade em relação ao éter poderia ser detectada medindo-se a velocidade da luz em diferentes direções. Isso porque o éter move a luz numa quantidade que pode ser calculada pelo teorema de Pitágoras.

Imagine um barco a motor rumando em direção à margem oposta de um rio de 400 metros de largura, cuja corrente o arrasta por 300 metros rio abaixo. O barco acaba se movendo ao longo da hipotenusa de um triângulo retângulo: 400 metros através do rio e 300 metros ao longo de seu curso; ele andou (porque nós convenientemente baseamos nosso exemplo numa tripla pitagórica) um total de 500 metros ao atravessar o rio. Para chegar ao ponto exatamente à sua frente, do outro lado, ele teria de apontar a proa para um ponto rio acima, navegando com o mesmo ângulo, e de fato andará uma distância maior (a hipotenusa do triângulo mencionado) para cruzar as margens diretamente. Pela mesma razão – ou assim se pensava –, o éter moveria a luz viajando nele, e esta se deslocaria com uma velocidade diferente quando estivesse cruzando a direção do movimento do éter.

Em 1881 e 1887, dois físicos americanos, Albert Michelson e Edward Morley, realizaram um experimento extremamente sensível para detectar o que os cientistas chamavam de "corrente de éter". O instrumento consistia em dois "braços", um apontando na direção presumida do movimento do éter e outro na direção perpendicular a ela, ao longo dos quais dois raios de luz iriam percorrer um caminho de ida e volta. Espelhos foram montados sobre um leito de mercúrio, e então rodados em 90 graus para que a luz viajasse numa direção diferente em relação ao movimento do éter. Ao reunir os raios de luz para gerar um padrão de interferência, Michelson e Morley seriam capazes de detectar qualquer pequena diferença em suas velocidades. Mas o experimento falhou no registro dessa diferença.

Os físicos ficaram perplexos. Algo estava errado com as equações de Newton ou com as equações de Maxwell.

Em primeiro lugar, presumiram que o problema estava em Maxwell. Ele era o novato na história. As equações de Maxwell tinham sido elaboradas havia apenas algumas décadas, enquanto as leis de Newton já eram conhecidas havia duzentos anos, e conseguiam explicar tudo, exceto algumas discrepâncias menores e desagradáveis, e não havia razão para crer que elas se justificassem por um erro experimental ou um efeito desprezado. Alguns dos mais brilhantes cientistas da época tentaram modificar as equações de Maxwell para conciliá-las com as transformações de Galileu.[3] Mas as equações se mostraram incrivelmente resistentes. Elas estavam inseridas numa trama complexa de conceitos inter-relacionados; qualquer mudança em um deles repercutia nos outros com resultados indesejados.

À medida que o século XIX chegava ao fim, muitos físicos interessados na eletrodinâmica sentiam-se profundamente insatisfeitos. *Devia* haver uma explicação – a constância da velocidade da luz, independentemente da direção do movimento, tinha de ser conciliável em Maxwell e Newton –, mas nenhuma era encontrada. "O fato mais incompreensível sobre o mundo é que ele é compreensível", disse Einstein certa vez. O corolário silencioso é que, para um cientista, a coisa mais frustrante sobre o mundo é não ser capaz de compreendê-lo.

Atos desesperados

A insatisfação levou ao desespero. Em 1889, o físico irlandês George FitzGerald escreveu um artigo curto, de um parágrafo – apenas cinco frases, nenhuma equação –, dizendo que "praticamente a única hipótese" que conciliava o experimento de Michelson e Morley com Maxwell e Newton "é que o comprimento de corpos materiais muda à medida que eles se movem através do éter, ou de encontro a ele, em uma quantidade que depende do quadrado da razão de suas velocidades em relação à da velocidade da luz".[4] Suponha, pensou FitzGerald, que o braço do aparato de Michelson e Morley que aponta na direção do movimento tenha encolhido, em razão do impacto do éter em suas moléculas. Se ele encolhesse na quantidade certa, iria "medir" o raio de luz indo e voltando na direção do éter com a mesma velocidade medida para o raio que viajou pelo braço perpendicular à direção do éter. Ainda assim, a ideia – objetos encolhem de tamanho quando se movem com grande velocidade? – parecia muito bizarra para ser levada a sério.

Outra alma desesperada era o teórico holandês Hendrik Lorentz, que escreveu para seu amigo lord Rayleigh, em 1892, sobre o problema criado pelo experimento de Michelson e Morley: "Estou completamente perdido para resolver essa contradição."[5] Naquele ano, ele propôs, de forma independente, a mesma ideia que FitzGerald já tivera, ao escrever: "Só consigo pensar em uma ideia" para explicar o experimento, a saber, que o éter causa algum efeito de contração no comprimento de um corpo sólido. Quando soube da hipótese de FitzGerald e entrou em contato com ele, FitzGerald ficou muito feliz de saber que mais alguém defendia a contração, e escreveu a Lorentz que fora "ridicularizado" por suas hipóteses.[6] Este, então, se dedicou a construir um conjunto de transformações que deveriam valer para que a contração funcionasse.

Lorentz descobriu que o tempo também seria afetado. Pois, enquanto FitzGerald apenas tentava salvar o resultado de Michelson e Morley – que dizia que a luz viajando em duas direções distintas tinha a mesma velocidade –, Lorentz, mais ambicioso, queria ter certeza de que a velocidade da luz permaneceria constante e teria o mesmo valor para observadores que se movessem ou não. Para que isso acontecesse, os relógios deveriam ficar mais devagar. Ele então construiu um conjunto de fórmulas hoje conhecidas como transformações de Lorentz, que oferecia compensações no comprimento e no tempo entre sistemas móveis e estacionários, e preservava a possibilidade de a luz se mover com velocidade constante no éter, tal como detectado por Michelson e Morley – estabelecendo, portanto, a concordância entre Maxwell e Newton. O fator de compensação tanto para o espaço quanto para o tempo era $\sqrt{1 - v^2/c^2}$.[7] Note-se que, quando não há movimento relativo (e *v* é 0), não há correção. Em baixas velocidades, a correção é tão pequena que não seria percebida. Mas, quanto mais próxima à velocidade da luz for a velocidade do objeto, maior é o fator de correção – mais o objeto encolhe na direção do movimento, e mais devagar andam os relógios. Enquanto isso, porém, a maioria dos cientistas continuava a considerar essa ideia muito estranha para ser levada a sério. No entanto, o simples fato de ela ter sido trazida à tona mostra até que ponto os cientistas estavam dispostos a ir para salvar o éter.

Parecia que, como disse um cientista mais tarde, "todas as forças da natureza conspiravam" com o objetivo de "nos impedir de medir ou mesmo detectar nosso movimento através do éter".[8]

A preocupação aumentava. Grandes cientistas começaram a tentar hipóteses fantásticas. Em 1898, o matemático francês Henri Poincaré brincou com a ideia de abandonar o tempo absoluto em benefício de um "tempo local", e logo tentou usá-lo para explicar o enigma da velocidade da luz no éter. Numa palestra pública na Feira Mundial de 1904, em Saint Louis, Poincaré comentou, caprichosamente: "Talvez devamos construir uma mecânica completamente nova, da qual tivemos apenas um lampejo, … na qual a velocidade da luz seria um limite inultrapassável."[9]

Assim, o problema que Lord Kelvin chamou de "nuvem número um", encobrindo a "beleza e a clareza" da teoria dinâmica do século XIX, se tornava cada vez mais pesada. Em 1905, um ano depois do discurso de Poincaré, todas as hipóteses fantásticas que haviam sido lançadas para dissipar a nuvem – a contração do espaço e do tempo em altas velocidades, a ausência de um espaço e de um tempo absolutos, a velocidade da luz como um limite superior absoluto – acabaram, de uma forma ou de outra, confirmadas.

Einstein entra em cena

Como Einstein, na época trabalhando no escritório de patentes, chegou a esse problema em particular? Do mesmo modo que todos: insatisfação.

Anos depois, Einstein escreveu a um amigo que, embora só houvessem se passado cinco ou seis semanas desde que concebera a ideia da teoria da relatividade especial e desde que terminara um artigo sobre o assunto, "os argumentos e as bases já estavam sendo preparados há anos".[10]

O primeiro argumento surgiu no final de 1895, começo de 1896, quando Einstein tinha dezesseis anos. Ele veio na forma do que ele chamou de "um experimento mental pueril". (O adjetivo "pueril", no sentido de puro e direto, geralmente se aplica a Einstein.) O que, perguntou o jovem a si mesmo, aconteceria se ele estivesse viajando na velocidade da luz e olhasse para um raio de luz a seu lado?[11] Newton dizia que isso poderia acontecer; Maxwell dizia que não.

O enigma simples – você pode ou não pode alcançar um raio de luz – devia ter uma resposta, mas nenhuma surgia a partir das ferramentas existentes na física. O enigma fez aflorar a insatisfação do jovem Einstein, dando-lhe a mistura de curiosidade e espanto necessária para que ele começasse a formar seus argumentos e suas bases.

Einstein remoeu aquele pensamento por anos. "Devo confessar", disse ele a um amigo, mais tarde, "que, bem no começo, quando a teoria da relatividade especial começou a germinar dentro de mim, fui invadido por todos os tipos de conflito psicológico. Quando jovem, eu costumava me perder durante semanas num estado de confusão, como alguém que ainda não superou a estupefação do primeiro encontro com tais questionamentos."[12] Um dia, em 1905, ele foi visitar seu grande amigo e colega no escritório de patentes, Michele Besso, despejou sobre ele os detalhes de sua "batalha" com a questão e saiu. No processo de descrever o problema, Einstein encontrou a solução. No dia seguinte, ele foi a Besso novamente e o cumprimentou: "Obrigado. Eu resolvi o problema por completo."[13]

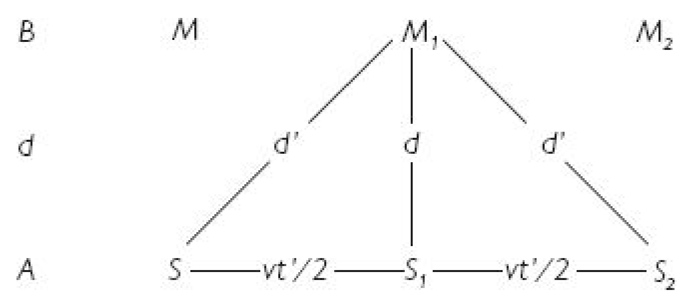
O resultado foi "Sobre a eletrodinâmica dos corpos em movimento", um dos mais famosos e significativos artigos científicos já escritos, enviado para a revista *Annalen der Physik* em junho de 1905. Apesar da angústia por trás de sua elaboração, o artigo segue uma lógica simples, mas poderosa – "um frescor profundo e quase infantil na abordagem"[14] –, relativamente fácil de entender.

"É bem conhecido", começava Einstein, "que a eletrodinâmica de Maxwell – como é entendida no momento –, quando aplicada a corpos em movimento, leva a assimetrias [resultados excêntricos] que não parecem ter ligação com os fenômenos [isto é, elas parecem ser consequência de nossas teorias, em vez de serem parte do mundo].”[15] Ele dava exemplos e dizia que esses casos “e o fracasso das tentativas de detecção do movimento da Terra em relação ao ‘meio luminoso’” levam ao postulado de que não há “repouso absoluto”. Ele chamava essa conjectura de “princípio da relatividade”, e dizia que o combinaria com o postulado de que, no espaço vazio, “a luz sempre se propaga com uma velocidade definida *V*, que é independente do estado de movimento do corpo emissor”.

Assim, Einstein centrava seu artigo na imposição lógica de conciliação de dois princípios-chave: a relatividade e a constância da velocidade da luz. “Ambos são aparentemente incompatíveis”, dizia ele. Apenas aparentemente. Pois, no resto do artigo, ele promovia a reconciliação, afirmando que, com base apenas na lógica, pudera construir uma “eletrodinâmica dos corpos em movimento simples e consistente” sem necessidade de supor a existência de um éter ou de um referencial absoluto em repouso.

O que seria necessário para que observadores em dois referenciais inerciais diferentes medissem a mesma velocidade da luz? Einstein mostrava que seria necessário o mesmo fator de contração do comprimento na direção do movimento e do tempo que Lorentz havia proposto. Mas enquanto este (como FitzGerald) baseara seu trabalho no pressuposto de que o éter existia e que a contração era real (pelo efeito do éter nas forças moleculares), Einstein sedimentou seu pensamento apenas no pressuposto da validade dos princípios da relatividade e da constância da velocidade da luz. Enquanto Lorentz e FitzGerald conseguiram seus resultados tentando salvar o éter, Einstein chegou às mesmas soluções livrando-se dele. Como os cientistas observaram na época: “Não há conspiração para encobrimento, pois nada há para ser encoberto.” Ou, como Feynman gostava de dizer, uma conspiração universal é uma lei da natureza.

Em seu artigo, Einstein se referia a esse fator de correção como “β”. A dedução é bem simples e em geral apresentada como um problema pitagórico. Vamos supor que dois referenciais inerciais, *A* e *B*, estão se movendo com velocidade *v* um em relação ao outro. Em *A*, um raio de luz é enviado por uma fonte, perpendicularmente à direção do movimento, atingindo um espelho a uma distância *d*. Do ponto de vista de alguém no referencial *A*, a luz percorreu a distância 2*d*. Mas, para alguém em *B*, para quem *A* – fonte, espelho e tudo o mais – está passando com velocidade *v*, a luz percorre um caminho maior; chamaremos este caminho de 2*d'*. Metade desse percurso, *d'*, é a hipotenusa de um triângulo retângulo com catetos *d* e *vt'*/2. Assim, $(d')^2 = (d)^2 + (vt'/2)^2$. Mas, de acordo com o segundo princípio, a luz tem a mesma velocidade, *c*, percorrendo a mesma distância no mesmo intervalo de tempo, visto de *B* ou de *A*. Isto é, *V* (o símbolo que Einstein usa para a velocidade da luz) é igual a $2d/t$ em *A e* $2d'/t'$ em *B*. Como isso pode acontecer? Somente se as distâncias e os intervalos das coisas em *A* forem menores em *A* vistas de *B*. Menores de quanto? A mesma quantidade pela qual *d* é menor que *d'*; isso é, d/d', ou t/t', ou o fator de contração β. Se $V = 2d/t$, então $d = Vt/2$; e se $V = 2d'/t'$, então $d' = Vt'/2$. Substituindo isso na equação de Pitágoras, obteremos β (ou o fator de contração t/t' que estamos querendo) = $\sqrt{1 - v^2/c^2}$.



Esse artigo, o trabalho seminal daquilo que seria chamado "teoria da relatividade especial" (termo que Einstein passou a usar em 1915, para diferenciá-la de sua então recém-criada "teoria geral da relatividade"), foi publicado em 26 de setembro de 1905. Ele promovia mudanças radicais nas noções de espaço e de tempo. Um texto com implicações tão fundamentais – em especial um artigo escrito em tão pouco tempo por alguém trabalhando febrilmente em tantas coisas – sem dúvida traria mais consequências do que o autor poderia prever. Uma delas ocorreu-lhe quase que de imediato. Em algum momento, no outono de 1905, ele escreveu a seu amigo Conrad Habicht:

> Uma consequência do estudo da eletrodinâmica me veio à mente, a saber: o princípio da relatividade, associado às equações de Maxwell, requer que a massa seja uma medida direta da quantidade de energia *n* num corpo; a luz carrega massa consigo. Uma diminuição notável da massa deveria acontecer no caso do elemento químico rádio. A consequência é interessante e sedutora; mas, pelo que sei, o Senhor Todo-Poderoso pode estar rindo disso tudo, e talvez esteja me conduzindo.[16]

Ser "conduzido"... Isso nos lembra o que o escravo de Mênon deve ter sentido, aprendendo algo que parece ser verdade, e no entanto também exige investigação mais detalhada.

No dia seguinte ao da publicação do artigo sobre a relatividade, Einstein enviou pelo correio, ao *Annalen*, um artigo de três páginas, descrevendo essa consequência, chamado "A inércia de um corpo depende de seu conteúdo energético?" A revista o divulgou no mesmo ano. Como o historiador da ciência John Rigden, entre outros, nos mostra, o artigo não contém nada de novo, simplesmente explora uma consequência que estava implícita no texto anterior, e facilmente poderia ter integrado uma seção final do primeiro. Se isso tivesse acontecido, diz Rigden, "seria uma conclusão espetacular".[17]

Einstein começava o artigo sobre "Conteúdo de energia" de forma extremamente modesta: "Os resultados da investigação eletrodinâmica publicados por mim recentemente nesta revista me levaram a uma hipótese muito interessante." Ele chegara à sua conclusão pelo seguinte exemplo: vamos supor que um objeto (um átomo, digamos) de massa *m* em repouso num referencial *A* emita dois raios de luz – gastando, portanto, energia – em direções opostas. Digamos que a perda total de energia seja *L* (como no artigo anterior, Einstein usava a notação *L*, hoje fora de uso, para energia, e *V* para a velocidade da luz), de forma que cada raio de luz tenha *L*/2 de energia. Um observador em *A* vê o objeto como se não houvesse mudança alguma em sua energia cinética. O átomo está parado, emitiu alguma da energia que possuía num estado de excitação, e mantém a massa anterior. Mas um observador em *B*, para quem *A* está se movendo, vê algo diferente. O raio de luz que vai para a frente tem mais momento que o raio de luz que vai para trás; assim, o átomo sofreu uma mudança – um decréscimo – em sua energia cinética. Isso só pode acontecer se sua velocidade ou sua massa diminuir. Mas a velocidade é a mesma; no referencial em repouso, não há recuo. A única possibilidade é que, da perspectiva do referencial em que o átomo se move, a massa tenha diminuído. O átomo não ganhou massa do ponto de vista de seu referencial de repouso; a "massa inercial" é a mesma. Mas muda sua massa, do ponto de vista do laboratório, que o vê como um objeto em movimento. Quanto muda? Aplicando as ferramentas do artigo anterior, Einstein mostrava que o fator de conversão mais uma vez era β.

Einstein empregava, mais uma vez, a notação pouco familiar de *L* para energia e *V* para a velocidade da luz:

> Se um corpo libera a energia *L* na forma de radiação, sua massa diminui de L/V^2. Como aqui não é essencial que a energia retirada do corpo se transforme em energia da radiação nem em qualquer outra forma de energia, chegamos a uma conclusão mais geral: a massa de um corpo é uma medida de seu conteúdo de energia.[18]

Essa foi a primeira aparição impressa da ideia que eventualmente ficaria famosa como $E = mc^2$. Ela não é apresentada explicitamente sob a forma de uma equação, nem figura com aqueles símbolos familiares. Ainda assim, o surpreendente – até revolucionário – conceito de massa-energia já está totalmente articulado. Ele transformou algumas das noções mais fundamentais sobre como se forma o Universo. Uniu duas coisas que há muito se julgava serem diferentes: a energia, cujo princípio de conservação foi o ápice da física do século XIX, e a massa, cujo princípio de conservação foi o auge da física do século XVIII.[19] Uma pode se transformar na outra.

Esse conceito também revolucionou os requisitos para a objetividade. No palco newtoniano, a energia e a massa não se alteravam quando vistas de referenciais inerciais diferentes; no cenário de Einstein, elas permanecem virtualmente as mesmas em baixas velocidades, mas há mudanças à medida que nos aproximamos da velocidade da luz. Objetivo – o mundo real – é o que muda no comprimento e na medida do tempo dessa quantidade quando observado por outro referencial inercial suficientemente rápido.[20]

Nos anos seguintes, Einstein fez várias referências a esse resultado, mas sempre usando descrições ou os símbolos originais, nunca a fórmula agora famosa. Em nota de rodapé de um artigo de 1906, por exemplo, ele escrevia que "o princípio da constância da massa é um caso especial do princípio da energia".[21] No começo de 1907, num artigo no *Annalen*, ele fazia referência à energia como ., à massa como μ, e à velocidade da luz como *V*, e usava a equação

$$\epsilon = \mu V^2 \frac{1}{\sqrt{1-\left(v/V\right)^2}}$$

Aqui, a famosa equação – energia é igual a massa vezes velocidade da luz ao quadrado – aparece com o fator de correção β, levando em conta que o corpo está em movimento. Isto é, vamos tomar um pedaço de matéria, um elétron, por exemplo. Em repouso, todos os elétrons têm a mesma massa; é como se a natureza tivesse produzido um rótulo prescrevendo qual a massa do elétron quando ele foi criado. Sempre que aquele elétron for pesado no próprio referencial, ele terá aquela massa. Agora, suponha que olhemos esse elétron a partir de outro referencial, no qual ele está em movimento. Se $E = mc^2$, e c é constante, então m e E têm de variar exatamente da mesma forma, à medida que a energia cresce. A massa inercial do elétron – a massa medida em seu próprio referencial – não muda. Mas sua massa, quando medida no laboratório, que o vê como um corpo em movimento, muda. E β, o fator de compensação, é a transformação que nos diz o que devemos multiplicar para obter a massa de repouso. Deixando de lado o fator de compensação, isso dá o que Einstein chama, numa nota de rodapé, de "estipulação simplificadora $\mu V^2 = \epsilon_0$".[22]

No mesmo ano, Einstein mudou os símbolos e adotou *c*, em vez de *V*, para designar a velocidade da luz. A teoria da relatividade tem um resultado de "importância teórica extraordinária", diz ele: "a massa inercial e a energia de um sistema físico aparecem nele como coisas do mesmo tipo. Com respeito à inércia, a massa μ é equivalente a um conteúdo de energia de magnitude μc^2."[23] Ao longo dos anos seguintes, Einstein trabalhou mais detalhadamente no princípio de massa-energia e suas implicações. Num manuscrito sobre a teoria da relatividade, de 1912, no começo da discussão sobre o assunto, ele escreveu a fórmula anterior usando *m* no lugar de μ, e um *L* cursivo (como na primeira versão) no lugar de ϵ, depois o riscou e escreveu *E*. A partir de então, ele manteve *E* e *c*, e agora temos a equação familiar, com o fator de correção, onde *q* (às vezes escrito como *v*) é a velocidade:[24]

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - q^2/c^2}}$$

A introdução do núcleo atômico

Depois de qualquer grande descoberta científica, sempre surge a questão de por que aquele fenômeno ou princípio não fora descoberto antes. A resposta em geral é complicada, e muitos fatores devem ser levados em conta. Um deles é que os cientistas *já* haviam deparado com ele antes, mas o ignoraram, não o entenderam ou o descreveram de forma incompleta. Isso foi o que aconteceu com a conversão da massa em energia. Outro fator é que o conhecimento científico existente pode estar estruturado de modo a desencorajar as pessoas a enxergarem a possibilidade desse fenômeno ou princípio. Isso também estava presente nesse caso, pois a massa e a energia eram vistas como categorias completamente diferentes, na natureza, obedecendo a leis específicas. Enfim, situações em que o fenômeno ou o princípio pode surgir de tal modo que os cientistas possam explorá-lo às vezes são raras, e seus efeitos, muito pequenos. Isso também era verdade, pois as conversões de massa em energia, e vice-versa, poucas vezes são observadas no dia a dia. Como Einstein escreveu, "é como se um homem incrivelmente rico nunca desse ou gastasse um centavo; ninguém poderia dizer quão rico ele é".[25]

O homem rico estava gastando algum dinheiro? Se estava, onde? Em "Conteúdo de energia", Einstein aludiu a isso de forma muito mais cautelosa do que na carta entusiasmada que enviou a Habicht. "Talvez", escreveu Einstein, "seja possível testar essa teoria" usando substâncias como o rádio, que emite energia na forma de radiação. Mas a magnitude do efeito, comentou num artigo escrito logo depois, seria "imensuravelmente pequeno", e citou os cálculos de Planck, apontando que a perda de massa do rádio estaria "fora do alcance experimentalmente acessível no presente momento".[26] Ainda assim, prosseguia Einstein, "é possível que se venham a detectar processos radioativos nos quais uma percentagem significativamente mais alta da massa do átomo original se converta em energia numa variedade de radiações do que no caso do rádio".

A descoberta do núcleo atômico, em 1911, fez pouco, na época, para abrir as portas ao teste do conceito de massa-energia, e o assunto ficou intocado por mais de duas décadas. Mas, em 1932, dois desenvolvimentos importantes tornaram o conceito não somente útil, mas também indispensável para explicar aspectos do Universo, desde sua menor escala até suas maiores dimensões – da estrutura atômica às explosões estelares. O primeiro foi a descoberta do nêutron pelo físico britânico James Chadwick. Os físicos agora entendiam bem os elementos básicos estruturais de um núcleo: prótons e nêutrons. De onde vinha a energia que os mantinha ligados?

A dica veio de outra descoberta-chave, de 1932, quando os cientistas britânicos John Cockroft e Ernest Walton usaram um novo instrumento na física, um acelerador de partículas, para bombardear núcleos de lítio com prótons, produzindo uma transformação nuclear: o núcleo de lítio mais um próton se transformavam em dois núcleos de hélio. Cockroft e Walton conseguiram medir as massas e as energias dos estados iniciais (núcleos de lítio e prótons) e dos estados finais (núcleos de hélio). Eles descobriram uma perda de massa e um ganho de energia – e concluíram, dentro da margem de erro experimental, que a perda da massa poderia ser explicada com a fórmula de Einstein. A massa total inercial posterior era menor, numa quantidade equivalente ao aumento da energia cinética na reação, dividida pela velocidade da luz ao quadrado. Esta foi a primeira confirmação da equação de massa-energia de Einstein, e ela rapidamente se tornou indispensável para a física atômica.

A diferença entre a massa das partículas dentro e fora do núcleo atômico era conhecida como "fração de empacotamento", e a diferença total de massa entre todas as partículas dentro e fora é chamada energia de ligação. Enquanto isso, os físicos também descobriam que a energia da luz das estrelas se originava de transformações de massa em energia no interior desses astros. Nos anos 1930, os conceitos de fração de empacotamento e energia de ligação fizeram da equação de Einstein uma ferramenta muito utilizada na ciência, da física atômica à astrofísica.

Os físicos sabiam que mesmo uma pequena fração de massa, convertida em energia, geraria muito mais energia que qualquer outro processo conhecido. Ainda assim, a energia gerada por qualquer núcleo isoladamente – mesmo que toda sua energia de ligação fosse liberada – era muito pequena para qualquer utilização prática. Por esse motivo, pelo resto da década, a energia nuclear parecia uma promessa distante, até ridícula, assunto para sonhadores e fanáticos. Até o fim dos anos 1930, quase todos os físicos achavam que a possibilidade de liberar e controlar a energia nuclear era algo forçado, artificial, até louco.

Em 1921, Einstein se viu encurralado por um jovem que se propunha construir uma arma baseada em $E = mc^2$. "Sua tolice é evidente à primeira vista", Einstein respondeu.[27] Numa entrevista de 1933, o físico Ernest Rutherford chamou essa ideia de "disparate". Einstein a comparou a atirar no escuro em direção a uns poucos pássaros. E, em 1936, o físico dinamarquês Niels Bohr, discutindo casos nos quais as colisões entre as partículas e os núcleos são tão energéticas que o núcleo explode, comentou que isso não "nos levaria mais perto do famoso problema de liberar energia nuclear para uso prático”. Bohr acrescentou: “De fato, quanto mais nosso conhecimento sobre as reações nucleares avança, mais remota essa meta nos parece.”[28]

Na mesma época, porém, uma série de eventos que transformariam a apreciação do mundo em relação a conversões de massa e de energia já tivera início. Os acontecimentos científicos e políticos dessa história agora familiar, com um elenco internacional de personagens, avançaram com tamanha rapidez e dramaticidade que mesmo seu resumo é de tirar o fôlego.

Logo depois que Chadwick descobriu o nêutron, em 1932, os físicos perceberam que aquela partícula era uma ótima ferramenta para estudar o núcleo atômico. Em meados dos anos 1930, com a ascensão do fascismo na Europa, o físico italiano Enrico Fermi começou a bombardear elementos da tabela periódica com nêutrons, indo sistematicamente do começo ao fim, produzindo versões mais pesadas e radioativas de cada elemento. Quando chegou ao elemento conhecido mais pesado, o urânio, ele obteve resultados estranhos, que o levaram a acreditar que havia criado novos elementos “transurânicos”.

Os cientistas alemães Otto Hahn e Fritz Strassman descobriram que Fermi estava errado; a adição de nêutrons ao urânio produzia elementos mais leves e já conhecidos. Em dezembro de 1938, eles enviaram uma carta a Lise Meitner, uma ex-colega que havia fugido da Alemanha nazista rumo à Suécia. Com seu sobrinho, o físico Otto Frisch, Lise Meitner percebeu que o bombardeio na verdade quebrava o núcleo, algo que Frisch chamou de “fissão”, após consulta a um biólogo. Frisch e Meitner enviaram um artigo marcante sobre a fissão nuclear para a revista *Nature*, que o publicou em fevereiro de 1939 – mas então Frisch já havia contado a história a Niels Bohr, prestes a embarcar num navio para os Estados Unidos.

Bohr deu a notícia aos físicos americanos no dia de sua chegada, em meados de janeiro, através do jornal do Departamento de Física de Princeton. Na semana seguinte, físicos da Universidade de

Columbia fizeram o primeiro experimento de fissão nuclear em solo americano, enquanto as notícias se espalhavam pelo país como rastilho de pólvora. Os cientistas souberam do assunto não pelos periódicos científicos, mas pelos jornais. A maioria percebeu que a fissão – o processo em que um núcleo de urânio se parte e libera nêutrons, que podem partir outros núcleos – apresentava a possibilidade de uma reação em cadeia, com uma quantidade maciça de núcleos se quebrando e liberando toda a energia ao mesmo tempo – significando, portanto, a possibilidade de uma nova bomba, particularmente aterradora. Enquanto isso a Europa estava em pé de guerra.

Em março de 1939, Fermi (que havia fugido da Itália fascista para os Estados Unidos, primeiro para a Universidade de Columbia, em Nova York, depois para a Universidade de Chicago) e outros físicos deram início a um diálogo formal com oficiais do governo americano sobre possíveis aplicações militares da descoberta. Em julho, dois cientistas visitaram Einstein em sua residência de verão, em Peconic, Long Island, para pedir sua ajuda. "Eu nunca pensei nisso!", exclamou Einstein, após saber da possibilidade de uma reação em cadeia. Duas semanas depois, ele endereçou uma carta urgente ao presidente Roosevelt, informando-o sobre "trabalhos recentes" que "me levam a acreditar que o urânio pode ser transformado numa nova e importante fonte de energia no futuro imediato". Nos últimos quatro meses, dizia a carta, surgira a possibilidade de emprego do urânio para provocar uma reação em cadeia. "Este novo fenômeno também levaria à construção de bombas, e é possível – ainda que muito incerto – que surja um novo tipo extremamente potente."

Em setembro de 1939, a Alemanha nazista invadiu a Polônia. Em outubro, a carta de Einstein foi levada a Roosevelt. Em fevereiro de 1940, o governo federal americano liberou uma verba de US$6,000 para estudar o fenômeno, apelidado de Projeto Manhattan. Muitas nações que participavam das hostilidades, incluindo Alemanha, União Soviética, Japão e Grã-Bretanha, começaram suas pesquisas sobre a bomba atômica. Mas os eventos só caminharam depressa nos Estados Unidos.

Em 2 de dezembro de 1942, menos de um ano depois de o Projeto ter começado de fato, a primeira reação em cadeia controlada do mundo foi realizada, pelo laboratório de metalurgia, numa quadra de squash, nas arquibancadas ocidentais do campo de futebol da Universidade de Chicago, demonstrando a possibilidade do fato (a notícia foi divulgada num código improvisado: "O navegador italiano [Fermi] acaba de chegar ao Novo Mundo."). O presidente Roosevelt autorizou uma verba de U$400,000 para o Projeto, o que permitiu a construção de uma fábrica de separação de isótopos gigantesca em Oak Ridge, Tennessee, e de uma fábrica de produção de plutônio em Hanford, Washington. J. Robert Oppenheimer, diretor científico do Projeto, encontrou um lugar seguro e remoto para a construção da bomba, em Los Alamos, Novo México, e os cientistas começaram a se mudar para lá em março de 1943.

O Projeto Manhattan culminou numa explosão de teste, em Alamogordo, Novo México, em 16 de julho de 1945. Os cientistas estão acostumados a testemunhar novos fenômenos em condições controladas de laboratório, mas o teste Trinity foi diferente. Naquela fria manhã, no deserto, os cientistas de Los Alamos se agacharam, agarrados a pedaços de vidro de soldador para proteger os olhos. De repente, uma bola de fogo surgiu, mais brilhante que o Sol, liberando um calor que os aqueceu a mais de 30km de distância. Devagar, uma nuvem branca se ergueu por milhares de metros, causando, entre algumas das figuras ali presentes, o temor de que talvez tivessem liberado algo que não podiam controlar – e fazendo Oppenheimer (ele confessou depois) se lembrar de passagens bíblicas sobre o Apocalipse. Segundo escreveu Abraham Pais, "foi um dos eventos mais espetaculares da história do mundo".[29]

Três semanas depois, em 6 de agosto de 1945, a primeira bomba atômica reduziu a cinzas a cidade japonesa de Hiroshima. No dia seguinte, as manchetes pelo mundo revelaram a existência de uma nova e aterradora bomba. Como descreveu o *New York Times*, "foi a primeira vez que a teoria do professor Albert Einstein era usada de forma prática fora do laboratório".[30] Em 9 de agosto, três dias depois do bombardeio de Hiroshima, outra bomba atômica destruiu a cidade de Nagasaki.

A equação $E = mc^2$ não teve nenhum papel decisivo nos eventos que levaram ao Projeto Manhattan, exceto como parte principal da teoria de física nuclear que permitiu entender a fissão do núcleo de um átomo. A bomba atômica, que transforma matéria em energia pela fissão, foi apenas um exemplo da equação $E = mc^2$ – e um exemplo muito raro na história da vida na Terra –, não uma consequência. Mas a equação, quase de imediato, passou a ser associada à bomba, em parte graças a *Energia atômica para fins militares*, relatório escrito pelo físico de Princeton, Henry D. Smyth, integrante do Projeto Manhattan.

O Relatório Smyth, como ficou conhecido, foi liberado para o público em 11 de agosto, dois dias depois da explosão de Nagasaki. "Desenvolveu-se uma arma potencialmente mais destrutiva que os piores pesadelos da imaginação", escrevia Smyth. Ela foi criada "não pela inspiração demoníaca de algum gênio malvado, mas pelo trabalho duro de milhares de homens e mulheres comuns, labutando em prol da segurança nacional". O relatório pretendia atingir os "engenheiros e homens de ciência" que poderiam "explicar as potencialidades das bombas atômicas para os cidadãos". Mas o livro foi um sucesso de público, tornando-se muito popular e vendendo mais de cem mil exemplares nos primeiros cinco meses.[31]

Logo no começo, o Relatório Smyth usou $E = mc^2$ como base para explicar a arma. Uma das primeiras implicações da teoria da relatividade, dizia ele, era a equivalência entre massa e energia.

> Para a maioria dos físicos e engenheiros mais pragmáticos, isso parecia uma ficção matemática sem importância prática. Mesmo Einstein dificilmente teria previsto as atuais aplicações; mas, já em 1905, ele declarou de modo explícito que a massa e a energia eram equivalentes, e sugeriu que a prova dessa equivalência poderia ser encontrada no estudo dos materiais radioativos. E concluiu que a quantidade de energia, E, equivalente a uma massa, m, era dada pela equação

$$E = mc^2,$$

onde c é a velocidade da luz.

O Relatório Smyth foi o documento mediador pelo qual os não cientistas souberam do Projeto Manhattan. Mais que qualquer outro, ele transformou $E = mc^2$ num símbolo da energia atômica e de suas armas.

Status de celebridade

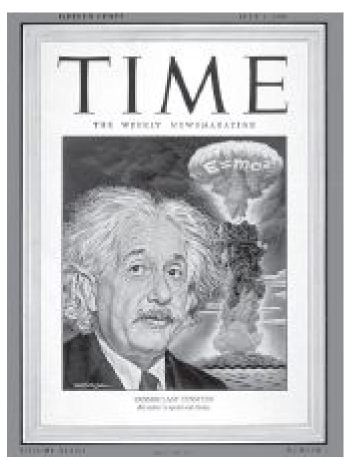
Os etnógrafos dizem que quando duas culturas interagem, elas não se encontram em sua totalidade, mas através de "congêneres", pelos quais alguns membros de uma cultura olham e tentam entender a outra, interagindo com ela. Congêneres podem ser artefatos, rituais, práticas e arte; medo, fascinação e exotismo em geral exercem algum papel. Um congênere é como uma pequena lente que permite aos membros de uma cultura se aproximar da outra de modo controlado, numa espécie de introdução. Um congênere é mais que um símbolo ou logomarca da outra cultura, ele guia e disciplina a curiosidade e a fascinação, numa primeira interação com ela.

A equação $E = mc^2$ serviu como congênere nesse sentido, entre um público sedento por informação a respeito da energia atômica e os desenvolvimentos científicos que a tornaram possível. Nesse processo, ele se transformou em algo maior – um símbolo da física, da ciência, do conhecimento –, até adquirir um status mítico.

O intelectual francês Roland Barthes certa vez escreveu, num ensaio sobre Einstein, que, enquanto as fotografias sempre mostram o cientista próximo a um quadro-negro repleto de símbolos e equações impenetráveis, suas caricaturas em geral o retratam, giz na mão, próximo a um quadro vazio onde ele havia acabado de escrever essa fórmula em particular, como se ela tivesse surgido do nada. Barthes observa o caráter simbólico da equação que restaura a imagem do "conhecimento reduzido a uma fórmula, … o todo da ciência contido em algumas letras". Isso se tornou uma imagem gnóstica: "A unidade da natureza, a possibilidade ideal de uma redução fundamental do mundo, o poder libertador da palavra, o velho conflito entre um segredo e uma anunciação, a ideia de que o conhecimento total só pode ser descoberto todo de uma vez, como uma fechadura que de repente se abre após milhares de tentativas frustradas." O ensaio de Barthes ajuda a explicar a transformação dessa equação, de ferramenta científica em congênere.

O próprio Einstein começou a usar a equação em sua agora famosa forma simplificada. Em abril de 1946, no primeiro número de uma nova revista popular, *Science Illustrated*, publicou-se um artigo de Einstein intitulado "$E = mc^2$". "É costume", escreveu ele, "expressar a equivalência entre massa e energia (embora de modo um pouco inexato) pela fórmula $E = mc^2$."[32]

Em 1º de julho de 1946, menos de um ano após as explosões em Hiroshima e Nagasaki, e apenas 41 anos depois de sua primeira aparição, $E = mc^2$ surgiu na capa da revista *Time*. Aquele número coincidia com um teste atômico realizado no Pacífico Sul. A capa justapunha uma imagem de Einstein, de cabelos brancos, aos 66 anos, a quem chamava de "tímido, quase santo, um homenzinho infantil", e a de um cogumelo atômico planando sobre navios de guerra. Chamas vermelhas na base da figura se tornavam alaranjadas e púrpuras na coluna de fumaça coberta pelo cogumelo cinzento. Nele estava inscrita a infame equação: $E = mc^2$. Agora ela era uma celebridade.



INTERLÚDIO
Ideias malucas

Para entendermos isso, precisamos de uma ideia maluca. Alguém tem uma ideia maluca?

NIELS BOHR

O cientista e autor de textos de divulgação científica Jeremy Bernstein escreve que volta e meia ele tem a seguinte fantasia:

> Estamos em 1905, e eu sou professor de física na Universidade de Berna. O telefone toca, e uma pessoa de quem nunca ouvi falar se identifica como examinador de patentes do Escritório Nacional de Patentes da Suíça. Ele diz que ouviu falar que eu dou palestras sobre teoria eletromagnética, e que desenvolveu algumas ideias que poderiam me interessar. "Que tipo de ideias?", pergunto, com certa arrogância. Ele começa relatando alguns conceitos que parecem loucos sobre o espaço e o tempo. Réguas se contraem quando estão em movimento; um relógio no equador anda mais devagar que no polo Norte; a massa de um elétron aumenta com a velocidade; se dois eventos são ou não simultâneos, isso depende do referencial do observador, e assim por diante. Como eu teria reagido?[1]

O experimento mental de Bernstein demonstra um dos efeitos colaterais de se escrever sobre ciência: cartas de estranhos contendo ideias malucas. Antigamente, essas cartas chegavam dentro de envelopes pardos, escritas a mão; hoje elas são enviadas por e-mail, com links para páginas da internet. Os assuntos mais comuns são astrofísica, cosmologia, teorias de unificação e a derrocada da ciência ocidental. Einstein em geral é citado como um símbolo da ciência tradicional (arqui-inimigo do autor) ou como o forasteiro incompreendido (precursor do autor). Um ou vários dos seguintes termos são mencionados: gravidade, eletromagnetismo e órbitas planetárias. As versões mais primitivas e fáceis de reconhecer citam também fenômenos psíquicos, signos astrológicos, remédios feitos com ervas, mercado de ações, placares de beisebol e letras de rock. Muitas cartas loucas abusam do *itálico*, do **negrito** e das LETRAS MAIÚSCULAS, como as *newsletters* da extrema direita e certos contratos de licenciamento de softwares. Alguns autores alertam para a conspiração científica e governamental para dar fim a suas ideias; outros generosamente permitem que você entre para a Congregação.[2]

Muito poucos destinatários das cartas malucas as respondem. Presume-se que isso é contraproducente e talvez até perigoso, por reforçar a sensação do autor das missivas de que são incompreendidos, e por abrir uma brecha para novos apelos urgentes. Os receptores em geral olham as cartas e colocam-nas numa gaveta de "cartas malucas". Raramente alguém que eu conheço as joga fora.

Por que não?

Um dos meus colegas compara sua gaveta de "cartas malucas" com o circuito artístico das redondezas; se você for meticuloso e paciente, pode encontrar *alguma coisa* de valor, mas a busca demoraria tanto que você nunca se decide a fazê-la. Outros têm explicações psicológicas: nós admiramos e até invejamos os autores das cartas malucas pela energia e pelo zelo. Sentimos uma afinidade – não temos, todos, algum tipo de verdade incompreendida? Apesar de obscuras, gostamos de ler as cartas – é como ver um desastre de um trem mental. Outros ainda guardam as cartas, segundo me dizem, porque "nunca se sabe…".

Cartas malucas têm dimensões filosóficas, psicológicas e sociais interessantes. É muito mais difícil do que parece caracterizar uma carta maluca e seu apelo. Grandes cientistas também têm seus momentos estranhos: lembrem-se das obsessões de Einstein com as teorias de campo unificado, e de Pauling com a vitamina C. Os cientistas não sentem simpatia por "ideias malucas", e até não precisam delas? Já não ouvimos a famosa história de como Wolfgang Pauli acusou Niels Bohr de estar apresentando uma teoria maluca, e como Bohr respondeu que o problema era que sua teoria não era "maluca o suficiente", que precisavam de uma "ideia mais maluca"?

Finalmente, algumas histórias nos alertam para não sermos muito confiantes em nossa habilidade de reconhecer cartas malucas.

A história de alerta número um é a de Srinivasa Ramanujan, indiano que, em 1913, aos 25 anos, enviou cartas a vários matemáticos britânicos. Como muitos outros, G.H. Hardy deixou-as de lado, classificando-as de loucura. Mas depois leu-as e percebeu sua genialidade. Logo convidou Ramanujan para ir à Inglaterra, onde ele foi reconhecido como um dos maiores matemáticos de todos os tempos. Nosso próprio preconceito pode determinar quem classificamos de louco.

A história de alerta número dois é a de Nicholas Christofilos, engenheiro elétrico grego de uma empresa de instalação de elevadores cujo hobby eram os aceleradores de partículas. Em 1949, ele enviou um manuscrito aos físicos de Berkeley propondo uma nova arquitetura, e eles responderam apontando as falhas do projeto. Christofilos fez as correções, deu entrada num pedido de patente e enviou o projeto de volta a Berkeley. Os cientistas, dessa vez, apenas o ignoraram. Em 1952, ao ler que físicos americanos haviam "descoberto" um novo método de aceleração de partículas idêntico ao seu, ele contatou uma firma de advogados e teve sua prioridade reconhecida. Certa vez perguntei a um dos físicos que vira o projeto de Christofilos por que ele o tinha ignorado. "O primeiro violava as equações de Maxwell", disse-me, de forma displicente, com uma linguagem corporal que dava indícios de que aquilo era o equivalente a mencionar fenômenos paranormais. Portanto, ele não precisava se desculpar por ter decidido ignorar o resto. Física errada não torna uma ideia maluca.

Jeremy Bernstein insiste que se tivesse visto uma cópia do artigo recém-publicado por seu correspondente, "A eletrodinâmica dos corpos em movimento", talvez ele dissesse que não se tratava de uma fraude, e dá duas pistas. A primeira é a "conectividade", ou o fato de que a teoria dava as mesmas respostas que a mecânica newtoniana quando as velocidades dos corpos eram pequenas em comparação com a da luz. Teorias erradas "em geral começam e terminam no nada", sem se conectar com o corpo existente de conhecimento científico. A segunda dica é a presença de previsões testáveis.

Eu acrescentaria duas outras dicas. A primeira está ligada ao modo como o autor lida com as equações. Cartas malucas quase sempre ou jamais contêm equação alguma, ou tem poucas, e as trata como objetos de fetiche. As equações, nessas cartas, na maior parte das vezes, comprovam a observação de Barthes sobre a fantasia gnóstica do conhecimento reduzido a uma fórmula. Elas aparecem desacompanhadas, como se fossem pedacinhos independentes de verdade. São tratadas como aforismos, compactando filosofias inteiras em miniatura. O papel da equação no artigo é como a de um instrumento musical que alguém carrega por aí sem jamais tocá-lo. Em artigos científicos genuínos, em contraste, as equações jamais aparecem desacompanhadas, mas estão inseridas numa sequência, como coparticipantes num extenso argumento lógico, fragmentos de um extenso edifício intelectual ao qual devem sua própria existência; e apenas uma parte dela está reproduzida na página. Quer dizer, as equações não são tratadas como se pudessem sobreviver por si sós.

Mas eu acho que a dica mais importante para identificarmos um maluco é a falta de uma atitude de compromisso, somada a certa jocosidade – a atitude que Einstein demonstrou com seu medo expresso a Habicht de que Deus o conduzia, e com sua vontade de ser conduzido.

Como prova disso, conto a seguinte história… Ela aconteceu em setembro de 1946, em Nova York, numa das primeiras conferências da Sociedade Americana de Física depois da Segunda Guerra Mundial. Numa sessão apresentada pelo jovem teórico holandês Abraham Pais, o palestrante tinha dificuldades para descrever o estranho comportamento de uma nova e enigmática partícula, e foi interrompido por Felix Ehrenhaft, físico vienense mais velho. Desde 1910, Ehrenhaft dizia possuir evidências da existência de “subelétrons”, cargas cujos valores eram menores que o do elétron, e seus esforços para ser ouvido haviam exaurido a comunidade científica. Já quase aos setenta anos, Ehrenhaft ainda buscava uma plateia, e subiu ao pódio querendo ser ouvido.

Um jovem físico chamado Herbert Goldstein – que me contou a história – estava sentado próximo de seu orientador e ex-colega do Laboratório de Radiação do MIT, Arnold Siegert. “A teoria de Pais é muito mais louca que a de Ehrenhaft”, Goldstein disse a Siegert. “Por que chamamos Pais de físico e Ehrenhaft de louco?”

Siegert pensou um pouco. “Porque”, disse com firmeza, “Ehrenhaft *acredita* em sua teoria.”

A força da convicção de Ehrenhaft – Siegert quis dizer – interferia na atitude bem-humorada que um cientista deve adotar, uma habilidade para arriscar e levar adiante suas insatisfações. (A convicção, falou Nietzsche, é mais inimiga da verdade que as mentiras.) O que faz um louco não são somente nossos preconceitos, nem necessariamente suas afirmações, mas nosso reconhecimento dos efeitos disruptivos da convicção do autor. Pois a convicção tende a eliminar não só as insatisfações, mas também o bom humor, uma combinação que produz vontades muito poderosas na ciência.

8. O ovo de ouro:

A EQUAÇÃO DA RELATIVIDADE GERAL

$$G^{im} = -K\,(T_{im} - \tfrac{1}{2} g_{im} T)$$

DESCRIÇÃO: O espaço-tempo diz à matéria como ela deve se mover; a matéria diz ao espaço-tempo como ele deve se curvar.
DESCOBRIDOR: Albert Einstein
DATA: 1915

Uma das maiores conquistas do pensamento humano…

J.J. THOMSON

Na época, eu considerava a teoria, e ainda a considero, o maior feito do pensamento humano sobre a natureza, a mais incrível combinação de agudeza filosófica, intuição física e habilidade matemática. Mas suas conexões com a experiência eram fracas. Ela me encantava como um grande objeto de arte que deve ser admirado e usufruído a distância.

MAX BORN

A equação de campo da relatividade geral de Einstein, que expressa a curvatura do espaço-tempo, não é de imediato reconhecida como a fórmula da relatividade especial, que expressa a equivalência da massa e energia. Mas ela também se tornou conhecida sob circunstâncias dramáticas.

A data era 6 de novembro de 1919, o lugar, um salão do prédio da Royal Society, em Londres. O lugar parecia o interior de uma pequena igreja, com fileiras de bancos dos dois lados de um corredor central e uma colunata ao longo das paredes. No fundo, uma antessala para abrigar a multidão excedente. Numa das paredes estava pendurado o retrato do membro mais famoso da associação, Sir Isaac Newton.

O evento era uma reunião conjunta da Royal Society de Londres e da Royal Astronomical Society. A plateia ouvira falar de dados obtidos durante um eclipse solar ocorrido cerca de seis meses antes, em 29 de maio. Os cientistas haviam tirado fotos das estrelas durante o eclipse, tentando perceber se a luz que emitiam sofrera algum desvio ao passar próximo ao Sol. Alguns dos presentes alertaram a imprensa sobre a importância da ocasião. O *Times* de Londres, numa extensa matéria, declarou: "O maior interesse foi suscitado nos círculos científicos, na esperança de testar teorias rivais sobre um problema básico da física, e havia muitos astrônomos e físicos presentes."[1] Uma das teorias rivais era a de Albert Einstein, cuja ideia de que o espaço era "curvo" integrava a equação da relatividade geral; essa hipótese tinha como consequência a curvatura da luz das estrelas próximo ao Sol. O físico britânico J.J. Thomson, grande personagem da ciência na Inglaterra, que descobrira o elétron, presidia a sessão. "Este é o resultado mais importante já obtido com respeito à gravitação desde o tempo de Newton." Thomson anunciou e descreveu o resultado como "o maior feito do pensamento humano".[2] O filósofo Alfred North Whitehead, na plateia, escreveu depois:

> A atmosfera tensa de interesse era exatamente a de uma peça de teatro grega: éramos o coro comentando o decreto do destino, revelado no desenvolvimento de um incidente supremo. Havia uma qualidade dramática no próprio palco: o rito tradicional e, ao fundo, um retrato de Newton a nos lembrar que a maior de todas as generalizações científicas, após mais de duzentos anos, estava prestes a receber sua primeira modificação. Nem o interesse pessoal deixava a desejar: uma grande aventura do pensamento voltava de viagem sã e salva.[3]

A relatividade especial também fora uma aventura, mas, dela, muitos membros da sociedade científica – incluindo FitzGerald, Poincaré e vários outros que se perguntavam sobre a contradição entre Newton e Maxwell – haviam participado. A relatividade geral era diferente. Einstein embarcou nessa empreitada praticamente sozinho. Por sete anos, sua insistência no assunto levou-o a um labirinto onde portas se abriam de forma inesperada, mas becos sem saída às vezes o obrigavam a andar para trás e desfazer anos de trabalho. Só no fim do caminho outros perceberam que uma dramática jornada de extraordinário significado acabara de acontecer.

Viagem solitária

O caminho para a relatividade geral também começou com um experimento mental, que Einstein sugeriu em novembro de 1907. Ele escreveu:

> Eu estava sentado numa cadeira, no escritório de patentes, em Berna, quando de repente tive uma ideia: se uma pessoa está em queda livre, ela não sentirá o próprio peso. Fiquei espantado. Essa hipótese simples teve grande impacto sobre mim. Ela me impeliu para uma teoria da gravitação.[4]

Ele se referiu à ideia como "o pensamento mais feliz de minha vida".[5]

O experimento abstrato era uma ambiciosa extensão dos experimentos mentais associados à relatividade especial. Aqueles envolviam situações de movimento uniforme, e o ponto-chave era a impossibilidade de dizer se algo estava em movimento: tudo dentro daquele vagão de trem, por exemplo, agia exatamente como se estivesse em movimento uniforme, ou estivesse parado. O novo experimento abordava o movimento acelerado: imagine que aquele vagão é içado, solto e caia rumo ao chão. Einstein percebeu que você não seria capaz de dizer se estava caindo num campo gravitacional ou se estava no espaço, na ausência de qualquer campo gravitacional. Se você soltasse um objeto – chaves, uma bola, moedas –, ele ficaria no mesmo lugar, como se estivesse em repouso. Einstein chamou isso de seu "pensamento mais feliz", porque compreendeu que a impossibilidade de percebermos a diferença entre as duas situações era importante.

Hoje, graças a incontáveis imagens de ausência de peso em espaçonaves, nos aviões em grandes altitudes, e assim por diante, consideramos a ideia bem menos espantosa do que Einstein, então com 28 anos. A hipótese de que a queda livre num campo gravitacional era indistinguível da ausência de força indicou-lhe que a presença de gravitação era idêntica à presença de aceleração – ou seja, força. E era possível inverter a situação: se o vagão de trem estivesse no solo, você poderia dizer se estava num campo gravitacional ou se estava acelerando? Esses pensamentos concentraram a insatisfação de Einstein, e ele se propôs explorar as consequências advindas do fato de não ser possível distinguir as situações.

O experimento mental trazia um tipo de insatisfação diferente daquele que levara Einstein à relatividade especial. Em vez de trazer à tona uma contradição surgida da busca de combinar dois sistemas completos – o de Newton e o de Maxwell –, este surgia de uma aparente identidade entre duas coisas supostamente muito diferentes. Era como se, por tradição e hábito, estivéssemos acostumados a lidar com dois escritórios governamentais para coisas diferentes, e de repente descobríssemos que suas atividades eram idênticas, e devêssemos tentar entender como isso era possível.

As duas coisas a princípio diferentes eram a massa inercial e a massa gravitacional. Segundo Newton, a gravidade era um tipo especial de força que puxava objetos pesados mais intensamente que objetos leves – mas, por pura coincidência, a massa inercial dos objetos mais pesados fazia com que eles resistissem mais a esse puxão, de modo que tudo se acelerava segundo a mesma taxa. Einstein pensou: vamos presumir que isso não seja coincidência e ver o que acontece.

Outra maneira de formular o problema é dizer que ele cogitava uma covariância ainda mais profunda que aquela que descobrira na teoria da relatividade inicial. Covariância é simplesmente uma parte do que chamamos de objetividade: afirmar que algo é uma parte real do mundo é dizer que isso parece diferente visto de "ângulos" diversos – e isso não somente para coisas como condições de iluminação, mas localidades espaciais e velocidades –, de uma maneira que pode ser descrita precisamente por "transformações". Covariância parece enfatizar a diferença entre como uma coisa parece e o que ela realmente é.

Na teoria de Einstein de 1905, ele descobrira transformações que faziam com que uma mesma descrição fosse válida, não interessando a velocidade com que o objeto se movesse – portanto, se ele se movia de forma uniforme –, mesmo que ele "parecesse" diferente se estivesse viajando em velocidades próximas à da luz. Se algo não obedecesse a isso – se *não* parecesse diferente próximo à velocidade da luz –, poderíamos afirmar que não se tratava de um objeto real, que ele não fazia parte do nosso mundo. Agora Einstein tentava estender a covariância para sistemas acelerados: como a descrição de um objeto "real" mudaria se o referencial fosse acelerado? Isso o levaria a uma reformulação tão radical de seu trabalho que ele o chamaria de "relatividade geral", para diferenciá-lo de seu precursor, a "relatividade especial".

Primeiro passo: o princípio da equivalência (1907)

O experimento mental de Einstein, que inaugurou sua viagem solitária, lhe ocorreu quando estava trabalhando num artigo que resumia a teoria da relatividade para o *Jahrbuch der Radioaktivität.* Ele acrescentou uma seção final, de dez páginas, para incluir uma "nova reflexão". Até agora, escreveu, ele aplicara o princípio da relatividade a sistemas com movimento uniforme, mas "será que o princípio da relatividade também se aplica a sistemas que estejam acelerados uns em relação aos outros?" E se houvesse dois sistemas, um acelerado, numa certa taxa, e o outro em repouso, num campo gravitacional uniforme que exercesse a mesma força? Até onde sabemos, Einstein dizia, as leis físicas, em ambos os sistemas, eram as mesmas, e "devemos a partir de agora presumir a equivalência física completa de um campo gravitacional e a correspondente aceleração de um referencial".[6] Einstein escreveu que não sabia se esse "princípio da equivalência" era verdadeiro – apenas queria ver o que aconteceria se fosse.

As próximas páginas contêm elementos-chave do que viria a ser a relatividade geral. Einstein tirava conclusões surpreendentes, como a de que pessoas em grandes altitudes, num campo gravitacional, perceberão os relógios em baixas altitudes se moverem mais devagar, e que o campo gravitacional afetava o caminho da luz – embora, "infelizmente, o efeito da gravidade terrestre ser tão pequeno… que não há perspectiva de compararmos os resultados da teoria com os da experiência".[7] Ainda assim, ele tinha esperança de construir previsões testáveis.

Einstein, por exemplo, se voltou para o antigo problema da órbita de Mercúrio. Em meados do século XIX, astrônomos haviam percebido que o ponto no qual o planeta está mais próximo do Sol – chamado de periélio – não era fixo, mas se movia vagarosamente pela órbita. Primeiro os astrônomos presumiram que isso era causado pela influência gravitacional de outros planetas; mas, quando todas essas influências eram meticulosamente calculadas, mesmo uma pequena porção – 43 segundos de arco por século – não podia ser explicada. A discrepância não era pequena o suficiente para ser ignorada, mas também não era grande o bastante para fazer alguém duvidar do sistema newtoniano usado para explicar os movimentos planetários.

Alguns reparos foram propostos. Certos deles envolviam fenômenos como um planeta desconhecido, chamado Vulcano, ou uma camada de matéria nebulosa lenticular próxima ao Sol, mas nada disso foi encontrado. Outra abordagem era adulterar as fórmulas newtonianas, introduzindo pequenas modificações na lei do inverso do quadrado, mas essas tentativas tinham efeitos desagradáveis. Por meio século, a precessão da órbita de Mercúrio foi um dos grandes mistérios insolúveis da astronomia.

Einstein percebeu que esse pedacinho final da precessão era algo que sua ideia talvez pudesse explicar, partindo de princípios fundamentais, graças a certos fatores em sua teoria que estavam ausentes na de Newton, de modo que os astrônomos não precisassem depositar suas esperanças de um Universo previsível em fenômenos ainda não descobertos, manipulando constantes ou ajustando fórmulas. "No momento", escreveu ele a seu amigo Habicht, na véspera do Natal de 1907, "estou trabalhando numa análise relativista da lei da gravitação pela qual espero explicar as ainda incompreensíveis mudanças seculares no periélio de Mercúrio."[8] Porém, por vários anos, essas mudanças permaneceram misteriosas.

Einstein não escreveu nada sobre a gravidade entre 1907 e 1911. Por um lado, houve interrupções pessoais: o nascimento de mais um filho, em 1910, a mudança para Praga com a mulher, Mileva, e duas crianças, em março de 1911. Suas novas atividades – professor associado em Zurique, na Eidgenössiche Technische Hochschule (ETH), e depois em Praga, em 1911 – representavam mais uma pressão. Ele se viu absorvido pelos problemas da teoria quântica, mostrando ao mundo da física como dissipar o que Kelvin chamara de "nuvem número dois": a dificuldade de aplicar a teoria de Maxwell-Boltzmann a certos resultados experimentais, que Einstein demonstrou se dever a efeitos relacionados à ideia de quantum.

Quando ele voltou à gravidade, uma nova e promissora porta havia se aberto no labirinto, embora não a tenha usado de imediato. A entrada fora aberta por um ex-professor seu na ETH, Hermann Minkowski (1864-1909). Este não tinha admiração especial por seu aluno, a quem chamara certa vez de "cão preguiçoso"; ao ver o artigo de Einstein, de 1905, comentara: "Vejam só! Eu jamais esperaria algo tão inteligente daquele rapaz."[9] Mas Einstein acabou por se mostrar o estudante dos sonhos de Minkowski, alguém que toma emprestado, assimila e transforma o conhecimento adquirido e acaba por ensinar algo novo ao professor.

A porta que Minkowski abriu, inspirado pela teoria da relatividade especial, era uma abordagem matemática para o espaço e para o tempo que os colocava em pé de igualdade. Minkowski descrevia objetos como sendo não apenas dotados de um x, um y e um z de posição, mas também um t, correspondente à sua posição num quarto eixo, o tempo. A nova abordagem concebia um objeto que se movia ao longo de uma "linha" do tempo do mesmo modo que um objeto se move numa linha do espaço. Um objeto que permanecesse no mesmo lugar seria representado por uma linha reta; apenas sua posição no eixo t variava. Um objeto se movendo ao longo do eixo x com velocidade uniforme seria representado por uma curva, pois ele se movimentava não somente ao longo do eixo *x*, mas também ao longo do eixo *t*. Objetos com movimentos mais complexos seriam representados por formas mais complexas. A distância entre objetos em duas posições tinha quatro, e não três termos; era como se somássemos ainda mais um "lado" ao teorema de Pitágoras, correspondente à diferença no tempo entre os dois eventos. Enquanto o teorema de Pitágoras no espaço euclidiano tridimensional é $s^2 = x^2 + y^2 + z^2$, onde s^2 é o comprimento invariante para todos os observadores, a extensão do teorema de Pitágoras para o "espaço-tempo" dizia que $s^2 = x^2 + y^2 + z^2 - (ct)^2$.

A fórmula de Minkowski levava a covariância adiante, ao incluir as condições para a existência objetiva do comportamento de um objeto no tempo. Uma descrição de algo que dá apenas *x*, *y* e *z* da posição, sem uma posição no tempo, é como a fotografia de uma pessoa comparada a um vídeo – apenas uma visão parcial. No espaço-tempo, a descrição completa de um objeto é como um vídeo, pois nos dá a posição espacial do objeto *e* sua posição no tempo. Para construir as fórmulas, Minkowski usou ferramentas matemáticas, agora chamadas "tensores", que traduzem conjuntos de quantidades de um sistema de coordenadas para outro.

Tensores são objetos matemáticos "classificados" de acordo com seus índices, que são uma medida de sua complexidade. Um tensor de ordem 0 é uma constante, de ordem 1 é um vetor, de ordem 2 é um conjunto de matrizes complexas com múltiplos componentes que podem ser usados para traduzir um sistema de coordenadas em outro. Tensores de ordem 2 permitiram a Minkowski unir o espaço e o tempo, e, nesse processo, defini-los da mesma maneira minuciosa que a empregada por Einstein no caso da simultaneidade. Em 1908, Minkowski deu uma palestra em Colônia, Alemanha, que começava assim:

> Cavalheiros, os conceitos de espaço e tempo que quero lhes mostrar surgiram da física experimental, e dela tiram sua força. Eles são radicais. De agora em diante, o espaço por si só e o tempo por si só estão fadados a desaparecer nas sombras, e apenas um tipo de união entre os dois preservará uma realidade independente.[10]

Naquele momento, Einstein passou por essa porta do labirinto e preferiu ignorar o trabalho de seu professor, classificando-o de "erudição supérflua".[11] Mas ele seria forçado a voltar atrás.

Em 1911, já em Praga com Mileva e as crianças, Einstein publicou o que não passava de uma continuação de seu artigo de 1907, intitulada "Sobre a influência da gravidade na propagação da luz".[12] Em texto anterior, começava ele, abordei a questão de se a gravidade afeta a luz. Mas "meu tratamento anterior do assunto não me satisfaz, … porque eu agora percebo que uma das consequências mais importantes daquela análise está acessível ao teste experimental". Dois testes, na verdade. Segundo o princípio da equivalência, "não se pode mais falar em *aceleração absoluta* de um referencial, assim como não se podia falar em *velocidade absoluta* na teoria comum da relatividade". Isso trazia consequências sobre como a luz se comporta num campo gravitacional. Uma dessas consequências, que ele debatia na seção 3 do artigo, era a existência de um *redshift gravitacional*: a luz emitida por fontes "na parte de baixo" de um campo – na superfície do Sol, por exemplo – sofreria um desvio para o vermelho quando comparada à de fontes situadas "mais acima", como na Terra. Medir a diferença, embora difícil, seria um importante teste para a relatividade geral.

O segundo teste, discutido na seção 4, era a *curvatura da luz das estrelas*. "Raios de luz passando próximos ao Sol experimentarão uma deflexão por seu campo gravitacional, de tal modo que uma estrela fixa que seja vista próxima ao Sol parece estar a uma distância angular maior com relação ao Sol de quase um segundo de arco." Vamos supor que astrônomos tirassem fotos de estrelas de fundo durante um eclipse total do Sol, e as comparassem com fotos daquelas mesmas estrelas, sem o Sol. Se, como Einstein suspeitava, a luz das estrelas sofresse um desvio ao passar próximo ao Sol, as duas fotos seriam diferentes, e as estrelas aparentariam estar mais longe do Sol na primeira. Agora ele iria prever quanto.

> Um raio de luz passando próximo ao Sol sofreria uma deflexão de 4×10^{-6} = 0,83 segundo de arco. … Como as estrelas fixas angularmente próximas ao Sol são visíveis durante um eclipse total do Sol, essa consequência da teoria pode

> ser comparada a experiências. … Seria muito desejável que os astrônomos tomassem para si a questão de saber se é ou não possível, com o equipamento atualmente disponível, detectar a influência de campos gravitacionais na propagação da luz.

Esse valor, logo corrigido para 0,87 segundo de arco, simplesmente denuncia o fato de que, como tem massa, segundo $E = mc^2$, a luz é afetada pela gravidade tanto quanto pedras e maçãs, e se baseia em princípios newtonianos; tanto que o valor é conhecido como "valor newtoniano".

No artigo de 1911, Einstein ainda não podia dizer nada sobre a misteriosa *precessão do periélio de Mercúrio*, que se tornaria a terceira previsão importante para a relatividade geral. Mas as duas primeiras previsões – especialmente a curvatura do raio de luz – deram partida a eventos que culminariam na famosa reunião e em manchetes ao redor do mundo. Pois Einstein começou a instigar os astrônomos a tentar medir suas previsões.

Em agosto de 1911, ele enviou o artigo "Influência da luz das estrelas" para um astrônomo da Universidade de Utrecht que havia publicado um texto sobre o *redshift* solar; Einstein escreveu que havia chegado à "fantástica" conclusão de que "a diferença de potencial gravitacional" poderia ser a causa. "Uma curvatura dos raios de luz pelos campos gravitacionais também são consequência desses argumentos." Se outra coisa for a causa, Einstein acrescentava, "então minha querida teoria tem de ir para a cesta do lixo".[13]

No mesmo mês, Einstein enviou seu artigo para Erwin Freundlich, jovem astrônomo de Berlim que se tornaria defensor da relatividade, entre os astrônomos. Freundlich se ofereceu para estudar a influência de Júpiter sobre a luz das estrelas e investigar fotografias tiradas durante eclipses. Júpiter se mostrou sem massa suficiente para curvar a luz de forma detectável. "Se ao menos tivéssemos um planeta maior que Júpiter!", lamentou Einstein. "Mas a natureza não julgou importante tornar a descoberta de suas leis algo fácil para nós."[14] Freundlich também se propôs verificar se deflexões estelares poderiam ser detectadas em fotografias tiradas durante eclipses passados, mas isso se mostrou impossível. Ele começou a organizar uma expedição para fotografar um eclipse no Brasil, em outubro de 1912. Mas a expedição foi cancelada, e um dos organizadores comentou que "nós … sofremos um eclipse total, em vez de observarmos um eclipse".[15]

Sem desanimar, Freundlich se incluiu numa expedição à Rússia – uma entre várias –, para observar um eclipse que aconteceria em 21 de agosto de 1914. Einstein escreveu animado para Ernst Mach, em junho de 1913: "Ano que vem, durante o eclipse solar, saberemos se os raios de luz são defletidos pelo Sol, ou, em outras palavras, se o pressuposto básico e fundamental da equivalência da aceleração de um referencial, por um lado, e do campo gravitacional, por outro, está realmente correto."[16] Naquele outono, ele escreveu perguntando ao astrônomo George Hale se um telescópio muito potente poderia captar estrelas próximas ao Sol durante o dia, para que ele não precisasse esperar até que ocorresse um eclipse; mas o eminente astrônomo acabou com suas esperanças, e Einstein se resignou a esperar o eclipse de agosto de 1914.

Essa expedição também acabou mal, por razões políticas, mais que meteorológicas. O assassinato do arquiduque Francisco Ferdinando, em 28 de junho, foi seguido pela invasão austro-húngara da Sérvia, e a declaração de guerra contra a Rússia, em 1º de agosto. A expedição de Freundlich foi uma das primeiras vítimas do conflito. Ele foi preso – apesar de logo ter sido resgatado e levado a Berlim – e seu equipamento, confiscado. Outras expedições também malograram, por causa do tempo.

Einstein tentou ajudar no que pôde, e enfrentou os obstáculos com alguma impaciência. Mas o colapso das tentativas se mostrou benéfico para ele, a longo prazo. Na época de expedição russa, Einstein havia entrado numa parte diferente do labirinto, o que o levou a revisar suas previsões.

Segundo passo: a geometria do espaço-tempo

Nesse meio-tempo, graças, em parte, à sua luta para estabelecer a curvatura da luz num campo gravitacional, Einstein percebeu um princípio de equivalência ainda mais profundo – ele teria de relacionar suas equações com diferentes geometrias do espaço. Falar que um espaço tem uma geometria não quer dizer que ele seja literalmente curvo – algo só pode ser curvo em relação a outra coisa considerada reta –, mas tem a ver com o resultado das medidas do caminho de algo que cruza esse espaço (por exemplo, um raio de luz). Se a luz fosse curvada por um campo gravitacional, as medidas de sua trajetória resultariam em algo que correspondesse à matemática de certa geometria. Isso implicava tratar a gravidade não como uma força, isto é, não como algo que exerce um puxão, mas como uma propriedade do próprio espaço, uma estrutura ou uma arquitetura que deve ser obedecida pelas coisas que se movem através dele. Escrever equações sem essa arquitetura – sem a geometria do espaço –, registrou Einstein, seria como "descrever pensamentos sem palavras".[17] Além disso, ele agora percebia as virtudes do trabalho de Minkowski, seu velho (e já falecido) professor, e em como o uso dos tensores simplificaria enormemente a tarefa que ele se propunha realizar. Einstein retraçou seus passos no labirinto e entrou pela porta que Minkowski abrira. Mas lá ele se viu subjugado pela tarefa de encontrar tensores para trabalhar com as geometrias curvas, não euclidianas.

Por sorte, Einstein sabia a quem pedir ajuda. No verão de 1912, ele se mudara de Praga para Zurique, levado por seu ex-colega de classe e de trabalho Marcel Grossmann. Na escola, Einstein costumava pegar emprestadas as anotações de matemática de Grossmann para poder se concentrar na física; agora Grossmann era reitor do departamento de física e matemática da ETH. "Grossmann", Einstein escreveu desesperado, "você tem de me ajudar, senão vou enlouquecer!"[18] O colega então lhe contou sobre as geometrias não euclidianas que os matemáticos haviam criado – Bernhard Riemann (que tinha um tensor de curvatura de vinte componentes), Gregorio Ricci-Curbastro (que havia desenvolvido uma versão comprimida com dez componentes) e Tullio Levi-Cività – e lhe ensinou o cálculo tensorial.

Com a ajuda de Grossmann, Einstein se propôs desenvolver um tensor ao estilo de Minkowski, generalizado para uma superfície quadridimensional, representando o campo gravitacional. Em agosto, ele escreveu agitado para um amigo: "O trabalho em gravitação está esplêndido. A não ser que eu esteja completamente equivocado, encontrei as equações mais gerais."[19] Em outubro, escreveu a outro amigo:

> Eu agora estou trabalhando exclusivamente no problema da gravitação, e acredito que posso superar qualquer dificuldade com o auxílio de um amigo matemático, aqui. Uma coisa é certa: nunca em minha vida dei tanta importância a algo, e agora tenho o maior respeito pela matemática, cujas partes mais sutis eu considerava, até agora, em minha ignorância, puro luxo. Comparada a esse problema, a teoria da relatividade original é brincadeira de criança.[20]

No ano seguinte, 1913, Einstein e Grossmann publicaram um artigo, "Esboço de uma teoria da relatividade geral e uma teoria da gravitação", que chegava "a um fio de cabelo" das equações finais.[21] Era composto de duas partes, a Parte I, sobre física, foi escrita por Einstein, a Parte II, sobre matemática, por Grossmann. Ao redigir o artigo, eles encontraram algumas pistas mostrando que a covariância geral era impossível. A descoberta perturbou Einstein profundamente, e ele a chamou de "uma mancha escura e feia" na teoria.[22] Abandonou as esperanças de covariância geral para a equação do campo e rumou para um beco sem saída do qual levaria dois anos para se desvencilhar.

No começo de 1914, Einstein deixou Zurique para assumir um novo cargo em Berlim, deixando para trás não só Grossmann, como também Mileva – o casamento terminara. Num jantar de despedida oferecido por um velho amigo da ETH, Einstein expressou alguma apreensão e reclamou estar sendo tratado como "uma galinha premiada". Como ele disse a quem o levou para casa: "Nem sei se sou capaz de botar outro ovo."[23]

Terceiro passo: equações covariantes

Já em Berlim, Einstein se atirou ao trabalho na relatividade geral, ignorando o resto; ao entrar no escritório dele, certa vez, Freundlich viu um gancho de carne pendurado ao teto, no qual o cientista espetava todas as cartas que não tinha tempo de ler.[24] Entre outubro e novembro de 1915, ele finalmente percebeu seu erro e voltou a buscar uma formulação que fosse covariante de forma geral. Aquele período, escreveu a um amigo, seria "um dos mais estimulantes e exaustivos de minha vida".[25] Em 4 de novembro, Einstein relatou à Academia Prussiana que havia "perdido a confiança nas equações de campo" que descrevera anteriormente. Explicou que voltara a insistir na "necessidade da covariância geral" para as equações de campo, "uma necessidade que eu havia abandonado, embora com o coração pesado, três anos atrás", e produzira uma teoria verdadeiramente covariante. "Ninguém que de fato a entender poderá escapar de sua beleza."

Em algum momento, nas duas semanas seguintes, Einstein fez uma descoberta que, como escreveu um de seus biógrafos, foi "de longe a experiência emocional mais forte na vida científica de Einstein, talvez em toda sua vida".[26] Ele percebeu que sua nova teoria explicava perfeitamente a precessão do periélio de Mercúrio. A previsão que havia feito em 1907, e com que trabalhara de forma tão diligente, agora ressaltava de sua nova teoria sem qualquer hipótese ou pressuposto adicional. "Eu fiquei fora de mim, feliz e animado, durante dias", escreveu a Lorentz.[27] Ele disse a outro amigo que tivera palpitações; a outro, ainda, que algo "estalara" dentro dele.[28]

Em 18 de novembro, Einstein anunciou aos membros da Academia Prussiana que suas novas e covariantes equações do campo gravitacional explicavam a órbita de Mercúrio; e também – algo que ele percebeu pela primeira vez – que a teoria do espaço-tempo curvo implicava uma previsão da deflexão da luz das estrelas próximas ao Sol duas vezes maior que o valor que previra.

> Essa teoria, no entanto, produz uma influência do campo gravitacional sobre um raio de luz de uma forma diferente daquela descrita em meu trabalho anterior. … Um raio de luz tangenciando a superfície do Sol deve ser defletido em 1,7 segundo de arco, em vez de 0,85 segundo de arco.

O velho valor newtoniano era de 0,85; o novo "valor einsteiniano" era de 1,7 segundo de arco.[29]

Em 25 de novembro, numa palestra intitulada "As equações de campo da gravitação", ele escreveu, já na forma que se tornaria familiar:[30]

$$G_{im} = -\mathrm{K}\,(T_{im} - \tfrac{1}{2} g_{im} T),$$

embora algumas vezes isso seja escrito com *R* no lugar dos *T*s, e com termos adicionais.[31]

A equação tem duas partes. Do lado esquerdo, há um conjunto de termos que se referem à geometria do espaço. Do lado direito, um conjunto de termos que descrevem a distribuição de energia e o momento. O lado esquerdo é geometria, o direito é matéria. Como o físico John Wheeler gostava de observar, lendo da esquerda para a direita, temos o espaço-tempo dizendo como a matéria deve se mover; lendo da direita para a esquerda, temos a massa dizendo como o espaço-tempo deve se curvar. Embora a equação preveja somente uma minúscula discrepância experimental em relação ao mundo que conhecemos – a posição de algumas estrelas fora de lugar –, ela resume uma revolução conceitual no mundo de Newton. Nesse novo Universo, não há espaço e tempo absolutos, e a gravidade não é uma força – não é um puxão entre dois objetos –, mas uma propriedade do espaço e do tempo.

Einstein tinha plena confiança de que estava certo. Ele mandou um cartão-postal ao físico Arnold Sommerfeld: "Você ficará convencido sobre a teoria da relatividade geral tão logo a tenha estudado. Portanto, eu não darei uma palavra em defesa dela."[32] Embora o núcleo da relatividade geral estivesse agora claro para Einstein, ainda era um labirinto para quase todos os outros. "As fórmulas básicas são boas, mas as derivações são abomináveis", escreveu ele a Lorentz.[33]

No começo de 1916, portanto, Einstein se dedicou a criar um caminho lógico que os outros pudessem seguir. O resultado foi um artigo de cinquenta páginas, publicado no número de março do *Annalen der Physik*, "A fundação da teoria da relatividade geral". O texto teve um sucesso tão grande que foi impresso como separata, esgotou várias impressões e logo foi traduzido para o inglês. A seção final enumerava as três previsões experimentais feitas pela teoria:[34]

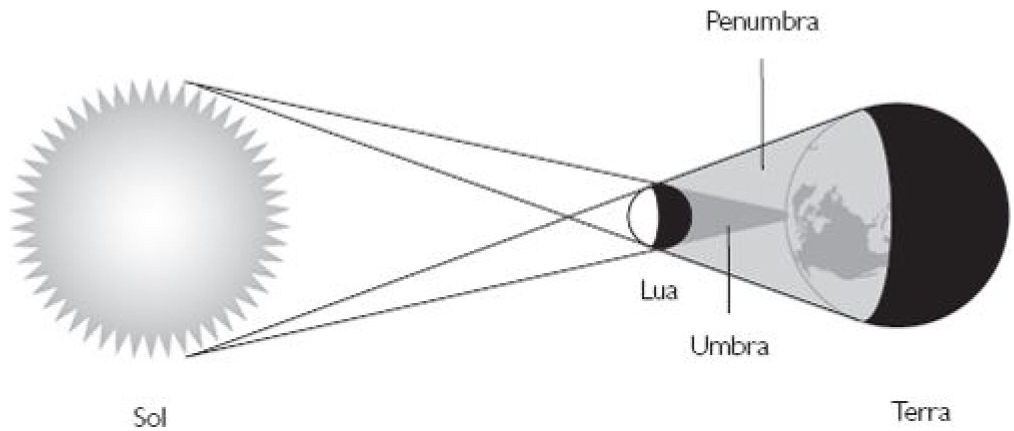
- As linhas espectrais da luz, que nos alcançam vindas da superfície de grandes estrelas, devem parecer deslocadas para o lado vermelho do espectro.
- Um raio de luz que passe próximo ao Sol sofre uma deflexão de 1,7 [segundo de arco]; e um raio que passe próximo a Júpiter, uma deflexão de algo próximo de 0,02 [segundo de arco].
- A elipse orbital de um planeta sofre uma lenta rotação. … Cálculos nos dizem que, para o planeta Mercúrio, a rotação da órbita é de 43 [segundos de arco] por ano, correspondendo exatamente à observação astronômica (Leverrier).

A primeira previsão era muito difícil de se confirmar à época, e a terceira já estava contida na teoria quando ela apareceu pela primeira vez. Mas a segunda previsão – a parte que falava sobre a luz das estrelas que passam próximo do Sol – aparentemente poderia ser testada.

Com uma pequena ajuda da natureza.

A ciência experimental é a arte de fazer com que coisas que você entende lhe digam coisas que você não entende. Você solta bolas num plano inclinado e as cronometra. Cronometra o balanço de um pêndulo. Mede como gotículas de óleo se comportam num campo elétrico. Realmente maravilhoso – o assombro da ciência – é que você consegue desses eventos mais do que investiu neles. Em alguns casos, você pode realizar os eventos como performances ensaiadas no laboratório, sob seu total controle. Em outros casos, deve esperar que a natureza prepare o cenário para você.

Um eclipse é uma dessas performances grandiosas.



Performance cósmica

Um alienígena, observando-nos por um potente telescópio, a uma distância muito grande, veria a Terra e a Lua, banhadas pela luz do Sol, projetarem no espaço grandes cones de sombra à medida que elas giram uma em torno da outra. Esses movimentos podem ser previstos de forma exata graças às leis de Newton. De tantos em tantos tempos, a Terra ou a Lua entram na sombra projetada pela outra – algumas vezes totalmente, outras apenas parcialmente. Visto da Terra, por uma incrível coincidência, o tamanho aparente da Lua é o mesmo do Sol, de modo que ela esconde por completo a luz solar, deixando tudo o que estiver dentro de seu cone de sombra na escuridão, exibindo as estrelas que normalmente estariam ofuscadas pela luz do Sol. Esses eclipses significam a oportunidade de verificar se a luz das estrelas se curva ao passar pelo Sol.

Einstein estava ansioso e empolgado com a possibilidade de testar sua teoria. Como poderia ser diferente? Aquilo era mais que uma fórmula – era uma proposta que modificava a estrutura fundamental do Universo, tornando-a mais estranha do que qualquer hipótese formulada até então. Einstein se frustrara com os fracassos das expedições anteriores. Mas os insucessos lhe haviam poupado do embaraço de testar um resultado que teria de revisar mais tarde.

Depois de seu monumental artigo "Teoria geral", de 1916, descrevendo o trio de previsões, Einstein recomeçou a promover de forma ativa a necessidade de se testar a teoria durante um eclipse. Ele mandou uma cópia do artigo para o astrônomo e físico holandês Willem de Sitter, que o encaminhou ao secretário da Royal Astronomical Society, Arthur Eddington. Uma vez que a guerra interrompera as comunicações entre os países combatentes, foi a única cópia do artigo de Einstein a chegar à Inglaterra. Como físico, Eddington sentia-se perturbado com a discrepância de Mercúrio e intrigado com a teoria de Einstein, e escreveu vários artigos comentando-a. Mais ainda, como quacre e pacifista que era, se sentiu atraído pela possibilidade de superar as hostilidades entre cientistas alemães e ingleses.

Os esforços de Einstein encontraram resistência. Oliver Lodge, o físico britânico que havia descoberto uma forma de radiação eletromagnética ao mesmo tempo que Hertz, e que continuava a acreditar na existência do éter, afirmava que a corrente desse fluido poderia explicar o periélio de Mercúrio. Um opositor americano de Einstein, chamado Thomas J.J. See, que insistia em dizer que a gravidade era uma força física real, escreveu que "toda a doutrina da relatividade repousa sobre base errônea e será um dia lembrada como exemplo de fundações fincadas em areia movediça".[35] Ainda assim, Eddington persistiu e começou a angariar adeptos da expedição em busca de um eclipse para testar a maravilhosa e interessante teoria.[36]

Um recente trabalho em construtivismo social, que vê todo tipo de interesse como interesse em si próprio, chama a atenção para os esforços de Eddington no sentido de conquistar a atenção de cientistas, da mídia e do público para a relatividade, insinuando que ele estava empenhado somente em manipular a opinião pública e se autopromover.[37] Mas era natural que estivesse animado com o trabalho e quisesse compartilhar esse sentimento – e é evidente que o público e a mídia respondiam positivamente a notícias de significado potencialmente fundamental. Pensar de outro jeito é ter uma visão infantil a respeito dos cientistas e do público. Se Eddington *não* quisesse dividir sua empolgação relativa ao trabalho científico que poderia produzir uma imagem revolucionária do mundo, *isso* o teria tornado um ser patológico.

As últimas expedições do eclipse deram errado, como as anteriores. A guerra atrapalhou os planos de ir à Venezuela observar um eclipse, em 1916. Outra oportunidade surgiu em 1918, quando ocorreu um eclipse nos Estados Unidos, mas uma série de acontecimentos infelizes – incluindo tempo ruim, instrumentos que o Observatório Lick, da Universidade da Califórnia, havia emprestado à expedição russa de 1914 e não chegaram, conflitos entre os membros do grupo – fez com que os resultados não fossem publicados.

Eddington conseguiu recrutar o astrônomo real britânico Frank Dyson. Este foi o primeiro a propor uma expedição para um eclipse total, que aconteceria em 29 de maio de 1919. O fenômeno poderia ser observado no Nordeste do Brasil e, através do Atlântico, até o norte da África. Ele aconteceria com um fundo de estrelas muito brilhantes. Em novembro de 1917, a Comissão Permanente para Eclipses da Royal Society e a Royal Astronomical Society organizaram duas expedições a dois locais diferentes, para fotografar o eclipse. Uma delas, liderada por A.C.D. Crommelin e C.R. Davidson, iria a Sobral, no Nordeste brasileiro; a outra, coordenada por Eddington, foi à ilha Príncipe, área de cerca de 15km de extensão por 6km de largura, pertencente a Portugal, a 200km da costa oeste da África. Mas se um eclipse pode ser previsto, as condições climáticas, não – e o tempo em Sobral era um fator especialmente preocupante, porque maio era o último mês da estação chuvosa.

O eclipse de 29 de maio de 1919 foi apenas mais um, outra vez a Terra entrava no cone de sombra da Lua. Mas este se tornaria o eclipse mais importante da história da ciência.

Em março de 1919, as duas expedições partiram de Greenwich, Inglaterra, a bordo do navio *Anselm*, fazendo uma breve parada em Lisboa, antes de chegar à ilha da Madeira. Lá, as duas equipes se separaram. O grupo de Sobral partiu rumo ao Brasil, a bordo do *Anselm*, enquanto o outro ficou na Madeira por mais quatro semanas, aguardando uma embarcação que os levasse a Príncipe.

Quando a equipe de Sobral chegou a seu destino, uma localidade algo desolada, a cerca de 130km da costa, ela montou seus equipamentos na pista de corrida do Jóquei Clube local, depois de se certificar que não haveria corridas até o dia do evento. O governo brasileiro forneceu carregadores, pedreiros, carpinteiros, tradutores e um automóvel – o primeiro automóvel de Sobral –, levado do Rio de Janeiro para ser usado pela expedição. A equipe construiu uma estrutura para proteger os dois telescópios do vento. Uma pequena calamidade ocorreu quando um redemoinho se formou e derrubou a estrutura, mas os carpinteiros conseguiram firmar pilastras em outro lugar e manter a estrutura de pé. Uma chuva forte caiu em 25 de maio, lembrando a todos qual era a estação do ano. Mais perturbadora foi a descoberta de que o mecanismo de guiagem do maior dos dois telescópios apresentava um defeito, e que ambos os instrumentos tinham problemas com o foco.

Em 29 de maio, a sombra da Lua começou a varrer a superfície da Terra. Naquela manhã, em Sobral, os membros da expedição acordaram sob um céu nebuloso. Quando o eclipse começou, o Sol ainda estava entre nuvens. Mas, um minuto antes de o eclipse ser total, ele surgiu. Por seis minutos, Crommelin e Davidson tiraram todas as fotografias de que foram capazes, fazendo exposições de cinco a seis segundos cada. "Eclipse esplêndido", telegrafaram.

A outra equipe chegou a Príncipe e ficou baseada numa fazenda, no lado noroeste da ilha. O céu constantemente nublado deixou-os apreensivos. Em 29 de maio, o pessoal acordou sob forte chuva, e as nuvens encobriram o céu durante toda a manhã. Quando o eclipse começou, o Sol permanecia completamente escondido. Cerca de meia hora antes do eclipse total, os membros da equipe avistaram alguns pedaços do Sol, parcialmente encoberto, o que reacendeu as esperanças. Mas a cobertura de nuvens não se desfez por completo em momento algum. Eddington e seu colega, E.T. Cottingham, sem outra alternativa, tiraram fotos das nuvens e de algumas poucas estrelas que surgiam por entre elas, torcendo para que pudessem revelar algo. "Através de nuvens. Com esperanças", telegrafaram.

Nos vários meses seguintes, diversos grupos se puseram a calcular o valor da deflexão, levando em conta as inúmeras fontes de erro.

"Notícias jubilosas hoje"

Em setembro, Einstein escreveu ansiosamente a Lorentz para saber se ele já tinha notícias dos resultados dos ingleses. Em 27 de setembro, Lorentz enviou-lhe um telegrama:

> Eddington mediu deslocamento de estrela na borda do Sol, medições preliminares entre nove décimos de um segundo e o dobro deste valor. Muitas saudações, Lorentz.

Einstein imediatamente enviou um cartão-postal a sua mãe, Pauline, no leito de morte, com apenas alguns meses de vida pela frente:

> Querida mãe, notícias jubilosas hoje. H.A. Lorentz telegrafou que as expedições inglesas realmente comprovaram a deflexão da luz das estrelas pelo Sol.[38]

Einstein também registrou sua agitação mandando uma nota para a revista *Naturwissenschaften.*[39] Mas agora que a ansiedade passara, ele podia se recompor, e ficou mais calmo. Quando sua aluna Ilse Rosenthal-Schneider foi visitá-lo, ele lhe mostrou o telegrama, dizendo: "Olhe aqui, talvez isso lhe interesse." Mais tarde, ela contou:

> Era o telegrama de Eddington com os resultados da expedição do eclipse. Quando eu ia exprimir minha felicidade porque os resultados coincidiam com seus cálculos, ele disse, de forma fria: "Mas eu sabia que a teoria estava correta"; e quando lhe perguntei o que teria acontecido se não houvesse a confirmação de sua previsão, ele respondeu: "Então eu teria sentido pena do bom Deus – a teoria *está* correta."[40]

Em 6 de novembro de 1919, a reunião conjunta da Royal Society de Londres e da Royal Astronomical Society foi presidida por sir Joseph J. Thomson, que havia descoberto o elétron cerca de 25 anos antes. Ele deu início à assembleia dizendo: "Eu passo a palavra ao astrônomo real, que nos dará um depoimento sobre o resultado da Expedição do Eclipse de maio passado."[41]

E Dyson:

> O propósito da expedição era determinar se havia um deslocamento, causado pelo campo gravitacional do Sol, num raio de luz; e, se houvesse, quanto valia o deslocamento. A teoria de Einstein previu um deslocamento variando inversamente à distância do raio ao centro do Sol, chegando a 1,75" para uma estrela tangenciando o Sol. Sua teoria ou lei da gravitação já havia explicado o movimento do periélio de Mercúrio – um antigo problema para a astronomia dinâmica –, e era desejável que se aplicasse um novo teste.

Qualquer curvatura, prosseguiu Dyson, teria o efeito de "afastar a estrela do Sol"; isto é, ela pareceria estar mais afastada. Ele relatou brevemente os eventos da expedição, mencionando o defeito descoberto no telescópio maior. Como bom cientista que era, Dyson sabia que todos os dados não são criados de igual forma – alguns instrumentos funcionam melhor que outros, assim, é possível produzir uma avaliação, independentemente dos resultados. Enfatizando o que se obteve com o instrumento menor, Dyson concluiu: "Conseguiu-se um resultado muito definido, e ele diz que a luz é defletida de acordo com a lei da gravitação de Einstein." Crommelin falou em seguida, explicando o defeito do instrumento maior.

Eddington, um pouco ofuscado por Dyson e pela qualidade dos resultados de Crommelin, recapitulou a expedição e as frustrações com o tempo. Ele descreveu seus resultados da forma mais positiva possível, enaltecendo as pequenas coisas, mostrando que a cobertura de nuvens e a temperatura uniforme em Príncipe tiveram um efeito colateral benéfico, ao reduzir a distorção do espelho que havia afetado de forma adversa o telescópio grande em Sobral. Admitindo que "tirava o máximo de pequena quantidade de material", comentou que seu resultado de 1,6" para o deslocamento no limbo solar "concorda com os valores obtidos em Sobral". Descartando a explicação da refração da matéria, Eddington concluiu que os resultados corroboravam a lei de Einstein – a declaração de que a luz se curva –, mas não necessariamente a teoria de Einstein, as hipóteses sobre a curvatura do espaço que davam base a ela.

Thomson retomou a palavra. Ele chamou os relatórios de "comunicações importantes". E disse: "Este é o mais determinante resultado obtido em conexão com a teoria da gravitação desde os tempos de Newton, e", fazendo alusão ao retrato do antigo membro da Royal Society, pendurado ali perto, "é adequado que isso tenha sido anunciado numa reunião da associação ligada a ele."

Houve um debate, lamentando a complexidade matemática da teoria, que parecia estar fora do alcance da maior parte dos físicos. "Eu não posso acreditar", disse alguém, "que uma verdade física profunda não possa se expressar em linguagem mais simples. ... Será que o professor Eddington não pode traduzir seu admirável tratado da notação tensorial para uma forma mais simples?" Um cético, citando a ausência pertinaz da evidência de um desvio espectroscópico, argumentou que o resultado da deflexão – "um fato *isolado"* – não era necessariamente a confirmação da teoria de Einstein. "Nós devemos àquele grande homem", disse ele, apontando de modo dramático para o retrato de Newton, "o fato de procedermos de forma muito cautelosa ao modificarmos ou retocarmos sua lei da gravitação." Mas os argumentos contra a teoria de Einstein iriam desaparecer nos próximos dois anos.

As diversidades experimentais entre a teoria einsteiniana e a de Newton eram minúsculas – pequenas variações na posição de algumas estrelas e linhas espectrais, e uma diminuta oscilação na órbita de Mercúrio. Mas, ao mesmo tempo, não podiam ser mais profundas, pois sugeriam uma diferença fundamental no modo como o Universo é estruturado.

Na teoria de Newton, a gravidade é uma força atrativa – um puxão – que cada massa exerce em todas as outras massas a distância. Essa força age instantaneamente e em todos os lugares, e é inversamente proporcional ao quadrado da distância entre as massas. Sob a ação dessa força, as massas aceleram em direção à fonte. Mesmo se forem diferentes, aceleram com a mesma taxa, porque a força puxa os objetos proporcionalmente às suas massas: uma massa pequena sofre um puxão pequeno, uma massa maior, um puxão maior. Na teoria de Einstein, por sua vez, a gravidade é uma curvatura no espaço. Essa curvatura é construída pelas massas presentes. Quando a matéria e a energia se movem pelo espaço, elas seguem os caminhos que lhe estão abertos.

Essa foi uma das grandes reorganizações de conceitos fundamentais na história da ciência. Como Eddington escreveu:

> O referencial newtoniano, que se tornara natural após 250 anos, mostrou-se muito pouco refinado para acomodar o novo conhecimento observacional que agora se adquire. Na falta de referencial melhor, ele continuava sendo usado, mas suas definições estavam sendo aplicadas em sentidos para os quais não foram planejadas. Estávamos como um bibliotecário cujos livros ainda eram organizados de acordo com um sistema divisado há cem anos, tentando achar um lugar para guardar volumes sobre Hollywood, a Força Aérea e os romances policiais.[42]

Em 1921, a única personalidade que continuava desapontada com a teoria era o próprio Einstein. Para seus olhos treinados, que buscavam simetria, o lado esquerdo da equação estava pronto, pois era expresso na geometria do espaço-tempo, mas o lado direito, não. Ele comparou sua equação a um edifício malplanejado, metade de “mármore rico”, metade de “madeira de segunda mão”.[43] Insatisfeito, passaria grande parte de sua vida empenhado num esforço inútil para consertar essa estrutura. Apesar de aplicar-se nisso por mais de três décadas, jamais teria êxito.

INTERLÚDIO
Crítica científica

As equações do campo gravitacional que relacionam a curvatura do espaço com a distribuição de matéria já estão se tornando de conhecimento geral.

ITALO CALVINO, *As cosmicômicas*

Daí o patético paradoxo: as descobertas de Einstein, o maior triunfo registrado da razão humana, são aceitas pela maioria das pessoas como uma questão de fé.

Time, 1º jul 1946

O processo pelo qual o público passa a entender novos desenvolvimentos científicos aparece de uma forma que pode ser chamada de modelo de Moisés e Aarão. Como Moisés, o cientista parece ter um pé na esfera do divino, trazendo ao mundo humano alguma descoberta do além. O significado dessa atividade primordial é então relatado por algum Aarão, que o traduz para o público por intermédio de imagens e da linguagem popular.

O modelo de Moisés e Aarão é essencialmente um processo em duas etapas. Nós o vemos ser reencenado a toda hora – no noticiário televisivo, por exemplo, quando um porta-voz ou apresentador tenta explicar algo novo em apenas sessenta segundos. Alguns Aarões são mais eficientes e divertidos que outros.

A teoria da relatividade geral de Einstein apresenta algumas dificuldades particulares aos pretendentes a Aarão. Uma tradução em uma ou duas etapas é bastante difícil. A teoria requer uma matemática complexa, e modos não familiares de se pensar o mundo, que alguns físicos levam anos para dominar. Aprender a teoria é como se aclimatar a uma cultura sem dispor de atalhos. Algumas vezes – como o *New York Times* fez após o anúncio de 6 de novembro de 1919 – os jornalistas nem chegam a tentar nada, e dizem que a descoberta não pode ser explicada para os não cientistas. O físico Hermann Bondi declarou certa vez que o público não entenderia a relatividade até ter brinquedos relativistas para brincar.

Mas falar sobre ciência com o público é como falar de uma cidade para não habitantes; o que você diz depende do interesse da plateia. Se as pessoas pretendem morar naquele local, você dá um tipo de aula, concentrando-se em leis, instituições, regras, e assim por diante, que talvez necessitem de um tempo para serem compreendidas. Se sua plateia é de turistas, sem a menor intenção de se mudar, você pode se concentrar nas atrações, sem entrar em detalhes, condensando muita coisa.

Diversas tentativas interessantes foram feitas para tornar a relatividade geral acessível aos turistas. Uma delas é selecionar e elaborar imagens inteligentes que demonstrem seus resultados de forma acessível: por exemplo, o paradoxo dos gêmeos. Um deles viaja pelo espaço com velocidade próxima à da luz e envelhece de forma diferente do outro, que permanece na Terra; um astronauta não pode dizer se ele está acelerando ou na presença de um campo gravitacional. Outra maneira é lançando mão das biografias: vejam a popularidade fenomenal do livro recente de Walter Isaacson, *Einstein: sua vida e seu Universo*, ou do livro de Abraham Pais, mais antigo e mais difícil, vencedor do American Book Award, *Sutil é o Senhor…*

Uma outra maneira de ensinar o significado da relatividade geral ao público é com imagens mais radicais, tal como colocar objetos sobre uma membrana de borracha. Um peso deforma a superfície sobre a qual pousa de uma maneira que depende da massa do objeto, afetando o movimento de bolinhas de gude que passem pela região – de modo análogo àquele como um objeto distorce o espaço, proporcionalmente à massa, afetando o movimento dos objetos, inclusive a luz, que passam pela região. Alguns autores usam os três métodos, como Brian Greene, em seus excelentes livros, *O tecido do cosmo* e *O Universo elegante*.

Outras estratégias inteligentes para transmitir conceitos científicos complexos para o público geral incluem *Planolândia: um romance de muitas dimensões*, de Edwin A. Abbott, famosa narrativa sobre a conversa entre um quadrado e uma esfera que ilustra o problema de se pensar em múltiplas dimensões. E a brilhante peça de Michael Frayn, *Copenhague*, dramatizando um encontro entre Niels Bohr e Werner Heisenberg que acaba explicando muitos conceitos da física quântica.

No entanto, o aspecto que mais precisa de suporte no discurso contemporâneo sobre a ciência é o que se pode chamar de crítica científica. Pelo menos dois indivíduos – o cientista político Langdon Winner e o filósofo Don Ihde – chamaram atenção para isso. Nas artes, Winner explica, entende-se instintivamente que a crítica tem "um papel valioso e bem-estabelecido, servindo de ponte entre os artistas e as plateias". Um crítico literário, por exemplo, "examina um texto analisando suas características, avaliando suas qualidades, buscando uma apreciação mais profunda que pode ser útil a outros leitores". Infelizmente, Winner lamenta, o mesmo tipo de função não é exercido na ciência. Um obstáculo é que os cientistas tendem a considerar suspeita qualquer pessoa que faça o papel de crítico, como se os críticos de ciência, por definição, renegassem a ciência ou insistissem em suas limitações.

Enquanto isso, Don Ihde defende ativamente a crítica científica e até dá ideias de como ela deve ser. "O crítico da ciência deveria ser um bem-informado – na verdade, muito mais que apenas bem-informado – amador, [no sentido] de 'amante' da matéria, e ainda assim não ser do ramo." A razão por que o crítico científico não deve ser do ramo – assim como um crítico de arte não deve ser um artista profissional ou um autor – é que, como Ihde explica, "somos muito piores em nossa própria crítica".

Críticos da ciência, segundo Winner e Ihde, teriam uma função essencial. Eles serviriam para medir o impacto da ciência e da tecnologia em nosso mundo político (Winner) e na experiência humana (Ihde). Então, por exemplo, Winner escreve sobre a “política” dos artefatos tecnológicos, enquanto Ihde escreve sobre a transformação da experiência promovida pelos novos instrumentos. O tipo de crítica defendida e praticada por Winner e Ihde, em resumo, julga a presença da ciência e da tecnologia na sociedade, e tem claras dimensões morais e políticas.

Mas há outro modelo complementar de crítica científica, que requer outro tipo de interpretação, descrevendo o impacto das descobertas no nosso entendimento de nós mesmos, do mundo e de nosso lugar nele. Esse modelo requer não um processo de tradução único, mas a espécie de papéis múltiplos que a crítica artística exerce. Ele implicaria um tipo de “crítica científica” tão elaborada e extensa quanto a crítica artística, cuja presença é necessária para que haja uma cultura artística pujante. Os passos necessários incluiriam um campo complexo de vários e distintos nichos de escrita – livros, artigos e colunas de jornal, mas também romances e peças de teatro, comentários e resenhas desses romances e peças, e assim por diante. Isso permitiria que o conhecimento criado pela ciência assumisse uma presença cultural, e não meramente instrumental, tirando vantagem dos processos pelos quais a cultura se auto-organiza.

Esse modelo pode ser chamado de *casamento de impedância*. Em engenharia acústica e elétrica, casamento de impedância implica pegar um sinal – produzido em um alto-falante, por exemplo – e levá-lo a um novo ambiente, com uma “carga” diferente – o ambiente ao nosso redor –, de modo que o sinal possa ser ouvido. Este não é um processo em uma ou duas etapas; ele requer um ajuste contínuo e suave da carga e do sinal. O discurso científico tem uma carga – uma carga pesada –, e a linguagem popular tem outra muito diferente. Para ligar as duas de forma eficiente não precisamos apenas de educação básica e popularização, mas muitos passos distintos e sobrepostos. Cada passo requer mais que conhecimento retórico, exige que se construa uma conexão do sinal com os temas de interesse e as esperanças do público.

Por que devemos nos importar? Nosso sistema parece funcionar relativamente bem do jeito que está. Por que nos esforçarmos para fazer mais do que apenas parafrasear, para retraçarmos o impacto moral e espiritual de um trabalho científico como a relatividade geral sobre o mundo? Parte da resposta é: para evitarmos ser paternalistas com o público ou tratá-lo feito criança. Se a teoria da relatividade geral de Einstein representa os melhores esforços da humanidade para entender a estrutura básica do mundo, é desejável que os cidadãos – e não apenas os cientistas profissionais – tenham a habilidade de estabelecer algum *sentido* a partir da teoria da relatividade geral; algum sentimento sobre o que ela diz do nosso entendimento do Universo. E temos o dever de tornar isso possível. Enfatizando: tornar isso possível faz parte da busca humana de um entendimento de nós mesmos e de nosso lugar no mundo. O que está em jogo aí é nossa própria humanidade.

9. A equação básica da teoria quântica:

A EQUAÇÃO DE SCHRÖDINGER

$$\frac{d^2U}{dr^2} + \frac{2(a+1)}{r}\frac{dU}{dr} + \frac{2m}{K^2}\left(E + \frac{e^2}{r}\right)U = 0$$

DESCRIÇÃO Como o estado quântico de um sistema – interpretado, por exemplo, como a probabilidade de uma partícula ser detectada em uma certa posição – evolui no tempo.
DESCOBRIDOR: Erwin Schrödinger
DATA: 1926

A equação de Schrödinger é a equação básica da teoria quântica. Seu estudo exerce um papel excepcionalmente importante na física moderna. Do ponto de vista de um matemático, a equação de Schrödinger é tão inexaurível quanto a própria matemática.
F.A. BEREZIN E M.A. SHUBIN, *The Schrödinger Equation*

A jornada feita pela comunidade científica desde a introdução do quantum, por Planck, até a afirmação de Schrödinger sobre sua presença universal durou pouco mais que 25 anos.

Quando Planck sugeriu a ideia, em 1900, tratava-se de um pequeno ponto no horizonte. Ele lançou mão dela para fazer com que a teoria clássica funcionasse para a radiação de um corpo negro. Uma teoria funciona quando dizemos que qualquer coisa que absorva ou emita luz (que Planck tratou como “ressonador”) faz isso de forma seletiva – apenas em quantidades múltiplas inteiras de determinada quantidade de energia. Muitos cientistas encaravam isso como invencionice, um jeito de evitar o problema sem resolvê-lo cientificamente, e presumiam que a hipótese seria descartada e sumiria no horizonte.

O quantum se estende

Em 1905, contudo, num artigo sobre o efeito fotoelétrico, Einstein estendeu a ideia de Planck. O quantum não se dá pela seletividade dos ressonadores, propôs, mas pelo fato de que a própria luz é "granulada". Até o fim da década, o quantum já havia aparecido em diferentes áreas da física. Muitos dos que o haviam dispensado agora passaram a prestar atenção nele.

Em 1911, um passo fundamental foi dado pelo químico e físico prussiano Walther Nernst. De início, ele (como outros) tinha descartado a teoria quântica como a criação de uma fórmula "grotesca", mas usara-a para atacar o que Thomson havia chamado de "nuvem número dois", ou a aplicação da teoria molecular clássica do calor para resultados experimentais obtidos com sólidos, gases e metais a baixas temperaturas. Nernst declarou que, nas mãos de Planck e Einstein (e, ele deveria ter dito, em suas próprias), a teoria se provara "tão frutífera" que "é dever da ciência levá-la a sério e submetê-la a investigações cuidadosas".[1] Para tanto, ele organizou uma conferência de cientistas do primeiro time, em Bruxelas, com o apoio do industrial belga Ernest Solvay.

A conferência foi um marco e deu sinais de que o quantum – a ideia de uma granulação fundamental da luz e de todas as outras formas de energia – chegara à ciência para ficar. A reunião foi um daqueles eventos cuja importância logo fica evidente. Os participantes falaram sobre sua animação aos que não puderam comparecer. O ganhador do Prêmio Nobel Ernest Rutherford, de volta a Cambridge, Inglaterra, relatou os debates em termos "vívidos" para um fascinado novato de seu laboratório, o físico dinamarquês Niels Bohr, então com 27 anos. Em Paris, Henri Poincaré escreveu que a hipótese quântica parece implicar "a maior e mais radical revolução na filosofia natural desde Newton".[2] Muitos cientistas que não estiveram presentes puderam perceber o tom nas atas da reunião. Um deles foi o estudante da Sorbonne, de dezenove anos, Louis de Broglie, recém-convertido à física, depois de desistir da carreira de funcionário público. De Broglie depois escreveu que aquelas atas o haviam convencido a devotar "todas as suas energias" à teoria quântica.

Mas o quantum não se encaixava bem no horizonte newtoniano, mesmo tendo resolvido alguns problemas-chave. Era como um convidado que não se consegue evitar num evento, cuja presença você sabe que trará desconforto e deverá ser monitorada. Pense no que aconteceu quando Niels Bohr usou o quantum para explicar a até então obscura ideia de Rutherford sobre a estrutura atômica. Em 1911, Rutherford propusera que os átomos seriam como sistemas solares em miniatura, com um "núcleo" central cercado por elétrons. Isso ia contra um princípio básico da mecânica clássica: por que os elétrons em órbita não perdiam energia por irradiação, como deveriam fazer se obedecessem à teoria de Maxwell, e se chocavam de encontro ao núcleo? Porque, sugeriu Bohr, usando a noção quântica, os elétrons só podem absorver e emitir radiação em quantidades específicas; portanto, só poderiam ocupar algumas órbitas certas ou alguns estados dentro do átomo, sendo capazes apenas de absorver ou emitir a quantidade de energia necessária para saltar entre esses estados. Sem dúvida era um pressuposto estranho. Ele sugeria que os elétrons atômicos – para usarmos uma imagem que o filósofo americano William James empregou para descrever o fluxo da consciência que pode ter influenciado Bohr – faziam "um voo de galinha" entre esses estados, sem assumir uma rota determinada.[3] Os estados eram o que importava, não as trajetórias – daí o termo "salto quântico". Bohr usou a ideia no teste clássico para átomos: o átomo de hidrogênio, um único elétron orbitando um único próton. Mostrou como sua hipótese implicava a fórmula de Balmer, uma fórmula empírica para as linhas espectrais do hidrogênio criada por um professor e numerólogo.[4]

A ideia de salto – por ora usada apenas para a luz, mas logo estendida para a matéria – traria um problema de classificação. No cenário clássico, as menores coisas podiam ser de dois tipos: partículas e ondas. Partículas são objetos discretos: cada uma tem sua posição e seu momento bem-definido, e elas sempre seguem um caminho específico no espaço e no tempo. Ondas são objetos contínuos: elas se espalham esfericamente a partir de uma fonte, sem direção ou posição específicas, oscilando suavemente no espaço e no tempo.

Os cientistas recorriam a teorias diferentes para descrever partículas e ondas. As primeiras eram tratadas por teorias newtonianas, presumindo que as massas têm localização definida, estão sujeitas a forças, têm posição e momento conhecidos em cada instante. As ondas eram tratadas por teorias maxwellianas, que usam funções contínuas para descrever como os processos evoluem suavemente no espaço e no tempo. As duas teorias estavam bem-desenvolvidas e eram deterministas: você entra com a informação sobre o estado inicial, gira uma manivela, e do outro lado sai uma previsão sobre o comportamento futuro.

Em qual gaveta deveríamos colocar o salto quântico? Ele aparentemente poderia estar em ambas. Como isso era possível?

Einstein nos deu parte da resposta em seu artigo de 1905 sobre o efeito fotoelétrico. A ótica tradicional, disse ele, considera a luz uma onda porque a estuda em grandes quantidades e em médias temporais. Mas quando a luz interage com a matéria, como, por exemplo, quando é absorvida ou emitida, isso acontece em escalas de tempo muito curtas, e a luz pode muito bem ser granulada, localizada espacialmente e com energias múltiplas de $h\nu$ ("quanta" de luz, posteriormente batizados de "fótons"). Esta ideia, ele orgulhosamente escreveu a um amigo, era "muito revolucionária".[5]

Pelos vinte anos seguintes, os físicos aderiram a uma das duas tendências, partículas ou ondas, tentando ampliar uma ou outra para explicar os fenômenos quânticos.

Einstein empunhou a bandeira para o lado das partículas, embora com alguma relutância. Num artigo importante, de 1916, ele ampliou a ideia de que a luz é absorvida e emitida na forma de um quantum físico e real, cada quantum possuindo uma direção própria e também um momento (um múltiplo de $h\nu/c$), e – tentando provar algo geral, ainda que exagerado – proclamou que "a radiação na forma de ondas esféricas não existe".[6] Esse processo conservava a energia, como ele demonstrou, pois a quantidade emitida numa ponta era igual à absorvida na outra. Mas Einstein também percebeu que, para que sua teoria funcionasse, era necessário incorporar a estatística, na forma de "coeficientes de probabilidade" que descreviam a emissão e a absorção dos quanta.[7] Ele viu nisso um sacrifício doloroso, mas torceu para que fosse temporário, com esperanças de que seu trabalho fosse logo substituído por um entendimento mais profundo. Os aliados experimentais de Einstein incluíam Arthur H. Compton, que em 1923 demonstrou o "efeito Compton": quando fótons atingem elétrons, eles têm direção bem-definida tanto antes quanto depois do choque.[8]

Um dos porta-vozes da teoria das ondas era o físico Charles G. Darwin, neto do famoso homônimo naturalista – embora ele também não estivesse satisfeito com esse papel. Darwin acreditava que a luz era emitida sob a forma de ondas, mas percebeu que a descoberta de fenômenos quânticos, como o efeito fotoelétrico, minava severamente a teoria ondulatória. Em 1919, ele escreveu "Crítica às fundações da física", em que previa mudanças fundamentais no caminho. Os fenômenos quânticos, vaticinou, podiam forçar os físicos a abandonar princípios há muito arraigados. Talvez eles tivessem de considerar ideias loucas, escreveu ele, sem rodeios, como dizer que "existem elétrons com livre-arbítrio".[9] A hipótese menos maluca, finalmente proclamou, seria manter a teoria ondulatória e abandonar a conservação da energia para eventos individuais, a energia se conservaria apenas na média.

Darwin encontrou um simpatizante em Niels Bohr. Em 1924, Bohr recrutou outros dois físicos – Hendrik Kramers e John Slater –, numa tentativa de afastar a ideia radical de Einstein e desenvolver uma abordagem mais convencional, que usasse a teoria ondulatória para explicar como a luz é emitida e absorvida, e também o efeito fotoelétrico de Compton.[10] Os autores descobriram que o preço a pagar por assassinar a teoria de Einstein era alto; na verdade, eles teriam de abandonar a conservação de energia, mantendo-a apenas na média, e também qualquer esperança de uma visualização do processo de como a luz é emitida e absorvida.

A palavra "visualizável" – *anschaulich*, em alemão – tornou-se uma espécie de termo técnico na física mais ou menos naquela época. Para que algo em uma teoria seja visualizável ou possa ser intuído, duas coisas devem acontecer: as variáveis da teoria têm de estar ligadas a coisas físicas como massa, posição, energia etc.; e as operações na teoria devem estar ligadas a operações familiares, como movimento entre dois pontos, ação a distância, e assim por diante. Portanto, para algo ser visualizável, ou *anschaulich*, ele não precisa necessariamente ser newtoniano, pois uma coisa estranha e não newtoniana ainda pode ser visualizada, desde que se passe no espaço e no tempo. Se algo for *anschaulich*, isso quer dizer que se pode criar uma descrição parecida com um livro, sendo cada página uma fatia do tempo, posicionando todas as componentes de um evento num instante qualquer – quando você folheia rapidamente as páginas, o que está numa página se transforma suavemente no que está na outra.

Mas os sacrifícios da teoria de Bohr, Kramers e Slater, o abandono da conservação da energia e da *anschaulichkeit*, foram considerados muito extremos, não só pela maioria dos físicos, como também para pelo menos um de seus autores; Slater depois afirmou que fora coagido a assinar o artigo. Poucos se surpreenderam quando, menos de um ano depois de sua publicação, a proposta de Bohr, Kramers e Slater foi refutada por experimentos.

O artigo de Bohr, Kramers e Slater é um documento ímpar na história da ciência. Ele é reconhecido pelos historiadores como obviamente equivocado e ao mesmo tempo muito influente, porque deu fim ao conflito entre as teorias de partículas e ondulatória. O texto dizia: *este* é o tipo de sacrifício que se deve fazer para manter o que você tem. Os partidários de ambos os lados apenas eram cautelosos e conservadores, tentando preservar aqueles elementos da mecânica clássica que julgavam mais robustos. Mas os fenômenos quânticos resistiam.

No fim de seus primeiros 25 anos de vida, a mecânica quântica vivia uma verdadeira bagunça. O historiador Max Jammer chamou aquilo de "uma confusão lamentável de hipóteses, princípios, teoremas e receitas computacionais, e não uma teoria logicamente consistente". Cada problema deveria ser resolvido primeiro como se fosse uma situação clássica, e então ser filtrado por um "coador misterioso" no qual se impunham as condições quânticas, excluindo estados proibidos e conservando apenas os poucos permitidos. O processo não demandava uma dedução sistemática, mas "adivinhação e intuição hábeis", que pareciam "habilidades especiais ou mesmo técnicas artísticas".[11] Tornava-se necessária uma teoria que resultasse nos estados corretos desde o princípio. Em outras palavras, a teoria quântica parecia mais um conjunto de instruções para se divisar uma maneira de ir do ponto *A* ao ponto *B*, quando na verdade se precisava de um mapa.

Então, em 1925, surgiram dois avanços radicais, produzidos por duas pessoas diferentes: Werner Heisenberg e Erwin Schrödinger. Os dois, tentando se manter conservadores e sacrificando o mínimo possível do arcabouço clássico, acabaram por se tornar revolucionários.

Heisenberg, que aos 24 anos era novo até para os padrões da física, tentou salvar a mecânica clássica abandonando-a no degrau mais baixo da natureza. Dentro do átomo, ele declarou, não só as órbitas das partículas e dos elétrons não têm o menor significado; também nada significam as propriedades clássicas básicas, como posição, momento, velocidade, espaço e tempo. Como nossa imaginação requer limites espaçotemporais, esse mundo atômico não pode ser visualizado. Nós devemos basear nossas teorias, disse Heisenberg, no que chamamos de "quantidades teórico-quânticas", que são não visualizáveis, ou *unanschaulich*.

O próximo capítulo descreve os passos que Heisenberg deu ao desenvolver sua abordagem. Em certo momento, ele percebeu uma propriedade estranha: alguns conjuntos de quantidades quântico-teóricas eram não comutativas sob a definição peculiar de "multiplicação" obedecida por eles: a ordem da multiplicação alterava o produto. De início, considerou essa propriedade estranha e tentou ignorá-la – mas logo a adotou como pedra fundamental da mecânica quântica. Em 1925, escreveu "Sobre a reinterpretação mecânico-quântica das relações cinemáticas e mecânicas", que fornecia um método para calcular estados quânticos que careciam tanto de partículas quanto de ondas. Heisenberg utilizava métodos matemáticos que chamamos de matrizes para fornecer um aparato matemático formal onde não era possível inserir dados experimentais, girar a manivela e obter os estados permitidos. Seu supervisor, Max Born, rapidamente percebeu que Heisenberg havia redescoberto as matrizes. Mas a mecânica matricial, como foi chamada, era difícil de usar, e muitos físicos resistiam a uma teoria segundo a qual eles não poderiam vislumbrar o primeiro degrau da natureza.

Erwin Schrödinger (1867-1961)

Schrödinger, então com 38 anos, era velho para os padrões da física. Sua abordagem abrangia muito das mesmas coisas, mas usava uma ferramenta familiar da mecânica clássica: uma equação de onda que ele desenvolvera, com funções contínuas que descreviam processos acontecendo suavemente no espaço e no tempo. Para Schrödinger, o degrau mais baixo era feito de algo bastante *anschaulich*: ondas.

Schrödinger entra em cena

Erwin Schrödinger havia chegado à Universidade de Zurique em 1921.[12] Os novos professores devem sempre dar uma palestra oficial ao público, e a de Schrödinger chamou-se "O que é uma lei da natureza?". Nela, ele endossava a possibilidade de que "as leis da natureza, sem exceção, têm caráter estatístico".[13] É verdade que Maxwell introduzira as leis estatísticas na física para descrever o comportamento de sistemas, como os gases, que consistem em grandes quantidades de pequenas coisas. Mas essas leis eram conveniências – aproximações, trapaças – usadas porque na prática nosso conhecimento é limitado. Em princípio, poderíamos acompanhar o comportamento de cada molécula para prever o comportamento do sistema; dar valores às forças e às massas, nas leis de Newton, girar a manivela e obter previsões do comportamento passado e futuro. E ainda que Einstein tivesse usado probabilidades em seu artigo de 1916, ele considerara isso temporário. Embora Schrödinger não tivesse como prever, o trabalho que ele estava prestes a desenvolver logo seria interpretado como a implantação permanente da estatística nas leis da natureza, sem uma lei subjacente.

A saúde precária atrasou Schrödinger por alguns anos, mas, em 1925, ele estudava aspectos da teoria quântica e participava de colóquios promovidos em conjunto pela universidade e pela escola técnica da região, a Eidgenössische Technische Hochschule (ETH). Um belo dia do outono de 1925, um dos organizadores da ETH, o físico holandês Pieter Debye, pediu a Schrödinger que fizesse um relato sobre a então recém-publicada tese de Louis de Broglie, que mergulhara na teoria quântica depois de ter lido as atas da conferência Solvay. Broglie introduziu a noção de um processo ondulatório que acompanha o elétron, usando a regra de Planck, $E = hv$, para ligar os momentos dos elétrons a comprimentos de ondas. Com esse pressuposto, foi capaz de explicar as condições de quantização da velha teoria quântica. Assim, num dos colóquios seguintes na ETH, Schrödinger explicou pacientemente as ideias do jovem francês, de que as órbitas corretas eram obtidas caso se presumisse que os elétrons tinham comprimentos de onda inteiros.

Debye, sentado na primeira fila, como era tradição para alguém de sua importância, desprezou a ideia como "um tanto pueril". Se algo é uma onda, ele disse, precisa de uma equação de onda adequada.

Parece que o que ele quis dizer foi: ondas geralmente se referem a coisas que ondulam. Em outras paragens da física, ondas são as soluções das equações de movimento dessas “coisas”. De Broglie havia identificado uma onda associada a um elétron, mas ele não deu pistas sobre o que estava ondulando nem qual deveria ser a equação de movimento.

Schrödinger, ao contrário da maioria das pessoas no colóquio da ETH, levou a sério o comentário de Debye – e também o de Einstein sobre o trabalho de De Broglie, de que “um campo ondulatório está ligado a todos os movimentos”.[14] Schrödinger terminou de redigir um artigo sobre a teoria quântica dos gases e saiu de férias para esquiar, em Arosa, com uma antiga namorada cuja identidade é um mistério, pois seu diário de 1925 se perdeu, e as suspeitas mais óbvias já foram descartadas. Um colega certa vez comentou que Schrödinger “fez sua grande obra em um surto erótico tardio” – comentário certamente enigmático, pois 38 anos pode ser muito para a física, mas não para o amor. O biógrafo de Schrödinger escreve que, “como a dama sombria que inspirou os sonetos de Shakespeare, a dama de Arosa talvez permaneça para sempre envolta em mistério”; e, “quem quer que tenha sido sua inspiração, o aumento das habilidades de Erwin foi radical. … Teve início um período de doze meses de atividade criativa contínua, sem paralelo na história da ciência”.[15]

Em 27 de dezembro, Schrödinger escreveu de Arosa para Wien: “No momento, estou lutando com uma nova teoria atômica. Se ao menos eu soubesse mais matemática! Estou muito otimista sobre isso, e espero que, se pelo menos eu conseguir resolver isso, seja algo muito bonito.”[16]

Schrödinger voltou de Arosa para Zurique em 9 de janeiro, aparentemente ainda às voltas com a teoria. Mas logo em seguida abriu outro colóquio com as palavras: “Meu colega Debye sugeriu que deveríamos formular uma equação de onda; bem, eu descobri uma!” E, numa série notável de seis artigos publicados em 1926 –

“Quantização como um problema de valores próprios”, publicado em quatro partes, “sem dúvida uma das contribuições mais influentes já feitas na história da ciência”,[17] um artigo sobre a transição entre os mundos clássico e quântico, e outro sobre a relação entre a mecânica ondulatória e a mecânica matricial –, Schrödinger apresentou a equação de onda e examinou suas implicações.

A equação de Schrödinger incorporava uma função de onda que ele chamou de “um novo, desconhecido ψ”, relacionava (como De Broglie já havia feito) o comprimento de onda ao momento, e a frequência à energia. O comportamento da realidade atômica, propunha Schrödinger, era formado por ondas do campo ψ – algo como uma densidade de carga, um tipo de nevoeiro de partículas, como ele pensou inicialmente –, ondas que se somavam, se interferiam, criavam nós, e assim por diante. Essa imagem “eminentemente visualizável”, afirmava Schrödinger na primeira parte do artigo, nos permitia imaginar coisas observáveis experimentalmente do tipo “como dois átomos ou moléculas em colisão ricocheteiam um no outro, ou como um elétron ou uma partícula alfa é desviada quando lançada através de um átomo”.[18] Ela nos dá, disse ele, uma imagem dos estados do elétron dentro dos átomos como ondas estacionárias – ondas que, como numa corda de violino, mantêm o formato básico enquanto vibram.

Na segunda parte do artigo, Schrödinger esperava ser capaz de provar que sua teoria mostraria como grupos de ondas, ou “pacotes”, se formam com “dimensões relativamente reduzidas em todas as direções”, “e que obedecem às mesmas leis de movimento que um ponto de um sistema mecânico”; isto é, que agem como partículas.[19]

Isso não seria tão simples. O campo ψ, afinal, era uma quantidade matemática cujas propriedades determinavam propriedades físicas observadas apenas quando acrescida de passos adicionais. Quando Schrödinger inseriu esses passos, ele percebeu que eles incluíam o número imaginário *i*. De início, incomodou-se com essa presença em sua teoria ondulatória e tentou livrar-se dela. Mas não conseguiu. Ficou perturbado porque um número complexo possui duas componentes – uma parte real e uma parte imaginária –, e aquela presença implicava que a função de onda tinha uma fase que não podia ser observada diretamente. Uma fase é como um relógio, um fenômeno cíclico, e o fato de ela ter uma parte imaginária significava que possuía um aspecto impossível de se medir diretamente. A função oscilava no tempo de tal forma que não podia ser vista externamente, a partir da "realidade". A equação de Schrödinger descrevia algo ondulando num espaço multidimensional, ou "de configurações".

O que, então, era o ψ? No primeiro artigo, Schrödinger escreveu que, originalmente, teve esperanças "de ligar a função ψ a algum *processo vibratório* no átomo, que se aproximaria mais da realidade do que as órbitas eletrônicas, cuja existência real tem sido muito questionada em nossos dias". Esse processo vibratório criaria algo que os físicos chamavam de estado quântico, algo discreto e descontínuo, construído a partir de processos contínuos. "Imaginar que, numa transição quântica, a energia muda de uma forma de vibração para outra", comentou no final do primeiro artigo, é mais satisfatório que "pensar num elétron saltitante", pois "a mudança da forma de vibração pode ocorrer de maneira contínua no espaço e no tempo". Schrödinger confrontou seu trabalho com o fracasso notável da teoria ondulatória de Bohr, Kramers e Slater. Por ora, continuava ele, não iria seguir essa linha, e ficava satisfeito em apresentar suas ideias numa "forma matemática neutra".[20]

Além disso, Schrödinger esperava que as superposições de ondas pudessem criar um "pacote de ondas" que se manteria unido – como uma onda se propagando num lago, com um pico estável e bem-definido – e ia explicar o que acontecia quando este campo ψ funcionava como uma partícula puntiforme.

Schrödinger logo descobriu que esse tipo de intuição direta sobre algo parecido com o "pacote de ondas" não era possível. Na quarta e última parte de sua série de artigos ("Quantização"), escreveu: "A função ψ não pode nem deve ser interpretada diretamente nos termos do espaço tridimensional." Era uma onda apenas num espaço formal estranho, o "espaço de configurações". Ainda assim, a abordagem de Schrödinger fez o que ele queria: falou sobre o mundo atômico nos termos do nosso mundo – espaço, tempo, ondas e tudo o mais, usando equações familiares aos físicos, que sabiam empregá-las com relativa facilidade. O cenário que ele forneceu era mais ou menos intuitivo. E a interpretação da equação – sua relação com as noções mais cotidianas do nosso mundo – era importante, mesmo que fosse só para se prevenir contra abordagens que abandonavam o cálculo racional, dizendo que Deus ou algo sobrenatural movia a partícula.

Mas outros logo arrancaram a interpretação intuitiva de Schrödinger de suas mãos.

Interpretação das ondas

No verão de 1926, um físico de Göttingen, Max Born – supervisor de Heisenberg e um dos criadores da mecânica matricial –, publicou um trabalho sobre colisões atômicas, como as de elétrons com átomos. Colisões, afinal, são o foco central da física clássica, e Born considerava aquilo um dos pontos-chave para entender o reino dos átomos. Ele havia sofrido em vão com a abordagem matricial e chegara a uma conclusão surpreendente: "Só o formalismo de Schrödinger se mostrou apropriado para esse propósito", declarou. "Por isso, estou propenso a considerá-lo a formulação mais profunda das leis quânticas."[21]

Contudo, ele também tinha notícias ruins para Schrödinger. Born não conseguia dar qualquer sentido à afirmação de que a função ψ se referia à densidade de carga do elétron. A equação de Schrödinger, concluía Born, não nos traz informação sobre o estado de um evento, mas sobre a *probabilidade* de um estado. A função ψ, que a equação de Schrödinger descreve se movendo continuamente no espaço, interferindo e interagindo com potenciais, não era um campo com substância, mas probabilidades. "Nós livramos as forças de suas obrigações clássicas de determinar diretamente o movimento das partículas e permitimos, em vez disso, que elas determinem a probabilidade dos estados."[22] Born construiu um estranho híbrido com elementos da mecânica ondulatória e da mecânica matricial: por um lado, ele incorporava a continuidade e a causalidade, por outro, a descontinuidade e a probabilidade. "O movimento das partículas obedece às leis da probabilidade, mas a probabilidade em si se propaga segundo a lei da causalidade."[23]

Alguns meses depois, mais um passo interpretativo foi dado por Wolfgang Pauli, outro ex-assistente de Born. Enquanto este interpretara a função ψ como probabilidades dos estados, Pauli agora a via como probabilidades das partículas – ψ^2 representava a probabilidade de um elétron estar em determinada posição. Isso se distanciava da interpretação de Schrödinger para a função ψ, pois lhe retirava toda realidade. A função ψ falava sobre a possibilidade de algo, não sobre a realidade – sobre um clique de marcador de tempo, a presença de uma partícula. A realidade deveria ser buscada com a ajuda de algum equipamento, fazendo-se uma encenação subatômica – uma interação entre o que quer que esteja sendo descrito pela função de onda e o mundo real.

A interpretação de Born-Pauli, um casamento entre as teorias de onda e de partícula, logo foi adotada pela maior parte dos físicos. Mas o casamento teve um custo estranho, perdendo-se características de ambos os lados. Quando as leis de Newton governavam as partículas, elas eram observáveis, e as leis eram determinísticas – entrava-se com os estados iniciais das partículas, girava-se a manivela e obtinham-se previsões. O mesmo valia para as leis de Maxwell, que governavam as ondas: estas eram coisas observáveis, com propriedades que podiam ser medidas; e as leis de Maxwell eram determinísticas, descrevendo como as ondas se comportavam ao longo do tempo. Tanto a teoria das partículas quanto a de ondas falavam sobre coisas previsíveis e observáveis.

A interpretação de Born-Pauli agora juntava as teorias de partículas e de ondas, mas destruía uma parte de cada uma delas. A onda de Schrödinger move-se num espaço de configurações. As partículas eram observáveis, porém, não mais previsíveis; as ondas eram previsíveis, todavia, não observáveis. Perceber a posição e o momento de algo não permite que se façam previsões sobre onde este algo estará em seguida. A onda é usada para prever a probabilidade de outro evento; contudo, depois que o evento é observado, a onda não tem mais valor e deve ser descartada ou "zerada", modificada para incorporar novas informações.

Hoje, essa interpretação é comumente apresentada de forma enganosa. Em vez de se dizer que a função de onda é descartada ou zerada quando se faz uma medição, fala-se que ela "colapsa". O termo traz a ideia de que, antes que um evento ocorra – antes de se detectar a partícula, por exemplo –, ele pode estar em qualquer lugar; daí se pensar que o evento ou a partícula está em todos os lugares. A imagem que isso produz é a de uma estrutura, estendida através do espaço, de repente sugada para um único ponto. É uma imagem vívida, porém enganosa. A onda é apenas uma probabilidade, não uma "coisa". (O único mérito do que chamamos de ideia de onda piloto é que nada colapsa; a onda simplesmente deposita a partícula que já havia nela.) A função de onda, cujo propósito é apenas fornecer as probabilidades, se propagou – previsivelmente, deterministicamente –, mas assim que um evento acontece, a função exaure seu propósito e deve ser zerada.

Parafraseando o famoso comentário de John Wheeler sobre a teoria da relatividade geral, o físico de Stony Brook, Alfred S. Goldhaber, disse o seguinte sobre a equação de Schrödinger: "A onda diz à partícula aonde ir, e a partícula diz à onda onde começar e parar."

É uma grande ironia que essa abordagem, pensada para ser intuitiva, em geral se veja em desvantagem, devido a uma ideia equivocada.

A equação de Schrödinger sugeria uma mudança radical nos eventos do mundo-palco. Não se podia mais presumir que, eventualmente, era possível fornecer os números, girar a manivela e chegar a previsões. Em vez disso, forneciam-se números, girava-se a manivela e obtinham-se… probabilidades. O que se obtém é a probabilidade de um evento ocorrer em dado lugar. Nada pode melhorar isso: nem novas informações nem máquinas mais complexas. Nenhum livro poderia ser fabricado, pois, se você repetisse um evento várias vezes, a partícula surgiria em diferentes pontos da página, sua localização seria uma questão de médias estatísticas.

O próprio Schrödinger jamais gostou muito dessa interpretação, chamando-a de “resignada”.[24] Ela é “conveniente”, escreveu ele, mas não podemos nos permitir “deixá-la de lado com tamanha facilidade”. Devemos continuar tentando destrinçar a interpretação, o mecanismo causal, insistiu. Ele chamou atenção para alguns resultados que considerava “bastante ridículos”, incluindo o experimento mental agora famoso do gato trancado numa caixa com um dispositivo diabólico que mata o animal pelo decaimento de um núcleo radioativo. Como o decaimento é regido por ψ, parece que a questão de se o gato está vivo ou morto também é regida por ψ, levando, aparentemente, à conclusão de que a existência do gato é igualmente uma superposição, e que o gato está meio vivo e meio morto. Ainda que a conclusão seja errada, a ideia é uma demonstração brilhante das falhas que a extensão de teorias do micromundo para o macromundo pode causar.

Enquanto os métodos ondulatórios de Schrödinger são empregados por todos os que trabalham nessa área da ciência, suas premissas sobre a estrutura ondulatória da realidade têm sido ignoradas; a interpretação construída pelos aliados de Heisenberg em Göttingen tornou-se a preferida. “Os métodos de Schrödinger mostraram-se indispensáveis”, escreveu a historiadora Mara Beller. “Sua filosofia, não.”[25]

A interpretação de Born da equação de Schrödinger muda a ideia do que deve ser uma teoria completa a respeito do mundo. Convencionalmente, esperamos que ela nos diga algo sobre a realidade. A maior parte das teorias que os físicos ensinam e utilizam não faz isso, ao buscar atalhos de forma deliberada. Essas teorias não fornecem um cenário completo, mas um modelo que é uma versão idealizada de qualquer situação real. Por exemplo, a lei de um gás ideal ignora coisas bem-conhecidas, como as forças de Van der Waals e a repulsão nuclear, porém não nos importamos com isso, porque falar sobre um objeto ideal, e não de um real, nos dá algo: uma facilidade muito grande de aplicação. Isso é o que um de meus colegas chama de "teoria inofensiva dos remendos". Essas teorias são inofensivas porque suas limitações não ameaçam os pressupostos normais sobre o mundo. Trilhamos um atalho e sabemos disso, e também sabemos que o atalho não afeta nossas impressões sobre o mundo.

Ainda assim, a equação de Schrödinger, segundo a interpretação de Born, é diferente. Ela nos faz conscientes de que o modo como interagimos com o mundo afeta o que trazemos para essa mistura. Ela nos torna explicitamente conscientes de que afetamos o mundo quando fazemos algum tipo de medição. Fica aí explícita a ideia de que somos agentes. Não estamos assistindo a algo que acontece num palco e depois o medindo; estamos construindo o palco enquanto fazemos as medições. A interpretação mais utilizada da equação de Schrödinger traz isso à tona de uma maneira jamais conseguida pela física clássica. São nossas próprias expectativas que nos dirão se isso é um sacrifício ou um avanço. O gigantesco salto adiante dado pela mecânica quântica requer uma reformulação substancial do que queremos dizer quando falamos que "entendemos" a natureza; exige um modo de caracterizar a "realidade" semelhante ao que muitos cientistas experimentaram na época como aquilo que Heisenberg chamou de sacrifício – um sacrifício tão doloroso que eles lutaram muito para não ter de praticá-lo. E muitos ainda continuam a lutar.

INTERLÚDIO
A consciência dupla dos cientistas

Um mundo que não lhe traz autoconsciência real, mas apenas lhe permite ver a si mesmo através da revelação de outro mundo. É uma sensação peculiar, essa consciência dupla, essa sensação de estar sempre vendo a si mesmo pelos olhos dos outros, de medir sua alma com o instrumento de um mundo que a enxerga com desdém e compaixão.

W.E.B. DUBOIS

O trabalho de Schrödinger foi recebido por Heisenberg e outros adeptos da mecânica matricial não só com ceticismo, mas com hostilidade, revelando o que Mara Beller chamou de "uma preferência dogmática por conceitos mais antigos, e não uma objetividade lógica"; e mostrando que eles se sentiam bastante perturbados com a beleza e a simplicidade da abordagem de Schrödinger, quando comparada aos métodos matriciais pouco graciosos e muito complexos.[1]

Schrödinger, por outro lado, não fazia mistério de seu desprezo pela mecânica matricial. A formação da mecânica quântica foi, de fato, um episódio marcante na história da ciência, na medida em que emoções hostis afloraram, e até os artigos publicados revelavam "um tom emocional fora do comum".[2] Inveja, rivalidade, ira, descrença, convicção, estresse, esperança, desespero, desânimo – tudo pode ser encontrado nesses documentos. Ainda assim, a existência dessa corrente emocional na pesquisa científica é omitida na maioria dos relatos históricos.

A maior parte das histórias da ciência diz algo mais ou menos assim: uma descoberta inesperada foi feita. Explicações são criadas, mas nenhuma funciona a contento. Novos equipamentos são construídos para se realizarem outras medições, mas a explicação ainda está incompleta. O fenômeno é visto por outro ângulo, com outros instrumentos e outras medições. E assim por diante.

Isso é o que poderia ser chamado de "modelo-padrão" de como a ciência funciona. Ele enfatiza a dimensão impessoal e coletiva, minimiza as contribuições de indivíduos específicos. Os principais ingredientes estruturais são as descobertas, os instrumentos, as medições e as teorias. Isso se alia com o conceito de ciência como um modo de acabar com os mistérios e controlar a natureza, o que muitas vezes leva os cientistas a contar suas próprias histórias de um modo que enaltece esses ingredientes, reforçando o modelo-padrão. Nesse modelo, é como se a vida emocional, as experiências, os sucessos, os fracassos pessoais e tudo o que se refira ao sujeito fossem um trem andando por uma linha, enquanto a carreira científica – o programa de pesquisa, as descobertas, os eventos e o resto – caminhasse em outra linha. Os dois ramais seriam independentes, operados por dois tipos diferentes de locomotiva – dois lados de uma mesma pessoa.

Mas preste atenção quando os cientistas falam sobre seus trabalhos – como algumas biografias populares têm feito –, e você ouvirá ainda outra história, que enfatiza a experiência humana. Nela, as forças motivadoras incluem a empolgação de uma descoberta, o embaraço das explicações que não funcionam, a curiosidade sobre o que poderia justificar aquilo, a perplexidade crescente, à medida que novas explicações se mostram ineficazes, a imaginação para pensar em novos instrumentos, a admiração, à medida que as justificativas iluminam o problema com um tipo diferente de luz, até o assombro de se descobrir algo fundamental.

Como mostram esses cenários mais integrados do processo científico, o modelo-padrão tem limites, há algo além dele, que está fadado a ser superado. Ele deve ser sucedido por um programa de grande unificação, no qual os dois trilhos se unem, em que a ciência é conduzida por indivíduos, e não divíduos, cuja vida e obra integram a mesma pessoa.

Para entender o que quero dizer, vejamos a coleção de cartas de Richard Feynman, publicada alguns anos atrás. Nelas, vê-se o personagem de Feynman, suas poses e tudo o mais, inextricavelmente emaranhado com seu trabalho. Percebe-se que curiosidade, presunção, palavrório e desejo de ensinar estavam intrinsecamente mesclados – que o físico, o educador e a personalidade não podem ser separados. A mesma força impelia tanto as buscas científicas quanto as interações com os outros. "A verdadeira graça da vida", dizia Feynman, "é esse teste perpétuo para perceber até onde se pode chegar com qualquer potencialidade." E era possível perceber o teste na maneira como ele lidava com os ranzinzas, os editores, as pessoas comuns e a natureza. Acho que isso dá uma mostra do que está além do modelo-padrão.

Também conseguimos ver essa grande unificação em Einstein. O historiador da ciência Gerald Holton escreveu um bom artigo sobre isso, chamado "O terceiro paraíso de Einstein". O "primeiro paraíso" de Einstein se refere à fase intensamente religiosa pela qual ele passou na infância – um período do "paraíso religioso da juventude", como o chamava. A etapa é bem-documentada pelo próprio Einstein e por sua irmã, Maja. O paraíso acabou quando Einstein tinha aproximadamente doze anos, depois de ler alguns livros populares de ciência, mostrando-lhe que nem todas as histórias bíblicas deviam ser verdadeiras. Ele também descobriu os prazeres da geometria euclidiana plana quando ganhou um pequeno volume sobre o assunto – chamou o livro de "sagrado" e de "maravilha". Familiarizou-se com outras obras científicas que apresentavam a natureza como "um enigma eterno e grandioso", cuja contemplação dava "liberdade interior e segurança". Chamou isso de "paraíso", também. Escapar do primeiro paraíso e entrar no segundo, escreveu, foi uma tentativa de "livrar-me das correntes do 'meramente pessoal', de uma existência dominada por desejos, esperanças e sentimentos primitivos".

Os biógrafos têm uma tendência a confrontar os dois paraísos, considerando-os duas fases separadas e desconexas da vida de

Einstein, uma religiosa, outra não religiosa. Mas Holton não concorda com isso. No coração da identidade amadurecida de Einstein, Holton vê uma fusão do primeiro e do segundo paraísos, "onde o significado de uma vida de atividades científicas brilhantes se alimenta dos restos dos primeiros sentimentos de religiosidade, na juventude".

No terceiro paraíso, Einstein serve como exemplo de alguém de sentimentos que podemos chamar de religiosos, essenciais ao seu trabalho, mas que não reconhecia a existência de um Mecânico-Chefe. Como ele diz em uma de suas cartas, era um ser "profundamente descrente religioso". Esse terceiro paraíso, então, é o tipo de coisa que pode ser descrita como o que chamei de grande unificação. Vamos considerar o discurso de Einstein em homenagem ao sexagésimo aniversário de Max Planck. Nele, Einstein diz que a busca de um modelo simplificado e lúcido do mundo não era apenas uma meta científica, mas correspondia a uma profunda necessidade psicológica. Um cientista poderia se esforçar para colocar essa meta no "centro de gravidade de sua vida emocional". E, acrescentava, atacar os mais difíceis problemas científicos exigiria "um estado de espírito similar ao de um religioso ou de um apaixonado". Holton então menciona situações em que Einstein e outros foram levados a um grande desespero ou a uma grande felicidade em razão de desenvolvimentos científicos; o comprometimento psicológico deles não pode ser tratado separadamente das tarefas que se impunham.

A ciência e o comprometimento pessoal estão ligados um ao outro. Holton trata a vontade de Einstein de unificar fenômenos aparentemente distintos como um exemplo dessa interpenetração entre vida emocional e carreira. Ele chama atenção para uma carta a Grossmann, em 1901, em referência ao primeiro artigo científico de Einstein, sobre capilaridade, que unificava comportamentos opostos. "É um sentimento maravilhoso", escreveu Einstein (ecoando Kant), "reconhecer a unidade de um complexo de aparências que, na experiência direta, parecem coisas bem-separadas." Em outra carta, quinze anos depois, Einstein dizia que era "movido pela minha necessidade de generalizar".

Holton observa que “Einstein vivia sob a compulsão de unificar”. Ele desprezava nacionalismos e sonhava com um governo mundial unificado. Holton resume: “Sem fronteiras, sem barreiras: nada na vida, como não há nada na natureza. A vida e o trabalho de Einstein eram de tal forma ressonantes que cabe reconhecer em ambos a busca de um grande projeto – a fusão numa coerência.” Do mesmo modo, Holton diz, “não havia barreiras ou fronteiras entre os sentimentos religiosos e científicos”. Em seus escritos sobre ciência e religião, no fim da vida, Einstein frequentemente usava as mesmas frases para se referir às metas das duas áreas. “Creio que o sentimento religioso cósmico é o mais forte e o mais nobre motivador da pesquisa científica. … Um contemporâneo disse, e não de forma injusta, que, nessa nossa era materialista, os pesquisadores da ciência sérios são as únicas pessoas profundamente religiosas.” E:

> A mais bela experiência que podemos ter é o mistério. O conhecimento da existência de algo que não podemos penetrar, nossa percepção da mais profunda razão e da mais radiante beleza, que apenas em sua forma mais primitiva está acessível às nossas mentes – este conhecimento e esta emoção constituem a religiosidade verdadeira; neste sentido, e apenas neste, sou um homem profundamente religioso.

Assim, em Einstein também podemos ver lampejos do que está além do modelo-padrão: um relato da ciência no qual caráter e sentimentos pessoais não estão à margem do processo científico, não são um prelúdio dos trabalhos científicos de uma pessoa, mas formam aquilo que sustenta esses trabalhos e os leva adiante.

10. Vivendo com a incerteza:

O PRINCÍPIO DA INCERTEZA DE HEISENBERG

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$$

DESCRIÇÃO Estabelecer a posição de uma partícula numa região pequena do espaço torna seu momento incerto e vice-versa; a incerteza geral é maior que ou igual a uma certa quantidade.
DESCOBRIDOR: werner Heisenberg
DATA: 1927

Todos compreendem a incerteza. Ou acham que compreendem.

Personagem de Werner Heisenberg na peça *Copenhague*, de Michael Frayn

Devemos muito a Werner Heisenberg. Como um dos fundadores da mecânica quântica, ele deixou um imenso legado para a física. Como inventor do princípio da incerteza, também transmitiu uma enorme herança fora da física. Albert Einstein pode ser mais amplamente reconhecido pelo público – e sua teoria da relatividade aparece mais na cultura popular –, mas Heisenberg teve um impacto tão grande quanto o de Einstein no discurso público e na cultura popular.

Enquanto a maioria dos não cientistas talvez reconheça $E = mc^2$, em geral eles só têm noção de seus efeitos sob condições restritas e sabem que seu significado só é claro para os físicos. O mesmo não se aplica à equação de Heisenberg, $\Delta x \Delta p \geq \hbar/2$, o princípio da incerteza, que parece ter, para o público, um significado espiritual ao mesmo tempo profundo e transparente. Dê uma olhada na seção de livros esotéricos em qualquer livraria, por exemplo, e encontrará argumentos positivos sobre o princípio da incerteza, e ao mesmo tempo assertivas de que suas implicações são "psicodélicas", que ele é o arauto de uma "revolução cultural". Interpretações estranhas aparecem até nos círculos acadêmicos. Considere a seguinte conversa, publicada no *American Theater*, entre a conhecida diretora de teatro Anne Bogart e Kristin Linklater, a famosa professora de impostação de voz:[1]

LINKLATER: Um pensador disse que o maior nível espiritual é a incerteza.
BOGART: Heisenberg provou isso. Matematicamente.
LINKLATER: Pois aí está.

Mas onde está, exatamente? E como chegamos aí? O princípio da incerteza surgiu de uma abordagem puramente matemática da física atômica, bem-definida e altamente restrita ao escopo de sua aplicabilidade.

O caminho para Helgoland

Werner Heisenberg, filho de um professor de grego da Universidade de Munique, tinha a personalidade que muitas vezes associamos aos poetas: muito boa-pinta, uma fragilidade física que incluía propensão a alergias severas, excelente habilidade musical, grande sensibilidade, muitas vezes agindo emocionalmente em relação ao mundo que o cercava.[2] Também possuía um intelecto aguçado e imaginativo, e estava sempre disposto a se arriscar em métodos matemáticos pouco convencionais, porém rigorosos, para encaixar teorias em dados experimentais. Teve a incrível sorte de ser formado numa das comunidades científicas mais argutas e terrivelmente exigentes de todos os tempos, cujos membros incluíam Niels Bohr, Max Born, Pascual Jordan, Hendrik Kramers e Wolfgang Pauli.

Esses teóricos estavam largamente distribuídos em três centros de pesquisa, Munique, Göttingen e Copenhague. Cada qual tinha uma característica distinta. Munique orientava-se para os experimentos, Göttingen era mundialmente conhecida como centro de matemática formal, e Copenhague tinha uma rigorosa abordagem filosófica do mundo quântico que emanava de seu fundador e líder, Bohr. As trocas intensas, e muitas vezes brutalmente francas, entre as comunidades de físicos – que aconteciam em conversas pessoais, correspondências, rascunhos de trabalhos em realização e cópias de artigos publicados – mantinham qualquer um que se atrevesse a participar delas num padrão muito alto. Inúmeras vezes o pensamento iniciado por uma pessoa era concluído por outra. Heisenberg, um dos integrantes capitais dessas comunidades, circulava pelos três centros, e suas ideias com frequência surgiam nas conversas.

Em julho de 1923, Heisenberg completara seu exame de doutorado pela Universidade de Munique e tinha acertado tudo para trabalhar com Max Born em Göttingen, naquele outono. Mas essa espécie de menino-prodígio quase não obtivera o título, graças à sua quase completa ignorância da física experimental – ele não conseguiu nem explicar como funcionava uma bateria de armazenamento –, e só passou depois da intervenção agressiva de um dos integrantes da banca examinadora. No dia seguinte ao humilhante exame, ele apareceu à porta de Max Born, em Göttingen, sem aviso, desalentado, para confessar as novidades embaraçosas e perguntar se o mestre ainda o queria. Born foi compreensivo, e Heisenberg saiu dali mais animado para a viagem de verão que regularmente fazia com um grupo de jovens.

Essa foi justamente a época da teoria quântica que o historiador Max Jammer descreveu como uma confusão lamentável, quando os problemas que podiam ser resolvidos eram primeiro analisados classicamente e depois restringidos por condições quânticas, para se obterem alguns poucos estados "permitidos" de movimento. Heisenberg, então com apenas 21 anos, estava determinado a tornar tudo isso racional.

Werner Heisenberg (1901-1976)

Ele sabia que a física clássica devia ser o ponto de partida. "Os conceitos da mecânica quântica só podem ser explicados uma vez que conhecemos os conceitos newtonianos", diria ele, muito mais tarde. "Ou seja, a teoria quântica é baseada na existência da física clássica. Este é o ponto que Bohr enfatizou com grande veemência: não podemos falar sobre física quântica sem antes encarar a física clássica."[3]

Na física clássica, todos os eventos acontecem dentro de um palco, ou um campo de jogo, de espaço-tempo quadridimensional. Tudo está num local específico e num momento determinado. Quando as coisas se deslocam de um ponto a outro, elas o fazem em resposta a forças definidas e percorrem caminhos determinados. A física clássica em geral só se preocupa quando as coisas são perturbadas e registra que forças produzem quais efeitos. O caminho de cada objeto pode ser seguido – e predito – como se fosse um riacho que flui continuamente, a coisa se move contínua e suavemente entre um ponto e o próximo. As propriedades físicas, que podem ser medidas, se propagam continuamente pelo espaço-tempo de forma mecânica. A física clássica, portanto, fornece uma ontologia confiante, ou uma visão em última instância dos elementos do Universo e como eles interagem. Esse tipo de evento é, portanto, *anschaulich*.

Mas, ao longo de um quarto de século, haviam falhado as tentativas de criar modelos clássicos para os fenômenos quânticos. Estimulado pelos debates que borbulhavam em seu rico ambiente intelectual, o jovem Heisenberg começou a imaginar se o problema não era justamente *esse*; se os esforços para construir imagens do mundo dentro do átomo – das posições e caminhos dos elétrons, das dimensões e frequência de suas órbitas – estavam fadados ao fracasso desde o início. Ele tinha ouvido Pauli dizer que os modelos para eventos atômicos tinham "somente um sentido simbólico", eram "analogias" clássicas de fenômenos quânticos.[4] Esta não era justamente a lição do caminho de Maxwell até sua equação, de que algumas vezes temos de abandonar as explicações mecânicas para captar a realidade? Quando os teóricos constroem modelos baseados nas experiências que estão sendo medidas, não seriam esses modelos somente símbolos de uma realidade que o ser humano não pode imaginar?[5] O progresso na ciência em geral envolve sacrifício, Heisenberg certa vez escreveu, um sacrifício à custa de nossa busca de compreender a natureza. O que tinha de ser abandonado desta vez, pensaram Heisenberg e seus colegas, era justamente a capacidade de visualização.

Assim, Heisenberg decidiu transformar a necessidade numa virtude, jogando no lixo as tentativas de produzir teorias que ilustravam como os eventos atômicos transcorriam no palco espaço-temporal. Baseando-se na apreciação das estruturas formais que ele havia adquirido em Göttingen, iria buscar uma descrição puramente matemática do que os experimentadores observavam na prática: as frequências e amplitudes de luz emitidas pelos elétrons. Essas descrições teriam de respeitar somente o princípio da correspondência – que grandes números quânticos obedeciam às leis clássicas – e algumas outras restrições, como a conservação de energia. Mas não haveria necessidade de propriedades mensuráveis ou funções contínuas de propagação; na verdade, a descontinuidade parecia, para Heisenberg, a característica marcante do domínio quântico, e, dessa forma, iria caracterizar sua teoria.

Esse insight era estupendo. Já foi comparado ao insight de Copérnico quanto à estrutura do sistema solar. Ambos mudaram o ponto de vista a partir do qual os cientistas observavam o mundo, tratando aquilo que haviam ingenuamente presumido ser uma imagem da realidade objetiva como um produto mais complexo da interação entre o observador humano e a natureza.

Tal passo foi revolucionário, mas o caminho não havia sido inteiramente preparado por Heisenberg. Em primeiro lugar, ele utilizava ferramentas teóricas de Bohr, Born e outros; e abandonava o palco espaço-temporal somente porque este parecia o preço a ser pago para utilizar aquelas ferramentas. Em segundo lugar, Heisenberg tinha um ótimo precedente na estratégia que Einstein usara em 1905 para produzir a teoria especial da relatividade.

Einstein abandonara o significado tradicional de "simultâneo" como algo "acontecendo no mesmo instante de tempo-espaço", e redefinira-o em termos do que o observador podia ver. Heisenberg tinha esperanças de alcançar um marco decisivo semelhante ao abandonar a concepção tradicional de "posição" e "momento" – que não eram quantidades observadas, só inferidas – dentro do átomo e redefini-los em termos do que o observador via de fora: as frequências e amplitudes de linhas espectrais. Finalmente, não era um passo tão radical desistir de construir uma teoria que buscava ilustrar o que não podia ser observado, dado o total fracasso de todas as outras teorias que haviam tentado isso antes.

Mas, como a maioria das revoluções, esta teve consequências de longo alcance, que levariam anos para se tornar claras. Se ser uma "coisa" significava ocupar um lugar num determinado momento, essa abordagem significava "eliminar o conceito de partícula, ou a 'coisidade', do domínio atômico".[6] A abordagem substituía a ontologia newtoniana da natureza, na qual a maioria das peças fundamentais estão presentes num determinado local e num momento específico, por uma nova ontologia, envolvendo, como um filósofo da ciência disse muito tempo depois, "uma subjetividade sutil no coração da empreitada científica".[7] A subjetividade está relacionada ao fato de que nossas imagens do mundo atômico não consistem em imagens de uma realidade objetiva, mas são, em parte, uma função da mente humana de construir imagens. A sutileza disso relacionava-se ao fato de que não estava claro ainda que papel a mente teria nesse processo.

Mas muitas coisas não estavam claras naquele momento. O caminho de Heisenberg se desenrolou aos trancos e barrancos durante os primeiros meses de 1925. Ele escreveu um artigo com Hendrik Kramers, em Göttingen, com equações que não continham qualquer variável clássica, somente frequências e amplitudes. A contribuição de Kramers foi uma pista importante, pois ele demonstrou que somente quando essas frequências e amplitudes estão associadas a pares de estados é que conseguimos obter as matrizes corretas.

Heisenberg se feriu num acidente de esqui e passou várias semanas em Munique, se recuperando. Ele visitou Copenhague e Göttingen, fez outra viagem às montanhas, voltou ao instituto de Born, em Göttingen, no fim de abril, e se preparou para dar uma série de aulas durante o verão. Todas essas visitas prepararam-no para reelaborar as descrições de Bohr do momento do elétron (*p*) e sua posição (*q*) em termos puramente matemáticos. Ele não contou a seu supervisor o que tramava, mantendo a ideia, como Bohr disse certa vez, "obscura e misteriosa".[8]

Naquela época, Heisenberg uma vez relembrou: "Meu trabalho nessas linhas avançou, e não se retardou, em função de um contratempo pessoal."[9] Em maio ele teve uma crise de febre do feno tão grave que precisou solicitar a Born duas semanas de licença. Born concordou, e Heisenberg foi para Helgoland, uma ilhota rochosa e isolada, no mar do Norte, inóspita para gramas, matos e quaisquer outros agentes alergênicos. Na noite anterior à sua partida, a zeladora do *Gasthaus* que lhe mostrara o quarto ficou tão horrorizada com o inchaço da face do hóspede que achou que ele se envolvera numa briga. Na ilha, quando conseguiu trabalhar de novo, Heisenberg tentou ver se suas ideias eram consistentes com a conservação de energia. Quando viu que sim, ele ficou agitado. Cometeu erros matemáticos, por causa da doença e da fadiga, mas localizou-os e continuou a trabalhar até tarde da noite, conseguindo afinal ajeitar tudo até mais ou menos três da manhã.

> A princípio eu estava muito alarmado. Tinha a sensação de que, através da superfície dos fenômenos atômicos, eu olhava para um interior estranhamente belo, e me senti meio tonto com a ideia de que agora teria de explorar a riqueza das estruturas matemáticas que a natureza tão generosamente havia colocado à minha frente. Eu estava agitado demais para dormir, e então, quando o novo dia nasceu, fui até a ponta sul da ilha, onde havia um rochedo que se projetava sobre o mar e o qual havia algum tempo eu planejava escalar. Fiz isso sem muitos problemas, e esperei o sol nascer.[10]

Heisenberg voltou a Göttingen no fim de junho, e logo se estabeleceu que iria dar aulas em Cambridge. Em poucos dias ele rabiscou um artigo, "Sobre a reinterpretação mecânico-quântica das relações cinemáticas e mecânicas".[11] A palavra "reinterpretação" (*Umdeutung*) revela a audácia de Heisenberg: aquele era um manifesto de uma nova abordagem da física atômica. O resumo declarava audaciosamente que o objetivo era "estabelecer uma base para a mecânica quântica teórica fundamentada exclusivamente em relacionamentos entre quantidades a princípio observáveis". Nós não conseguimos "associar elétrons a um ponto no espaço" baseados na informação experimental, ele dizia; e, "nessa situação, parece sensato descartar qualquer esperança de observar as quantidades até agora inobserváveis em questão, tais como posição e período de um elétron". Heisenberg tateava no escuro; a mecânica quântica iria compreender a possibilidade de medir a posição e o momento com qualquer nível de precisão, só que não simultaneamente. O artigo mostrava como compilar tabelas de amplitudes e frequências associadas a transições entre estados – ele chamava essas tabelas de "quantidades quântico-teóricas" –, e como essas tabelas poderiam ser relacionadas a um novo tipo de cálculo, que ele chamou de "relacionamentos mecânico-quânticos".

O artigo associava quantidades físicas a tabelas cujas linhas e colunas alinhavam os estados quânticos "permitidos" que Bohr postulara em seu artigo revolucionário sobre o espectro do hidrogênio. Isso já fora feito antes (por exemplo, os coeficientes *A* e

B de Einstein eram “tabelas” indexadas com dois estados). Mas Heisenberg aplicou a ideia a um conjunto de quantidades mais fundamentais, deu um passo além e encontrou uma regra para “multiplicar” duas dessas tabelas, de modo a tornar as fórmulas semelhantes àquelas usadas na mecânica clássica. Isso era novo e abria uma porta para a execução de cálculos quânticos muito além da capacidade das tentativas anteriores, tais como as de Born, de se criar uma “mecânica quântica”.

Heisenberg então encontrou um obstáculo. As tabelas e a regra de multiplicação que inventou obedeciam a um tipo novo de álgebra que os matemáticos haviam descoberto muito antes, mas que não era conhecido pela maioria dos físicos, incluindo o próprio Heisenberg. O que mais chamava a atenção era que a regra não seguia a “propriedade comutativa”, o princípio matemático pelo qual a ordem da multiplicação não afeta o produto, $ab = ba$. Quando Heisenberg usou seu novo cálculo para multiplicar uma tabela quântico-teórica (vamos chamá-la de A) por outra (B), o resultado dependia da ordem: $AB \neq BA$. Essa característica “era muito perturbadora para mim”, disse depois, e, por mais que tentasse, não conseguia livrar sua teoria dela.[12] “Eu sentia que este era o único ponto de dificuldade no esquema todo; sem isso eu me sentiria perfeitamente feliz.”

Heisenberg então fez o que muitas pessoas fazem quando algum aborrecimento ameaça estragar uma invenção auspiciosa: ele o varreu para baixo do tapete. Reconheceu-o numa única sentença – “Enquanto na teoria clássica [*AB*] é igual a [*BA*], isso não é necessariamente verdade na teoria quântica” –, mencionou circunstâncias nas quais a dificuldade não aparecia e então esqueceu o assunto. Concluía o texto com um aviso do tipo comumente visto em artigos mais antigos, perguntando a si mesmo se aquela era uma abordagem “satisfatória” ou “ainda crua demais” para a mecânica quântica. A resposta, ele declarou, teria de esperar uma “investigação matemática mais aguda”.[13]

Depois que acabou de escrever o artigo, em torno de 9 de julho, Heisenberg deu uma cópia a Born, pedindo-lhe que verificasse se era passível de publicação e investigasse a ideia básica – Heisenberg sabia que ela estava um pouco desajeitada, até mesmo bizarra. Born prometeu que o faria, mas colocou o artigo de lado por alguns dias, exausto, após um semestre de aulas e de pesquisas realizadas com seu outro assistente, Pascual Jordan.

Born leu o artigo somente depois que Heisenberg partiu. Impressionado, enviou o texto ao *Zeitschrift für Physik*, e, em 15 de julho, escreveu a Einstein que o trabalho de Heisenberg parecia "muito misterioso, mas seguramente correto e profundo".[14] Contudo, Born também tinha suas reservas quanto às tabelas de Heisenberg e as estranhas regras utilizadas para multiplicá-las. Aquilo lhe parecia tão familiar!

Após uma semana irrequieta, na qual ele mal conseguiu dormir, ocorreu-lhe que havia visto aquela estrutura peculiar em suas aulas de matemática do colégio. Seu intrépido assistente reinventara a roda. As tabelas eram o que os matemáticos chamavam de matrizes, arranjos de números (ou variáveis) em linhas e colunas – embora as tabelas de Heisenberg possuíssem um número *infinito* de elementos. E as relações mecânico-quânticas engraçadas de Heisenberg eram na verdade a maneira mais natural que os matemáticos haviam descoberto para "multiplicar" matrizes.

Born ficou maravilhado. A matemática de matrizes deu-lhe um arcabouço para investigar e sistematizar o trabalho de Heisenberg. Ele sabia que as matrizes não eram comutativas – importava a ordem na qual eram multiplicadas. Isso explicava a dificuldade embaraçosa de Heisenberg na qual, por exemplo, a matriz **p**, associada ao momento, e **q**, associada à posição, não eram comutáveis; a matriz **pq** não era a mesma que **qp** (por convenção, os físicos se referem a matrizes com símbolos em negrito). Mas havia mais. Esse par de variáveis – conhecidas como variáveis canônicas conjugáveis – era não comutativo, mas de uma forma especial. Embora Born não pudesse provar, a diferença entre **pq** e **qp** parecia ser uma matriz proporcional à constante de Planck: $\mathbf{pq} - \mathbf{qp} = \mathbf{I}h/2\pi i$, onde **I** é a matriz identidade – "uns" na diagonal e zeros no resto. Born escreveria mais tarde: "Eu estava tão empolgado com esse resultado quanto um marinheiro que, após uma longa viagem, vê a terra que tanto sonhou e desejou, e fiquei triste que Heisenberg não estivesse lá."[15]

Alguns dias mais tarde, em 19 de julho, Born encontrou Pauli num trem, explicou com entusiasmo como o artigo de Heisenberg podia ser traduzido em linguagem matricial e perguntou a seu antigo assistente se ele queria colaborar na investigação do assunto. Pauli foi reticente e sarcasticamente acusou Born de tentar "estragar as ideias de física de Heisenberg" com "matemática fútil" e "formalismos tediosos e complicados" (historiadores veem com humor essa declaração, uma vez que as ideias de Heisenberg, no caso, eram formais e até mais tediosas que a análise matricial convencional). No dia seguinte, 20 de julho, Born procurou Jordan, que por acaso era conhecedor de matemática matricial. Em poucos dias ambos conseguiram mostrar como derivar a relação $\mathbf{pq} - \mathbf{qp} = \mathbf{I}h/2\pi i$ a partir do trabalho de Heisenberg. Mais uma vez, Born ficou deslumbrado: "Nunca vou esquecer a felicidade que experimentei quando conseguimos condensar as ideias de Heisenberg sobre condições quânticas na misteriosa equação $\mathbf{pq} - \mathbf{qp} = \mathbf{I}h/2\pi i$, que é o centro de uma nova mecânica, e mais tarde viria a indicar as relações sobre a incerteza."[16]

No final de setembro, Born e Jordan escreveram um artigo, "Sobre mecânica quântica". O trabalho consistia na "investigação matemática penetrante" que Heisenberg desejava e foi a primeira formulação do que depois veio a ser conhecido como mecânica matricial. A matemática não era familiar – muitos físicos tiveram de dar uma estudada na questão das matrizes para entender o texto –, e seus métodos eram difíceis de dominar, mas funcionavam no número limitado de problemas cujos cálculos podiam ser executados até a conclusão. Os autores enviaram uma cópia para Heisenberg, que já tinha saído de Cambridge e estava em Copenhague. Ele mostrou o artigo a Bohr, dizendo: "Veja aqui, recebi um artigo de Born que mal posso entender. Está cheio de matrizes, e pouco sei o que são."[17] No entanto, depois que Heisenberg também relembrou o que aprendera sobre matrizes, passou a compartilhar o entusiasmo, e em 8 de setembro escreveu a Pauli que a ideia brilhante de Born, **pq** - **qp** = **I**$h/2\pi i$, era a pedra fundamental de uma nova mecânica. Heisenberg, Born e Jordan iniciaram uma ardorosa discussão por carta. O primeiro interrompeu sua estada em Copenhague e voltou a Göttingen para que pudessem trabalhar em outro artigo generalizando os resultados do anterior, antes que Born partisse numa viagem que já estava marcada para os Estados Unidos.[18]

O resultado foi um artigo escrito por Born, Heisenberg e Jordan intitulado "Sobre mecânica quântica II", conhecido pelos historiadores da física como "o trabalho dos três homens". Sua característica central era o que foi chamado de "relação mecânico-quântica fundamental", a estranha equação **pq** - **qp** = **I**$h/2\pi i$. O artigo é um marco na história da física, pois é o primeiro mapa para o domínio quântico. Mais ou menos na mesma época, Pauli publicou um texto no qual aplicara com sucesso – embora com considerável dificuldade – a mecânica matricial ao estudo de caso do átomo de hidrogênio.

Ainda assim, poucos, além dos próprios criadores, reconheceram a importância da mecânica matricial, porque sua apreciação era empalidecida por vários obstáculos. Um deles era a complexidade: se a matemática matricial não era tão difícil do ponto de vista intrínseco, a aplicação de Heisenberg parecia complicadíssima, e a maioria dos físicos tinha simplesmente de confiar na mecânica matricial enquanto lutava para dominá-la. Típica, por exemplo, foi a reação de George Uhlenbeck, então estudante da Universidade de Leiden, que confessou muito depois: "Tudo se tornava aquele número infinito de equações que você tinha de resolver, e ninguém sabia exatamente como fazê-lo."[19] Outros eram desestimulados pelo *unanschaulichkeit* – pelo fato de a mecânica matricial deliberadamente não fornecer uma imagem da mecânica do domínio atômico; porque os termos fundamentais, as matrizes, estritamente falando, não faziam sentido, eram apenas artefatos simbólicos formais.[20] Outros ainda sentiram-se incapazes de explicar a transição do micromundo para o macromundo – entre o mundo não visualizável sem espaço e tempo e o contêiner familiar de espaço-tempo no qual nossa imaginação habita. Muitos cientistas resolveram então adotar, como a historiadora Mara Beller escreveu, uma atitude de "esperar para ver"; mesmo os criadores viram a mecânica matricial como um primeiro passo imperfeito no caminho de uma teoria adequada.[21]

Contudo, logo depois que "o trabalho dos três homens" foi publicado, em fevereiro de 1926, seus autores ganharam uma companhia indesejada.

Mecânica matricial x mecânica ondulatória

O primeiro e o segundo artigos de Schrödinger sobre mecânica ondulatória foram publicados no *Annalen der Physik* de março e abril de 1926. A mecânica ondulatória mapeava o mesmo terreno que a matricial, mas os físicos acharam o mapa muito mais fácil de ler. Ele não tinha os obstáculos da mecânica matricial. Primeiro, a matemática era parte do "feijão com arroz" do treinamento dos físicos clássicos, que vinham usando e resolvendo equações ondulatórias desde o tempo da escola secundária. Segundo, as equações ondulatórias eram visualizáveis. Segundo, os físicos observavam água, som, ondas de luz e suas propriedades – frequência, amplitude e comprimento de onda – se propagando calma e continuamente ao redor deles a cada dia. Eram treinados para ver outras propriedades das ondas como difração e interferência. Havia a pequena questão da função ψ que existia num "espaço de configuração" multidimensional – três dimensões para cada partícula do sistema –, mas mesmo isso era visualizável de alguma forma, como algo que viajou pelo espaço ou permaneceu "empoleirado" em algum tipo de onda vertical quando estava dentro do átomo. Terceiro, a mecânica ondulatória fornecia uma maneira natural de descrever a transição do micromundo para o macromundo, como o artigo de Schrödinger mostrou naquele ano: os grupos de partículas ou pacotes de ondas se moviam por caminhos clássicos, os quais eram raios perpendiculares às frentes de fase da função ψ.[22]

Não é de admirar que a maioria dos físicos tenha preferido a mecânica ondulatória. Planck estava abismado. Einstein, extasiado. O físico americano Karl Darrow contou que a mecânica ondulatória "cativava o mundo da física" com a promessa de "atender àquele desejo oculto, mas irresistível", de voltar à física clássica, com suas funções confortáveis e de propagação contínua.[23] Uma enxurrada de artigos utilizou a abordagem de Schrödinger para lidar com problemas atômicos. Os aliados dos físicos de Göttingen reagiram mal: Heisenberg a chamou de "boa demais para ser verdade", Dirac reagiu com "hostilidade", e Pauli chamou-a de "maluca".[24] Mas muitos deles em breve cederiam a seus encantos. Pauli, que havia acabado de trabalhar tanto para formular a teoria do espectro do hidrogênio com a mecânica matricial, achou a mecânica ondulatória muito mais fácil de usar para o mesmo propósito. Born escreveu para Schrödinger que ficara tão animado ao ler o primeiro artigo sobre mecânica ondulatória que quis "desertar … para a física contínua, … para os claros e límpidos conceitos fundamentais da física clássica",[25] embora seu ardor tenha arrefecido logo em seguida.

No início o conflito se desenrolou sobre argumentos acerca do mérito científico das duas abordagens: qual delas fazia melhor o trabalho? O átomo de hidrogênio – que Pauli havia resolvido pelos dois métodos – era o primeiro teste. Era a mosca drosófila ou o rato de laboratório para a física atômica, o problema com que qualquer modelo tinha de lidar em primeiro lugar – porque o átomo de hidrogênio fora analisado com sucesso com a antiga teoria quântica, com uma correspondência próxima entre teoria e prática, o que significava que as fórmulas poderiam ser comparadas. Outro teste era a transição do mundo clássico para o mundo quântico, ou: como vir do campo deles para o nosso? Schrödinger demonstrara que a mecânica ondulatória tinha resposta para tudo isso, mas nada estava claro ainda para a mecânica matricial. Outro problema era como administrar as colisões entre coisas do mundo atômico, o que exigia mostrar como o sistema evoluía ao longo do tempo.

A resposta para a questão de qual abordagem tinha mais mérito científico seria dada em breve: em maio, no seu quarto artigo de 1926, Schrödinger provou que, matematicamente falando, as duas propostas eram idênticas.[26] Pauli chegou à mesma conclusão. Não estava claro ainda como administrar todos os casos de teste, mas a demonstração da equivalência matemática mostrou que nenhuma das abordagens tinha maior ou menor mérito matemático que a outra. Cientificamente, porém, a mecânica ondulatória podia fazer mais que a matricial, pois ela era essencial na análise da parte contínua do espectro.

Como o biógrafo de Heisenberg, David Cassidy, observou, essa conclusão só reestruturou o conflito para que este pudesse realmente decolar. Resolvida a questão da equivalência matemática, os partidários dos dois lados agora estavam livres para discutir as interpretações físicas de ambas as teorias. Estas eram radicalmente opostas: a mecânica ondulatória – pelo menos na interpretação até certo ponto esperançosa de Schrödinger – representava o mundo atômico como se tivesse nascido de processos contínuos, causalmente responsáveis pelo que pareciam ser eventos descontínuos, se desdobrando no espaço-tempo; a mecânica matricial representava o domínio atômico como se este fosse desprovido de processos contínuos ou relações causais, sem referência ao espaço-tempo, de forma alguma um espaço que poderia ser imaginado pelos seres humanos. O conflito era menos remediável e mais emocional que de mérito científico, pois refletia a concepção que cada adversário tinha do que era a física, o mundo e a relação mais fundamental entre os homens e o mundo.

Ainda assim, como Beller observou: "Nos estágios iniciais da controvérsia sobre a interpretação, *ninguém* tinha uma posição clara e articulada, sem falar numa ideia, do que era a 'verdade'."[27] O conflito reestruturado então forçou os partidários a debater as interpretações físicas de suas teorias. Schrödinger teve de argumentar que, no plano mais fundamental, o mundo estava cheio de continuidades, e, para descrevê-lo, não precisávamos dos desajeitados métodos formais de Heisenberg. Schrödinger também teve de explicar como os pacotes de onda podiam se manter coesos, elaborar o significado da função ψ e demonstrar como a descontinuidade dos fenômenos quânticos surgem de processos ondulatórios contínuos. Finalmente, foi obrigado a admitir o problema de uma onda que existia num espaço de configuração multidimensional.

Heisenberg e seus aliados foram forçados a argumentar que o mundo estava cheio de descontinuidades e que era enganoso tentar imaginá-lo de outra forma. Eles tiveram de arrumar um modo de conectar os termos simbólicos formais da mecânica matricial com as propriedades já familiares, e mostrar por que, na medida em que a mecânica ondulatória era visualizável, ela era falsa. Mas, como é de hábito no caso dos adeptos de uma proposição, nem sempre havia consistência; Beller mostrou como cada lado "roubou" um pouquinho, incorporando aspectos do outro para fazer sua teoria funcionar. Mas o novo embate feroz preparou o terreno para o princípio da incerteza e para a interpretação de Copenhague sobre seu significado.[28]

Schrödinger deu o primeiro tiro com seu artigo que provava como as duas abordagens eram idênticas. Como elas eram certamente iguais, disse ele, sentia-se "desencorajado, se não embaraçado", pela "grande dificuldade" dos métodos matemáticos da mecânica matricial e por sua falta de 'visuabilidade'.[29] Mais tarde diria que era "extremamente difícil" enfrentar questões atômicas, como o problema da transição, enquanto tinha de "reprimir a intuição" e "operar apenas com ideias abstratas, como probabilidades de transição, níveis de energia etc.".[30] Ele escreveu a Wien que as afirmações sobre a necessidade de restringir a física às coisas observáveis "só ocultava nossa inabilidade de adivinhar as imagens certas".[31]

A linguagem de Heisenberg era pelo menos tão dura quanto a de Shrödinger; ele descreveu a mecânica ondulatória como "enojante" e "lixo". Era falsa a ideia de que a mecânica ondulatória era visualizável, disse ele; físicos que utilizavam a mecânica matricial eram menos iludidos, e portanto enxergavam mais fundo, na natureza.[32] Como Born declarou certa vez: “A matemática sabe mais que a nossa intuição.”[33]

O conflito em breve minou os encontros pessoais. Em julho de 1926, Schrödinger e Heisenberg se encontraram pela primeira vez numa conferência em Munique, onde o primeiro tinha muitos aliados. Ele proferiu duas palestras sobre a mecânica ondulatória, e Heisenberg levantou-se no final para protestar, dizendo que nenhuma teoria baseada em processos contínuos poderia explicar as descontinuidades dos fenômenos quânticos, como a lei da radiação de Planck e o efeito Compton. A audiência parecia estar do lado de Schrödinger, e Heisenberg, que não parecia ter influenciado ninguém, foi embora se sentindo derrotado.

Ele viajou para Copenhague, onde ficou muitos meses trabalhando com Bohr. Os dois discordavam – Bohr argumentava que *deviam* utilizar conceitos clássicos para explicar as experiências, Heisenberg divergia –, mas afiavam seus argumentos acerca de por que as descontinuidades quânticas deixavam implícito que o espaço e o tempo não podiam ser definidos; isso significava que o domínio quântico não poderia ser representado por teorias que envolvessem funções contínuas, nem ser imaginado por mentes humanas, cuja capacidade de visualização dependia de um contêiner de espaço-tempo.

O próximo round entre Schrödinger e os aliados da matriz aconteceu três meses depois, em outubro de 1926. Bohr convidou Schrödinger para visitar Copenhague, território da matriz (apesar de o grupo de Copenhague ter começado a usar partes da mecânica ondulatória como ferramenta); Schrödinger, intelectualmente honesto e com a popularidade em alta, ficou feliz de visitar o quartel-general da oposição, mas estava completamente despreparado para o que iria acontecer. Bohr encontrou Schrödinger na estação de trem e quase de imediato começou a apresentar seu caso; continuou argumentando dia e noite, por vários dias. Bohr acertara tudo para que Schrödinger ficasse em sua casa, a fim de que cada minuto pudesse ser usado produtivamente. Como Heisenberg relembra:

> Bohr era uma pessoa muito considerada e obsequiosa, mas, nesse tipo de discussão, que dizia respeito a problemas epistemológicos que ele julgava de vital importância, era capaz de insistir – com teimosia fervorosa, beirando o fanatismo – até esclarecer cada argumento. Apesar das horas de luta, se recusou a desistir até Schrödinger admitir que sua interpretação não era suficiente e que não era capaz nem de explicar a lei de Planck. Talvez pelo cansaço, Schrödinger adoeceu depois de alguns dias e teve que ficar de cama, na casa de Bohr. Mesmo assim, era difícil afastar o dono da casa de sua cabeceira; ele repetia sem cessar: "Mas, Schrödinger, você tem pelo menos de admitir que..." Em certo ponto, Schrödinger explodiu num tipo de desespero: "Se você impõe esses malditos saltos quânticos, então eu desejaria nunca ter começado a trabalhar com a teoria atômica!"[34]

Com Heisenberg a seu lado, Bohr persuadiu Schrödinger a fazer uma retratação (temporária). Mas ela não durou muito, e o autor da mecânica ondulatória logo escrevia novos artigos a esse respeito. Em novembro de 1926, reuniu seis artigos seminais sobre o tema – a série de quatro partes, "Quantização como um problema de valores próprios", publicada no *Annalen der Physik*, além do artigo sobre o problema das fronteiras e outro a respeito da identidade entre mecânica ondulatória e matricial – e publicou-os num livro.

Nesse meio-tempo, Born formulara sua singular interpretação da mecânica ondulatória. Tentando entender as colisões entre um elétron e um átomo, examinou cuidadosamente a alegação de Schrödinger, de que a função ψ se referia à densidade da carga do elétron, mas descobriu que isso não fazia sentido, concluindo que ela nada nos dizia sobre o estado de um evento, apenas sobre sua *probabilidade*.

Pauli então escreveu uma carta a Heisenberg na qual propunha que ψ^2 representava a probabilidade, mas não de estados, e sim de partículas em determinadas posições. Isso significava praticamente restaurar o contêiner do espaço-tempo e sua visuabilidade. Não era possível concluir que as órbitas ou os caminhos dos elétrons de um lugar para outro pudessem ser visualizados, mas apenas que, independentemente da maneira como chegaram lá, eles haviam tido *alguma* posição.[35] As propriedades clássicas existem e podem ser medidas com precisão. Ainda assim, isso tudo envolvia a bizarra noção de que a estranha função que Schrödinger afirmava fluir pelo espaço não era uma coisa real, mas a probabilidade de que uma coisa real pudesse ser encontrada naquele lugar. Na época, a novidade filosófica disso não foi percebida. "Nós estávamos tão acostumados a fazer considerações estatísticas", diria Born mais tarde, que "mudar para uma camada mais profunda não nos pareceu tão importante."[36]

Na mesma carta de 19 de outubro na qual Pauli fazia sua proposta sobre a interpretação da função ondulatória, ele também observava algumas implicações para a embaraçosa questão de **qp** - **pq**. Heisenberg vinha argumentando que nenhuma das variáveis conjugadas – os termos não comutativos – se referia a variáveis clássicas, como posição ou momento, que pudessem ser medidas com precisão ao mesmo tempo. Pauli agora dizia que se poderia medir uma das duas – mas, caso se fizesse isso, a outra variável só poderia ser calculada como probabilidade. Isso tornava a não comutatividade ainda mais estranha. "A física disso não está clara para mim, de cima a baixo", confessou Pauli a Heisenberg. "Minha primeira questão é: por que só podemos descrever os **p**s, e não, *simultaneamente*, os **p**s e os **q**s, com qualquer grau de precisão?" Ele estava atônito. "Você pode olhar para o mundo com olhos **p** ou olhos **q**, mas abra os dois ao mesmo tempo, e você está errado."[37] O que isso poderia significar?

A resposta de Heisenberg demorou, porque ele teve dificuldades de recuperar a carta de Pauli da mão de seus nervosos colegas de Copenhague que a compartilhavam. Afinal, Heisenberg enviou uma resposta em 28 de outubro. Ele ainda não estava convencido a respeito da restauração implícita da visuabilidade e das variáveis clássicas, caçoando da perspectiva "um pouco dogmática" de Born, como se ela fosse "apenas uma de muitas interpretações possíveis". A relação **pq - qp** = $\mathbf{I}h/2\pi i$, voltava a insistir, significava que os **p**s e os **q**s individuais não tinham sentido.

> Acima de tudo, tenho esperança de que eventualmente haja uma solução do seguinte tipo (mas não espalhe por aí): o tempo e o espaço são somente conceitos estatísticos, algo como, por exemplo, temperatura, pressão etc., num gás. É minha opinião que conceitos espaciais e temporais não têm sentido

> quando falamos de uma só partícula; quanto mais partículas temos, mais esses conceitos adquirem significado. Tenho tentado avançar nisso, mas por enquanto sem sucesso.

Algumas semanas mais tarde, em 15 de novembro, Heisenberg apresentou a Pauli o que parecia o argumento conclusivo sobre por que as descontinuidades do mundo quântico tornavam o conceito de **p** e **q** individuais sem sentido.[38] Digamos que um objeto, como um elétron, está num ponto específico. Sua velocidade é definida em termos da taxa na qual ele se move continuamente através de pontos muito próximos – mas se o espaço-tempo não for contínuo, e os elétrons pulam de um estado a outro, então, por definição, eles não têm velocidade! Uma semana mais tarde, Heisenberg voltou obsessivamente ao assunto.[39] Justamente porque o mundo não é contínuo, os "números-c" (números clássicos) dão a impressão de que sabemos muito sobre o que está acontecendo. "O que a palavra 'onda' ou 'corpúsculo' significa, já não sabemos mais."

Agora era Pascual Jordan quem surgia para desafiar Heisenberg. Na prática, Jordan jogava contra o "postulado de impotência", de Heisenberg, segundo o qual elétrons sozinhos não poderiam ter posições e momentos. O que impedia os instrumentos de medi-los? O equipamento de observação é feito de átomos, e átomos chacoalham à temperatura ambiente devido a seu movimento térmico, impondo limites práticos à precisão. Porém, o que aconteceria se configurássemos o equipamento para fazer a medição no zero absoluto, quando o movimento térmico para; ou, o que dá no mesmo, o que aconteceria se utilizássemos sondas de alta energia, como partículas a, cujo chacoalhar é negligenciável e cujo caminho pode ser acompanhado?

Born e Pauli haviam considerado a possibilidade teórica de fixar uma variável conjugada; sobre a outra, observaram que só se poderia afirmar que ela tinha certa probabilidade. Jordan agora indicava condições experimentais sob as quais os físicos poderiam realmente medir o que em tese estava proibido: a "probabilidade de encontrar um elétron em certo lugar". Da perspectiva teórica, não é impossível observar, só é difícil experimentalmente.

O artigo de Jordan preocupou Heisenberg.[40] No dia seguinte à publicação, em 5 de fevereiro de 1927, ele escreveu a Pauli que julgara o artigo "razoável, mas não muito exato em certas partes", porque ainda achava que frases como "probabilidade de encontrar um elétron em certo lugar" eram conceitualmente sem sentido. Porém, se coisas como o tempo e a posição de elétrons individuais faziam sentido do ponto de vista experimental, elas deviam fazer sentido também teoricamente. Se elas fizessem sentido teórico, sua abordagem estava errada.

Em todos esses debates, nunca se questionou se a matemática estava correta. A questão era a interpretação, ou até a natureza da interpretação. Bohr exigia mais interpretação que Heisenberg, ambos exigiam mais que Schrödinger.

Heisenberg ainda estava em Copenhague, trabalhava no instituto de Bohr e morava no apartamento no sótão do irmão deste, Harald. Depois do jantar, Bohr aparecia, cachimbo na mão, e os dois debatiam o estado da mecânica quântica até o amanhecer. A conversa difícil começava a desgastar a relação entre os dois, e ambos se tornaram irritadiços. Percebendo isso, Bohr viajou para esquiar.

Uma noite, depois da partida de Bohr, Heisenberg saiu para caminhar no Faelled Park, atrás do instituto. Refletia sobre a teoria de **p** e **q** e a experiência. Pensou no microscópio de Jordan. Estava mais que nunca convencido de que alguma coisa *devia* estar errada com o exemplo proposto. Jordan trouxera Heisenberg de volta à Terra, descarrilando seu foco no significado teórico, porque o forçara a parar de filosofar a respeito dos conceitos e a pensar operacionalmente sobre o que faziam as experiências. Suponha que você observe uma partícula no zero absoluto; isso significa quicar um fóton nela e captá-lo na lente do instrumento. Isso iria perturbar a posição do elétron. Se você quisesse evitar o efeito, teria de utilizar um fóton menos energético. No entanto, quanto maior o comprimento de onda do elétron, menos conhecida seria a precisão da posição! O problema poderia ocorrer, deu-se conta Heisenberg, agitado, por causa da interação entre o instrumento e o que se estava tentando medir – entre as ferramentas que se utilizam para observar e o sistema a ser observado.

O alvorecer de uma nova era

Heisenberg fez então o que em geral fazia quando ficava nervoso: escreveu uma carta a Pauli. Esta, datada de 23 de fevereiro, foi mais longa que o normal – quatorze páginas. A mudança em seu pensamento, inaugurada pelo artigo de Pauli, é clara desde o início, porque ele descrevia várias experiências mentais para **p** e **q**. Registrou, então: "Sempre verificaremos que os experimentos mentais têm essa propriedade: quando uma quantidade **p** é fixada com uma precisão caracterizada pelo erro médio *p*, então … **q** só pode ser dado, ao mesmo tempo, com uma precisão caracterizada pelo erro médio q1 $\approx$ h/p1."

Este é o princípio da incerteza. Como várias outras equações, em sua primeira aparição, ele não tinha a forma que posteriormente o tornaria famoso. Hoje o princípio é em geral escrito como uma desigualdade: $\Delta x \Delta p \geq \hbar/2$.

O princípio da incerteza foi um marco conceitual decisivo. Enquanto Born, Pauli e Jordan haviam considerado casos em que uma variável conjugada era determinada com exatidão, e a outra como probabilidade, Heisenberg agora mostrava que estes eram casos limítrofes; que entre um e outro há um espectro de outros casos nos quais nenhum valor é exato. Uma margem de incerteza é inevitável. Se a incerteza (**Δx**) na posição, digamos, de um elétron é pequena, então a incerteza no momento (**Δp**) tem de ser grande o suficiente para manter o produto **Δx × Δp** na ordem de *h*. Se a posição de um elétron é medida com tamanha precisão que a incerteza é muito pequena, a incerteza correspondente do momento torna-se muito grande. Heisenberg contou a Pauli que isso era consequência direta de **pq** - **qp** = **I***h*/2π*i*, cuja interpretação finalmente parecia clara. Heisenberg colocava as partículas de volta num palco espaço-temporal, pelo menos por um momento, mas concedia-lhes propriedades decididamente não clássicas.

Heisenberg logo escreveu um artigo organizando seus pensamentos, "O conteúdo visualizável [*anschaulich*] da cinemática e da mecânica quântica". Ele explicou aos físicos com formação clássica como a mecânica podia ser visualizada em termos clássicos; e como o ato de fazê-lo redefinia o mundo. Dizia isso tudo na primeira frase: "Acreditamos que compreendemos o conteúdo visualizável (*anschaulich*) de uma teoria quando podemos observar as consequências experimentais qualitativas em todos os casos simples, e quando, ao mesmo tempo, verificamos que a aplicação da teoria jamais contém contradições internas." Essa definição é rápida e conveniente demais, projetada de forma que Heisenberg pudesse eventualmente ajustar sua teoria a ela. Mas não importava. Ele dizia então que podia parecer difícil para a mecânica quântica caber na definição, pois enquanto $\mathbf{pq} - \mathbf{qp} = \mathbf{I}h/2\pi i$ vale, não está claro o que queremos dizer com algo como posição e velocidade, e precisamos clarificar as coisas especificando condições experimentais. Então, digamos que estamos observando um elétron com um microscópio que o ilumina. Como ele é muito pequeno, temos de utilizar luz energética: raios γ. Mas se utilizarmos luz energética em coisas pequenas, surge o efeito Compton; o fóton colide com nosso pequeno elétron e, de modo abrupto e descontínuo, o empurra para o lado. Heisenberg escreveu:

> Essa mudança é maior quanto menor for o comprimento de onda da luz empregada – ou seja, mais exata é a determinação da posição. No instante em que a posição do elétron é conhecida, seu momento [só] pode sê-lo em magnitudes que correspondam a essa mudança descontínua. Portanto, quanto mais precisa for a determinação da posição, menos precisa será a determinação do momento, e vice-versa. Nessa circunstância, podemos ver uma interpretação direta da equação $\mathbf{pq} - \mathbf{qp} = -ih$.

Heisenberg foi bem permissivo quanto ao uso da matriz identidade **I** nessa equação, e isso é frequentemente omitido na literatura. Ele continuou quantificando a interpretação:

> Seja q_1 a precisão com a qual o valor de q é conhecido (q_1 é, digamos, o erro médio de q), representando aqui o comprimento de onda da luz. Seja p_1 a precisão com a qual o valor de p é determinável; ou seja, aqui, a mudança

descontínua de p no efeito Compton. Então, de acordo com as leis elementares do efeito Compton, p_1 e q_1 estão na relação

$$p_1 q_1 \sim h$$

Agora vem uma coisa estranha, cujo significado só foi notado há pouco tempo, por John H. Marburger III. Heisenberg dizia que a equação era uma "consequência matemática direta da regra da equação **pq** - **qp** *= -ih", mas ele não demonstrava isso*. Não havia derivação da relação da incerteza em seu artigo. Apesar de ter sido aceita por Heisenberg e Bohr, e ela era claramente uma boa conjectura, nenhum dos dois se deu ao trabalho de prová-la – e a primeira prova do princípio à qual Bohr faz referência está errada.[41]

O artigo "visualizável" foi menos radical que o da "reinterpretação", publicado dois anos antes. Ele não argumentava que o elétron não tinha posição ou velocidade, somente que não tinha posição e velocidade definidas *simultaneamente*, deixando a porta aberta para um ou outro assumir valor preciso. Heisenberg restaurou visuabilidade suficiente para alegar que "a mecânica quântica não devia mais ser considerada abstrata e não visualizável". E, numa espécie de golpe de misericórdia, citou uma referência de Schrödinger, sobre quão "repugnante e revoltante" a mecânica matricial era, para preparar uma resposta, segundo a qual o inimigo verdadeiro era a mal-concebida compreensão da visibilidade de Schrödinger. O mundo atômico era visualizável, mas o que podíamos visualizar claramente não era clássico. Uma leitura cuidadosa nos deixa incertos sobre o fato de Heisenberg estar realmente comprometido com a visualização. Como disse Beller, "Heisenberg assumiu a figura clássica do mundo para depois refutá-la".[42]

Depois de concluir o artigo, Heisenberg escreveu a Jordan que se sentia "muito, muito feliz", após um ano de contínuas refutações; dizia que agora sentia o "chão descontínuo sob seus pés".[43] Pauli ficou eletrizado. "Ele mencionou algo como '*Morgenröte einer Neuzeit*'" – o alvorecer de uma nova era.[44]

Mas a nova era começou aos trancos. Quando Bohr voltou e Heisenberg lhe mostrou o artigo, Bohr identificou vários erros óbvios. Mesmo no mundo atômico, disse ele, energia e momento são conservados; quando se perturba um elétron atirando um fóton contra ele, ainda se pode determinar o momento captando o fóton, e eliminando a incerteza. Mesmo assim, prosseguia Bohr, a ideia de Heisenberg estava correta, por causa da natureza ondulatória das partículas. Não se pode determinar com precisão o momento das partículas que estão saindo – nem mesmo utilizando elétrons em lugar de fótons – porque elas estão todas espalhadas de forma ondulatória, como descrevia a equação de Schrödinger; esta era a razão pela qual se usava a lente do microscópio para focalizá-las. Mas isso significava aceitar que as ondas de Schrödinger tinham um papel essencial na teoria.

A conversa logo se deteriorou, nem Bohr nem Heisenberg podiam ser demovidos de suas posições entrincheiradas: o primeiro dizia que as ondas eram necessárias, o segundo afirmava que se podia perfeitamente passar sem elas. Bohr disse a Heisenberg para não publicar o artigo, e mais tarde chorou lágrimas de frustração.[45] Mas, como Beller chama a atenção, essas lágrimas se deviam tanto à falta de compaixão de Bohr quanto à teimosia de Heisenberg.

Heisenberg ignorou o conselho de Bohr e se recusou a retirar ou corrigir seu artigo; apenas adicionou uma breve nota, intitulada "Anexo à prova", na qual dizia: "Bohr chamou minha atenção para o fato de que ignorei alguns pontos essenciais no curso de várias discussões deste artigo." Mas não mencionou que pontos eram esses.

Por vários meses, Bohr e Heisenberg continuaram a discordar sobre a interpretação da mecânica quântica. Ambos aceitavam que a matemática estava correta, e, como Einstein observou, que ela devia guiar a interpretação. Mas Bohr tinha uma ideia melhor de como fazê-lo. Heisenberg argumentava que a linguagem ondulatória ou a matricial poderiam ser utilizadas, enquanto Bohr precisava de ambas.

A posição de Heisenberg era essencialmente platônica: ele queria dizer que a matemática sozinha descreve o que existe no domínio atômico. A posição de Bohr era kantiana: a natureza força o ser humano a experimentar e imaginar de acordo com algumas categorias (clássicas) e esquemas estruturados por um palco espaçotemporal; como afirma Marburger, realidade é um fenômeno macroscópico. Segundo Bohr, essas categorias e esquemas eram adequados para eventos macroscópicos e apropriados para a física clássica, que tentara elaborar a teoria para os eventos. Mas as categorias e os esquemas não se aplicavam a eventos microscópicos – aplicá-los e presumir que eram válidos correspondia ao que poderia ser chamado de *falácia macroscópica*. Ainda assim, não seria possível superar esses esquemas clássicos em nosso pensamento e imaginação. Assim, concluía Bohr, em nosso pensamento sobre o mundo microscópico, seríamos forçados a depender de categorias clássicas e esquemas – como posição e momento –, mas elas eram utilizadas de uma maneira sobreposta, não clássica, como se fossem pares "complementares". Deveríamos abandonar a noção de que os conceitos e esquemas adequados para fenômenos razoáveis do mundo macroscópico correspondem também ao que é real no micromundo. Dessa forma, a abordagem kantiana de Bohr seccionou a conexão ontológica entre a teoria quântica e o mundo dos fenômenos "reais". Lá embaixo é mais estranho do que podemos expressar. "Uma realidade independente no sentido físico ordinário não pode ser associada nem ao fenômeno nem aos agentes de observação."[46]

No fim de 1927, contudo, Bohr programara fazer uma viagem aos Estados Unidos, e, como ele e Heisenberg estavam ansiosos para concluir uma interpretação antes de sua partida, concordaram com uma trégua, em grande parte nos termos de Bohr. A trégua tornou-se pública em setembro, numa celebração, no lago de Como, do centésimo aniversário da morte de Alessandro Volta. Bohr proferiu um discurso propondo uma desconfortável acomodação entre as mecânicas ondulatória e matricial, e Heisenberg ficou de pé, ao final, para sinalizar seu apoio. Ondas e partículas, disse Bohr, são maneiras de falarmos sobre eventos no domínio atômico. Nenhuma das duas é totalmente precisa, mas ambas têm esferas de aplicação restritas, porém sobrepostas. Elas são, declarou Bohr, modos complementares de falarmos sobre algo do qual não temos conhecimento direto. Como ele afirmou depois: "Não há mundo quântico. Só há uma descrição física abstrata. É errado pensar que a tarefa da física é descobrir como é a natureza. À física diz respeito o que podemos dizer sobre a natureza."[47]

Essa foi a origem do que ficou conhecido como a interpretação de Copenhague da mecânica quântica. Ela não foi universalmente apreciada. Einstein a chamou de "vacilante", acrescentando que "a filosofia – ou religião – tranquilizadora de Heisenberg-Bohr é tão decididamente antinatural que, por hora, fornece um travesseiro macio para o crente verdadeiro, no qual não será facilmente acordado".[48] Numa teoria completa, escreveu anos depois, em 1935, com Boris Podolsky e Nathan Rosen, "cada elemento da realidade física deve ter uma contrapartida na teoria física". Einstein tentou argumentar, sem sucesso, que a incompletude da mecânica quântica era uma falha, revelando que havia mais para ser decifrado, as chamadas variáveis ocultas, cuja descoberta faria suas formulações se referirem diretamente ao mundo real. Insistiu nesse argumento durante anos, enquanto Bohr replicava que posição e momento eram conceitos inerentemente clássicos, inaplicáveis ao mundo microscópico, exceto de forma livre e, estritamente falando, incorreta.

A interpretação de Copenhague – de que, em algum lugar além ou abaixo do mundo macroscópico, há algo à espreita que não podemos visualizar, e que se torna visualizável por uma conjunção ou arranjo de coisas cujo comportamento é macroscópico – é clara e lógica, parece ser a mais simples, mostrando consistência com as restrições teóricas e experimentais. É uma interpretação que nos deixa desconfortáveis, mas isso é um fenômeno psicológico, não um argumento contra ela.

INTERLÚDIO

O iogue e o quantum

A ideia de tipos intermediários de realidade era simplesmente o preço a ser pago.

WERNER HEISENBERG

Em 1929, dois anos depois de surgido o princípio da incerteza, um físico da Universidade de Harvard chamado Percy Bridgman – futuro ganhador do Prêmio Nobel – publicou um artigo na *Harper's Magazine* sobre seu significado. As implicações são de longo alcance, ele disse, até para o público. "O efeito imediato será o desencadeamento de uma avalanche de pensamentos corruptos e licenciosos." Porque, continuava Bridgman, o não cientista está apto a concluir, a partir do princípio da incerteza, não que ele declara o "fim do significado", mas que "há alguma coisa além da visão do cientista". Numa passagem marcadamente profética, Bridgman escreveu:

> Esse "além" imaginário, que o cientista já provou ser impenetrável para ele, se tornará o playground de cada místico e sonhador. A existência de tal domínio será a base de uma orgia de racionalizações. Será a substância da alma; os espíritos dos mortos nele habitarão; Deus estará à espreita em suas sombras; o princípio dos processos vitais terá ali sua morada; e será o meio para a comunicação telepática. Um grupo achará que a falha das leis de causa e efeito da física é a solução para os antigos problemas de liberdade e vontade; e, por outro lado, o ateu encontrará justificativa para seus argumentos de que o acaso rege o Universo.[1]

Oitenta anos depois, vemos que Bridgman estava correto: cada uma dessas visões realmente se apresentou. Bridgman prosseguia com um ponto positivo, dizendo que eventualmente poderíamos desenvolver "novos métodos de educação" para inocular nas pessoas o "hábito do pensamento", requerido para dar nova forma ao pensamento que usamos nas "limitadas situações do dia a dia". O resultado final, Bridgman concluía, era salutar:

> Já que o pensamento estará de acordo com a realidade, a compreensão e a conquista do mundo à nossa volta ocorrerão a passos acelerados. Arrisco-me a pensar que eventualmente haverá um efeito favorável sobre o caráter humano; o homem cruel reagirá com pessimismo, mas certa nobreza corajosa é necessária para encarar uma situação como esta. E, no final, quando o homem tiver se saciado dos frutos da Árvore do Conhecimento, haverá uma diferença entre o primeiro éden e o último: o homem não se tornará um Deus, mas permanecerá para sempre humilde.

Oitenta anos depois ainda estamos nos esforçando para conquistar essa nobreza corajosa e permanecermos humildes. Mas também continuamos a trabalhar para saber como falar a respeito da interpretação física da mecânica quântica, como ela se conecta com as outras características do mundo, mais familiares e visualizáveis.

De todos os fundadores da mecânica quântica, Niels Bohr foi o que mais insistiu que devemos tentar expressar plenamente o mundo quântico no arcabouço da linguagem trivial e dos conceitos clássicos. "No fim", como Michael Frayn faz o personagem de Niels Bohr dizer na peça *Copenhague*, "devemos ser capazes de explicar tudo isso a Margrethe", sua esposa e estenógrafa, que serve, no palco, de representante das pessoas comuns (isto é, do pensamento clássico).

Muitos físicos, achando a tarefa irrelevante ou impossível, estavam satisfeitos com as explicações parciais – e Heisenberg argumentava que a matemática funcionava: isso basta! Bohr rejeitava essas fugas e esfregava o nariz dos cientistas naquilo que eles não compreendiam ou no que tentavam esconder. Ele mesmo não conhecia uma solução – e sabia disso –, mas não tinha razão para crer que não se encontraria resposta. A mais próxima era a doutrina da complementaridade, uma maneira de dizer, em linguagem comum, que os fenômenos quânticos se comportam, aparentemente de modo inconsistente, como ondas ou partículas, dependendo de como os instrumentos forem montados; e que os dois conceitos são necessários para compreender os fenômenos. Embora isso tenha provocado debates entre os físicos a respeito do "significado" da mecânica quântica, a doutrina – e o debate – logo quase haviam desaparecido.

Por quê? Grande parte da resposta é que, em 1930, os cientistas encontraram uma maneira perfeitamente adequada de representar conceitos clássicos no interior do arcabouço quântico, envolvendo uma linguagem matemática abstrata chamada espaço de Hilbert (infinitas dimensões). Nele, conceitos como posição e momento são associados a conjuntos diferentes de eixos de coordenadas que não se alinham uns com os outros, resultando numa situação captada, em termos da linguagem trivial, como *complementaridade*.[2] Enquanto Bohr utilizava a noção de complementaridade para dizer que fenômenos quânticos eram partícula e onda – de forma um pouco confusa e em termos da linguagem habitual –, a noção de espaço de Hilbert forneceu um arcabouço alternativo e muito mais preciso, com o qual dizer que eles não são nem um nem outro. Mas aquela não era uma linguagem que Margrethe entendesse; para ela, a mecânica quântica deveria permanecer uma coisa esotérica que ela teria de compreender da melhor forma possível. Foi isso que deixou a porta aberta para todo tipo de interpretação fantástica de significados para a vida humana mencionados no início deste capítulo, e para Bridgman.

O que torna a interpretação da mecânica quântica tão difícil? Isso acontece porque esperamos que uma teoria completa descreva toda a natureza, mas de uma maneira particular e bem-definida, fornecendo um modelo que é o limite ideal das medições; quaisquer brechas que surjam entre ela e o que encontramos no laboratório devem ser atribuídas a imperfeições no equipamento de medição. Muitas outras teorias e equações que os físicos ensinam e usam têm outros tipos de brechas e discrepâncias, especialmente se omitem aspectos da natureza em prol de uma boa aproximação. Um exemplo é $F = ma$, que deixa de fora a conversão massa-energia, por causa da facilidade de aplicação. Estas são o que podemos chamar de "enrolações inocentes ou teorias descritivas incompletas". Quaisquer lacunas entre a teoria e o mundo são epistemológicas; ou seja, têm a ver com nosso conhecimento do mundo, ou a brecha entre nossa representação do mundo e o que ele representa.

O princípio da incerteza é incompleto num sentido diferente. Ele é uma relação matemática e uma característica da interpretação estatística da função da onda na mecânica quântica. Não faz referência a qualquer figura física subjacente; não há referência a ondas ou partículas, nem a experiências físicas. Não está óbvio ao que ele se refere, exceto talvez aos cliques de um detector. Ainda assim, ele é *sobre* lacunas no mundo. Estas não são epistemológicas, mas ontológicas; não têm a ver com nosso conhecimento, mas com o mundo.

Isso é estranho. Mas por quê? É importante que vejamos a que *não* se deve a estranheza. O espanto do princípio da incerteza não é causado pelo fato de o processo de medição perturbar o objeto medido, o que seria uma característica de qualquer teoria newtoniana que envolvesse a troca de partículas. Nem é causado pela presença da estatística. Em vez disso, a estranheza da mecânica quântica é que as formulações quânticas não são "sobre" um objeto real ou ideal no sentido convencional.

Na física clássica, desvios de quantidades medidas em relação às normas ideais são tratados independentemente por uma teoria de erros baseada em estatística. Mas as variações – distribuições estatísticas – de medições quânticas são sistematicamente ligadas num só formalismo. Ele diz que você pode conhecer com precisão a largura da distribuição e que você não pode fazer previsões individuais. As superposições são possibilidades no mundo, possibilidades de observação. As fórmulas ondulatórias da mecânica quântica não se referem a um objeto ideal nem a um objeto real, mas sobre um objeto semiabstrato que admite inúmeras realizações experimentais com potencialidade de se tornar um objeto real. Esse tipo especial de objeto semiabstrato é incompleto se tentarmos pensá-lo da maneira que raciocinamos sobre outros objetos do mundo real. Devemos adicionar algo ao objeto abstrato para trazê-lo ao mundo, e as escolhas que fazemos em relação ao que medimos e como medimos afetam o que estamos medindo. Esse objeto abstrato pode parecer uma onda ou uma partícula, por exemplo, dependendo do tipo de situação em que o colocamos, sendo que as ondas e as partículas são modelos no espaço-tempo visualizável.

Este é, assim, o "tipo intermediário de realidade" que Heisenberg declarou ser o preço a pagar para haver fenômenos quânticos. É um tipo engraçado de realidade incompleta e semiabstrata que caracteriza os roteiros e as partituras – programas para coisas reais do mundo (a peça produzida, a música tocada) que exigem a adição de um contexto, e as decisões sobre o contexto afetam todo o objeto abstrato. Isso traz de volta o papel do propósito e das decisões humanas que Newton deixara de fora.

O desafio de explicar o significado do princípio da incerteza para não cientistas reside em procurar explicar esse novo tipo de objeto semiabstrato. É importante tentar, porque, do contrário, continuarão a existir informações perdidas e distorcidas na compreensão leiga do princípio da incerteza.

Heisenberg provou isso. Só que não matematicamente.

Conclusão

TRAZENDO O ESTRANHO PARA DENTRO DE CASA

Nós podemos trazer o estranho para casa, e trazê-lo para casa com precisão.
STEPHEN DUNN, *Walking Light: Memoirs and Essays on Poetry*

Eu tenho me referido aos caminhos que levaram às equações aqui apresentadas como jornadas, mas a metáfora pode ser enganosa. Talvez seja artificiosa porque sugere um progresso sereno e constante em direção a um destino predeterminado, enquanto a vereda para a compreensão que culminou na maior parte dessas equações foi acidentada, e os viajantes muitas vezes terminaram num lugar diferente daquele a que julgavam se dirigir. A metáfora também é imprecisa ao sugerir que os viajantes eram espectadores que apreciavam a natureza, e não participantes ativos de interações com as equações, que aprenderam com essas interações mutáveis e muitas vezes mudaram suas ideias em resposta a elas.

Mas, de certa forma, a metáfora capta a maneira como cada passo da jornada reajustou a percepção dos viajantes à medida que novas paisagens apareciam e outras ficavam para trás, enquanto o panorama geral se reorganizava ao redor de novas paragens. O que os viajantes pensavam ser importante mudava de repente quando um novo mundo surgia. As transformações não foram causadas por algum desenvolvimento específico – um mérito, uma descoberta, uma técnica ou pessoa –, mas pela jornada em si. Isso é o que filósofos querem dizer quando falam na historicidade da ação humana.

Cada grupo de viajantes herda uma paisagem, uma maneira de pensar, um conjunto de insatisfações e uma direção a tomar para resolvê-las, e, na jornada que daí resulta, a paisagem se transforma. Em cada passo ao longo do caminho, o mundo parece selvagem, cheio de heterogeneidade, tem uma ordem que não parece pertencer ao mundo ao nosso redor – porque a ordem que vemos na natureza é resultado de explicações e jornadas anteriores. O mundo parece possuir traços de outra ordem, mais pertinente, que podemos ver com mais clareza por meio da investigação.

O que Heaviside comentou sobre o trabalho de Maxwell – "só quando rearrumei a apresentação é que pude vê-lo com clareza" – pode ser dito sobre cada uma das pessoas mencionadas neste livro. Elas estavam descontentes com o que havia, tinham uma visão antecipada do que poderia vir a ser, bem como a habilidade de organizar a pesquisa para atingir esse objetivo (os filósofos chamam esse processo de círculo hermenêutico).

Não haverá "ponto final" para a jornada, pois cada nova descoberta – sem mencionar contextos práticos, instrumentais e teóricos sempre em mutação – transforma a paisagem. Nós nunca estaremos satisfeitos, nunca deixaremos de tentar antecipar, nunca deixaremos de organizar a busca. A ciência não poderia acontecer de nenhuma outra maneira, se não seria trivial ou impossível.

Contudo, na maior parte do tempo, nós nos preocupamos mais com as equações, com as coisas que elas nos ajudam a fazer, do que com a jornada que nos levou até elas. Tendemos a prestar atenção no pedaço do mundo que está bem debaixo de nosso olhar. Isso é compreensível, e há boas razões para fazê-lo. Podemos aprender muito estudando as trajetórias – caminhos entre a ignorância e o conhecimento – que a comunidade científica e cada cientista individualmente percorreram para chegar às equações.

Em primeiro lugar, nós aprendemos que as jornadas são diferentes. Alguns dos itinerários descritos neste livro são curtos o suficiente para um indivíduo percorrê-los em apenas alguns minutos. O teorema de Pitágoras é um exemplo. Ele permite a alguém com pouco ou nenhum treino matemático compreendê-lo e também experimentar a emoção de sua descoberta. Outros trajetos são mais extensos: pode-se dizer, apropriadamente, que a viagem a $F = ma$ e $F_g = Gm_1m_2/r^2$ levou centenas, talvez milhares de anos.

Algumas jornadas foram trilhadas por toda uma comunidade de cientistas em constante comunicação uns com os outros, como a que levou a $E = mc^2$, à segunda lei da termodinâmica e ao princípio da incerteza. Outras foram seguidas mais ou menos por uma pessoa só, como a de Einstein rumo à equação geral da gravitação, e Schrödinger, à equação da onda, embora os indivíduos em questão tenham conversado com outros colegas, apesar de trabalharem sozinhos. Em resumo, não há uma estrada única para as descobertas.

Nós também aprendemos que as equações não são simples ferramentas científicas, mas possuem "vidas sociais", por assim dizer. Estamos inclinados a vê-las como instrumentos mudos e inertes, capazes de afetar o mundo somente quando empunhadas por cientistas e engenheiros. Mas elas são ativas e podem exercer uma força educacional e cultural, nos instruindo sobre o mundo e ocasionalmente reformulando a percepção humana a respeito dele.

O teorema de Pitágoras transmite a cada geração de estudantes o significado da prova matemática, enquanto a lei da gravitação de Newton ensinou a alguns pensadores políticos o verdadeiro significado das leis. A segunda lei da termodinâmica ajuda a manter as visões utópicas da humanidade a respeito da possibilidade de produzir energia de graça, enquanto a equação de Einstein, $E = mc^2$, e sua equação geral da gravitação redefiniram a compreensão humana de tempo e espaço num plano fundamental. A equação de Schrödinger e o princípio da incerteza de Heisenberg nos forçaram a repensar o que significa ser alguma "coisa".

Outro aspecto que aprendemos com essas jornadas é a natureza dos conceitos científicos. É muito tentador pensar que existe alguma estrutura preexistente oculta na natureza, a qual apenas descobrimos e traduzimos para uma linguagem matemática, e que as equações são descrições, e não interpretações ou criações. Porém, o modo como traduzimos essa estrutura depende do caminho que percorremos, ou da nossa insatisfação com ela, e de como respondemos à insatisfação. Nós "caímos para cima", para adaptar uma frase de George Steiner.

Assim, é enganoso imaginar a ciência progredindo somente com os cientistas que criam novos conceitos para depois testá-los e revisá-los. Duas coisas estão erradas nessa imagem: a primeira é que, na verdade, o significado de um conceito depende do significado de todos os outros. Um conceito é um elemento naquele mundo em forma de aquário que Newton descobriu, no coração do mundo em que vivemos, e que precisa de todas as outras coisas do aquário para ter um significado. Testar um conceito achando que se testa somente ele, e não todas as outras coisas, é como perguntar: Nova York está à direita ou à esquerda de Boston, sem saber onde se está, sem ter o resto do mapa.

Em segundo lugar, não precisamos só do resto do aquário, mas também do resto de nossa experiência de mundo. Um conceito científico no qual confiamos é na verdade ele mais a experiência, e, quando nossa experiência muda – novas práticas, novas tecnologias –, transforma-se também o modo como esse conceito se aplica no mundo. Esta é a razão pela qual os conceitos jamais ficam parados; eles sempre cambiam ou são aprimorados; um conceito que parece certo num momento pode se mostrar inadequado no seguinte. Não há maneira correta de dizer algo sem incluir nossa experiência.

Dessa forma, os conceitos são indicativos, não descritivos; eles "apontam" para alguma coisa baseados em nossa experiência, com total compreensão de que aquilo para que apontam irá mudar depois de pesquisas mais aprofundadas. Os filósofos chamam isso de "indicação formal". Conceitos são formais porque podemos avaliá-los com rigor e testá-los quanto à adequação; eles pertencem a um sistema fechado. Conceitos são indicativos porque apontam para, e dependem de, todas as outras coisas para sua adequação – todos os nossos experimentos, definições, tecnologias e conexões abertas para o mundo –, e quando elas se transformam, os elementos formais também podem se modificar. Na verdade, esperamos que essas mudanças ocorram. O historiador da ciência Peter Galison tem uma maravilhosa descrição a esse respeito. Diz ele sobre a experiência do teórico:

> Você tenta adicionar um sinal de menos a um termo – mas não pode, porque então a teoria viola a paridade; você tenta adicionar um termo com mais partículas – proibido, porque a teoria agora não pode mais ser renormalizada e, dessa forma, necessita de um número infinito de parâmetros; você tenta deixar uma partícula fora da teoria – agora a lei tem probabilidades que não podem ser interpretadas; você subtrai outro termo – e todas as suas partículas

> desaparecem no vácuo; você quebra um termo em dois – agora a carga já não se conserva; e você ainda tem de satisfazer as leis de conservação de momento angular, momento linear, energia, quantidade de léptons e bárions. Essas restrições não aparecem todas axiomaticamente a partir de uma só teoria principal. Em vez disso, elas são o total da soma de uma miríade de compromissos interligados da prática. Algumas restrições, como as da conservação de energia, têm mais de um século de idade. Outras, como as da conservação da paridade, sobreviveram por muito tempo antes de serem descartadas. Outras, ainda, como a exigência de uma característica da natureza – que todos os parâmetros livres surjam em razões da ordem da unidade –, têm sua origem em tempos mais recentes. Algumas são consideradas pela comunidade de pesquisa por apresentar barreiras quase intransponíveis à violação, enquanto outras apenas acendem a luz amarela de aviso quando são deixadas de lado. Mas, quando são reunidas, a sobreposição das restrições tornam alguns fenômenos quase impossíveis de postular, e outros (como os buracos negros), quase impossíveis de evitar.[1]

Outra coisa que aprendemos com essas jornadas é que a ciência é um processo profundamente emocional. Aqueles que não se dão conta disso, ou que acham que a experiência científica envolve uma parte conceitual dura e uma parte emocional dela separada, não compreendem a ciência nem a criatividade humana. É possível – e até útil para alguns propósitos – dividir o processo científico em uma parcela conceitual e outra afetiva, mas esse modelo é artificial, é feito a posteriori. Estudar essas jornadas permite-nos ir além dos níveis de abstração que escondem o modo como a ciência funciona de verdade.

Há descontentamento, por exemplo, em muitas das trajetórias, e também episódios de curiosidade, consternação, espanto e surpresa. Vimos a diferença entre expectativa e alerta – entre cientistas que esperavam algo e só se deram conta quando a expectativa se tornou realidade; e de cientistas que estavam atentos, no sentido que se viam preparados para achar mais do que esperavam. Encontramos emoções não só no que motiva as descobertas, mas também nas respostas dos cientistas a elas. A resposta afetiva a uma descoberta não é simplesmente um "tudo bem, já entendi, isso deve ficar aqui e aquilo deve ir para lá, eu não tinha entendido, mas agora ficou claro”. É algo muito mais sutil e poderoso. Nem é a resposta afetiva limitada à descoberta.

Como Leon Lederman escreveu, basear a esperança de alguém numa descoberta que trará fama e fortuna “não é vida”. Ele prossegue: “A fama e a exaltação devem ser diárias – no desafio de criar um instrumento e vê-lo funcionar; o prazer se comunicar com colegas e estudantes; o prazer de aprender algo novo em aulas, corredores e publicações.”[2]

Nossa admiração não é só com o que aprendemos, porém com algo ainda mais profundo. Em certos momentos de maravilha, é possível vislumbrar nossa conexão com a natureza, entrever a mutabilidade da natureza e nosso papel nela. Sabemos por experiência que a natureza poderia ser de outra forma – mais do que era até alguns momentos atrás, e, pelo que conhecemos, até isso pode mudar no futuro. Nessas horas, experimentamos o momento emersoniano de um pensamento mais elevado em meio ao já existente, um sentimento mais profundo que nos toma e que julgamos ser velho e novo, surpreendente e familiar, que está e não está perante nós, fora de nossa realidade e ao mesmo tempo nela.

Pouco depois de terminar este livro, me vi em dificuldade para descrever o projeto para um cientista eminente e idoso, que expressou pouca simpatia por livros científicos acessíveis a não cientistas. Para ele, não havia mágica! As equações, quando totalmente compreendidas, parecem tão óbvias, completas e lógicas que, uma vez entendidas, já não podemos nos imaginar sem sabê-las. Ele encarava a ciência da maneira que um trabalhador profissional deve fazê-lo, e me estimulava a concebê-la da mesma forma. “Essas equações”, ele me disse, “não seriam tão maravilhosas se as pessoas se dessem conta de como são simples. Você tem de ajudá-las a entender isso.”

Eu devia ter abraçado aquele senhor. Ele me socorreu na tarefa de localizar exatamente o que eu estava procurando, e que era o exato oposto – mostrar como as equações *não* eram triviais, descobrir a insatisfação que nos levou a procurá-las e restaurar a emoção daquele momento, da primeira vez que conseguimos compreendê-las. A comoção do instante em que elas chegaram, parecendo ao mesmo tempo ter sido descobertas e inventadas, serem apenas definições mais concisas de coisas que já sabíamos, algo (como o teorema de Pitágoras) tão certo que parecia já estar dentro de nós, e que foi simplesmente lembrado.

Cientistas como aquele senhor conhecido meu têm uma tendência a se concentrar no aspecto formal (o que ele chamou de "trivial"), enquanto filósofos e outros estudiosos da área das ciências humanas tendem a prestar atenção na outra parte. Deve ser possível focalizar as duas ao mesmo tempo: as ciências exatas e as humanas, curando a anosognosia: o jovem e o velho piloto de Twain veem a água; o menino escravo, com o olho no diagrama, e Sócrates com o olho na vida humana; a parcela formal e aquela que tem significado; a recomposição da parte na unidade comum de que nasceu. Se pudermos, vamos recuperar a maravilha do filho de Richard Harrison ao descobrir 1 + 1 = 2, e ver as equações como a chave "não para entender o maravilhoso no mundo lá fora, mas para o que era maravilhoso nele mesmo e em todos nós". Esse momento seria uma resposta plenamente humana para o mundo.

Notas

Introdução *(p.7-13)*

1. Astrólogos modernos parecem estranhamente tranquilos e até ignorantes quanto ao fato de as constelações não virem em pacotes cuidadosamente arrumados – e que o Sol e os planetas passem por eles, algumas vezes por constelações totalmente diferentes e em horas diversas daquelas dadas por horóscopos de jornal. Alguém deveria processá-los por imperícia no exercício da profissão.
2. Ver I. Bernard Cohen, *The Triumph of Numbers: How Counting Shaped Modern Life*. Nova York, W.W. Norton, 2005.
3. Em resposta a essa necessidade de utilizar alguma coisa para representar números e outras coisas – símbolos –, os antigos egípcios, babilônios e gregos desenvolveram diferentes maneiras de simbolizar números e quantidades. Muito da matemática da Antiguidade consistia em resolver casos específicos e convidar o leitor a generalizar. Por exemplo, o famoso papiro de Rhind, um manuscrito egípcio de aproximadamente 1650 AEC, contém o equivalente a equações rústicas, baseadas em exemplos, para o cálculo da área de triângulos, retângulos, círculos e do volume de prismas e cilindros. O papiro também demonstra soluções para problemas práticos, tais como determinar igualdades entre bisnagas de pão de diferentes consistências e diferentes quantidades de cevada. Ele até discute exemplos que não são práticos, mas conceitualmente interessantes, como: "Há sete casas, em cada casa existem sete gatos; cada gato mata sete ratos; cada rato comeu sete grãos de cevada; cada grão produziria sete 'hekat'. Qual a soma de todas essas coisas enumeradas?" Muitas versões diferentes do problema têm aparecido desde então, como a rima da Mamãe Ganso, "O homem de St. Ives" – que tinha sete esposas, cada uma com sete sacos, cada um com sete gatos, cada gato com sete gatinhos. Em suas equações, os egípcios usaram hieróglifos com a forma de pares de pernas que andavam na direção que o livro é escrito, para adicionar, e na direção oposta, para subtrair.
4. A.N. Whitehead e B. Russell, *Principia Mathematica*, v.1. Cambridge, Cambridge University Press, 1957, p.362: "Desta proposição segue que, uma vez que a adição aritmética tenha sido definida, 1 + 1 = 2."
5. Atualmente as equações são classificadas de diversas formas. Uma delas é por grau, ou o valor de seu maior expoente. Em equações lineares, chamadas

desta forma porque descrevem linhas (por exemplo, $4x + 3y = 11$ ou $y = 2x + 1$), as variáveis x e y não são elevadas a nenhuma potência e são chamadas de equações de primeiro grau. Quando a variável é elevada ao quadrado, a equação é chamada quadrática, quando é elevada ao cubo, é uma equação cúbica; depois disso, a equação é do quarto, quinto, sexto grau, e assim por diante. Quando a solução da equação não é um número, mas uma função – quando ela contém "derivadas" –, ela é chamada de equação diferencial.

6. No *The Principia: Mathematical Principles of Natural Philosophy*, de Isaac Newton. Tradução do latim para o inglês de I.B. Cohen e Anne Whitman, Berkeley, University of California Press, 1999, p.391.

7. Isso levou algumas pessoas a comparar equações com poemas. Ambos envolvem um uso especial da língua, por vezes acima da capacidade do leitor casual, expressando as verdades de forma concisa e precisa, nos permitindo entender as coisas que seriam inacessíveis, alterando nossa experiência no processo. Segundo Michael Guillen, em seu livro *Five Equations That Changed The World: The Power and Poetry of Mathematics*, as equações "postulam verdades com uma precisão única, expressam volumes de informação em termos breves, e muitas vezes são difíceis para o não iniciado compreender". Guillen prossegue: "E, bem como a poesia convencional nos ajuda a olhar a fundo em nós mesmos, a poesia matemática nos ajuda a ver muito além de nós mesmos." Graham Farmelo, o organizador de *It Must Be Beautiful: Great Equations of Modern Science*, também compara as equações a poemas. Ele chama a atenção para o fato de ambas serem compostas por abstrações com as quais fazemos referência ao mundo, apesar de muitos dos termos não possuírem referenciais específicos, individualmente. Enquanto "a poesia é uma forma de linguagem mais concisa e carregada", diz Farmelo, as equações "são a forma mais sucinta de compreender os aspectos da realidade física que elas descrevem".

   Claro que existem muitas outras diferenças entre equações e poesias. Equações podem dar medo, pois se referem a coisas além da nossa compreensão, e muitas vezes a forças além de nosso controle – o que pode nos fazer sentir impotentes e frustrados. Em geral os poemas se referem à experiência humana intuitiva do mundo que nos cerca, invocam mais que informam, e fazem isso de uma maneira impactante para a intuição humana. As equações, por outro lado, não se referem diretamente à experiência humana, mas a quantidades especialmente definidas – por exemplo, aceleração, energia, força, massa, velocidade da luz – que são medidas no laboratório. Elas não podem ser colhidas ou desenterradas de nenhum lugar, ou pedidas por um catálogo, nem seguradas nas mãos como maçãs ou bolas. E têm uma estrutura especial que os poemas não têm – elas dizem que um grupo dessas quantidades é igual, maior ou menor, que outro.

Essas quantidades – às quais as equações se referem – não são sempre fáceis de identificar. Considere, por exemplo, a velha anedota do capitão que quer contratar um tenente, e que propõe para os três pretendentes a mesma pergunta: "Quanto é 1 + 1?"

O primeiro candidato responde: "Dois, claro."

O segundo candidato responde: "Bem, isso depende do que estamos representando. Pode ser um vetor, e nesse caso o resultado seria qualquer coisa entre 0 e +2."

O terceiro candidato responde: "Quanto você gostaria que fosse?

Obviamente o desfecho previsível é que o emprego vai para o terceiro candidato. Parte da piada – a contribuição do segundo candidato – baseia-se num equívoco entre um número e a magnitude de um vetor. Mas a construção da piada mostra que a ligação entre as equações e o mundo real nem sempre é simples. Ainda assim, a especificação de relacionamentos entre quantidades especialmente definidas nos permite transformar nossos encontros com o mundo de diversas formas – mostrando novas coisas, nos dando mais poder, e reorganizando a maneira que olhamos. Poemas não fazem isso.

8. Frank Wilczek, "Whence the force of F = ma? I: Culture shock". *Physics Today*, out 2004, p.11-2; "Whence the force of F = ma? II: rationalizations". *Physics Today*, dez 2004, p.10-1; "Whence the force of F = ma? III: cultural diversity". *Physics Today*, jul 2005, p.10-1.

1. A base da civilização: o teorema de Pitágoras *(p.15-34)*

1. John Aubrey, *Brief Lives*. In Richard Barber (org.), Reino Unido: Boydell Press, 1982, p.152.
2. Essa história parece muito incrível para ser verdadeira, a retrospectiva do momento "Eureca!", mas a maior parte dos biógrafos crê que ela esteja correta. Muitas vezes não nos damos conta na hora da importância do momento de cujo significado temos apenas uma vaga ideia naquele instante. O biógrafo mais recente de Hobbes, A.P. Martinich (*Hobbes: A Biography*, p.84-5), insiste na veracidade da história. Martinich diz: "A importância da geometria na filosofia de Hobbes não pode ser subestimada. … O que acabou impressionando Hobbes não foram tanto os axiomas, teoremas e provas da geometria em si, mas o método de conexão de uma coisa com a outra, de maneira que não pudesse haver dúvidas. Foi o método, não a substância da geometria, que o impressionou."
3. Porém, ele nunca se tornou um verdadeiro profissional, e acabou caindo nas armadilhas que os amadores mais entusiasmados caem. Estas incluem empreitadas impossíveis, como quadrar círculo, dividir um ângulo em três e

dobrar um cubo, cada um dos quais Hobbes, equivocadamente, achou ter resolvido.

4. Leo Strauss, *The Political Philosophy of Hobbes: Its Basis and Its Genesis*. Chicago, University of Chicago Press, 1959, p.29.

5. Reid McInvale, "Circumambulation and Euclid's 47th Proposition". Disponível em: http://www.io.com/~janebm/summa.html, acessado em 11 abr 2008. Ver também James Anderson, *The Constitution of the Free-Masons*: "O grande Pitágoras, autor comprovado da proposição 47 do primeiro livro de Euclides, a qual, se observada com rigor, é a fundação de toda a maçonaria sagrada, civil e militar". *Little Masonic Library*, rev. e ampl., v.1 (Richmond, Virgínia, Macoy, 1977), p.203-4.

6. O. Neugebauer e A. Sachs, "Mathematical cuneiform texts". *American Oriental Series*, v.29, New Haven, American Oriental Society, 1945, p.38; Eleanor Robson, "Neither Sherlock Holmes nor Babylon: a reassessment of Plimpton 322". *Historia Mathematica*, n.28, 2001, p.167-206.

7. A Baudhayana, por exemplo, diz que "a diagonal de um oblongo produz, sozinha, as duas áreas produzidas separadamente pelos dois lados do oblongo" (apud David Smith, *History of Mathematics*, v.I, Nova York, Dover, 1958, p.98), mas simplesmente declara o fato, sem justificativa. "Temos de nos lembrar", disse um estudioso, "que eles estavam interessados em fatos geométricos somente no aspecto prático, e que desta forma lhes foi dada a expressão mais prática" (G. Thibaut, *The Sulbasutras*, Calcutá, Papatist Mission Press, 1875, p.232.

8. Christopher Cullen, *Astronomy and Mathematics in Ancient China: The Zhou Bi Suan Jing*, Cambridge, Cambridge University Press, 1996, p.xi. Mas, como Cullen observa, "o processo é mais verbal que computacional", e "para ilustrá-lo com um diagrama euclidiano cuidadosamente anotado, quando não há nenhuma referência a isso no texto, talvez seja só uma maneira de se enganar" sobre as intenções do autor, pois "não envolve nada que mereça ser chamado de computação" (p.80). A altura do Sol, aliás, é 80.000 li, ou aproximadamente 40.000 quilômetros, ou 24.000 milhas. Um texto chinês posterior, chamado *Ziu Zhang Suan Shu* (nove capítulos na arte da matemática, de c.250 AEC), tem a regra tratada de forma mais explícita. As motivações do Ziu Zhang são em sua maioria práticas; o primeiro capítulo é sobre "medição de campos", enquanto os capítulos posteriores tratam de canais, impostos e outros assuntos. O nono e último capítulo é "Kou ku", ou "Base e altitude", sendo *kou* "perna", e significando o lado menor de um triângulo, e *ku* "coxa", o lado maior (*hsien* significa a hipotenusa, ou a linha estendida entre os dois pontos). O capítulo contém 24 problemas sobre propriedades de triângulos retângulos. Mas "prova não era sua preocupação", diz o historiador G.E.R. Lloyd. "Seu estilo de pensamento matemático tem mais a ver com a exploração de analogias e estruturas comuns (em grupos de

problemas, procedimentos, fórmulas) do que com a demonstração em si – um estilo que se aproxima daquele utilizado por outros gêneros, incluindo poesia, também notável por seus interesses em correlações, complementaridades, paralelismos. O contraste, aqui, com a oposição grega de prova e persuasão – alimentada pela busca de evitar controvérsias – dificilmente poderia ser mais claro" (G.E.R. Lloyd, *Demistifying Mentalities*, Cambridge, Cambridge University Press, 1990, p.121-2). "E este é o ponto principal", Cullen observa depois de analisar os comentários de Lloyd: "Mesmo quando um chinês antigo elabora uma prova, ela não é muito importante para ele em comparação a seu objetivo verdadeiro de explicar o uso dos métodos que está utilizando para resolver problemas específicos." Ele acrescenta (p.89): "Por que deveria ser de outra forma?"

9. A regra da hipotenusa era bem conhecida pelos autores gregos que viveram mais ou menos um século depois de Pitágoras, e nenhum deles a atribuiu a Pitágoras. Aristóteles – que é bom em dar o crédito quando este é devido – também conhecia a prova, e nada diz sobre alguma ligação com Pitágoras. A ideia da prova começou a emergir no século quinto antes de Cristo, e culminou no século quarto, com a discussão de Platão sobre a distinção entre persuasão e demonstração, com a discussão de Aristóteles sobre a natureza da prova, e finalmente com o *Elementos*, de Euclides, livro de matemática que apresenta o conhecimento inteiramente sob a forma de provas. Resta ainda uma grande diferença entre os escritos mais antigos que continham conhecimentos de regras matemáticas para obter resultados práticos, e a ideia posterior dos gregos sobre a prova formal. "Prática é uma coisa, ter o conceito explícito é outra", escreve Lloyd. "Elaborar uma prova formal de um teorema ou de uma proposição exige pelo menos que o procedimento utilizado seja exato e de validade geral, estabelecendo uma justificação dedutiva da verdade do teorema ou proposição em questão (Lloyd, op.cit., p.73-4). Segundo Lloyd, isso foi definido inicialmente, pelo que sabemos, não só na Grécia, mas em todo lugar, por Aristóteles. Apesar de alguns indivíduos localizarem a autoria do teorema de Pitágoras na Mesopotâmia, na Índia e na China, por exemplo, "nos textos-chave encontramos distinções entre procedimentos exatos e aproximados. Ambos são utilizados indiscriminadamente, e isso sugere que seus autores não estavam preocupados com a prova em si dos resultados, mas apenas com os problemas concretos da construção do altar" (p.75). É verdade que a primeira prova da fórmula da hipotenusa é tradicionalmente atribuída a Pitágoras (569-475 AEC) por autores que viveram meio milênio depois, em torno da época do nascimento de Cristo. Porém essa atribuição, como ressalta Lloyd, pode ser resultado de uma tendência dos "comentaristas gregos antigos de fazer atribuições superotimistas de ideias aos heroicos fundadores da filosofia grega" (p.80). O culpado parece ser um certo Apolodoro, do qual nada sabemos, exceto a citação de que Pitágoras sacrificou touros para comemorar a descoberta de um "famoso teorema". A menção de Apolodoro baseava-se em

muitos outros autores – incluindo Plutarco, Ateneus, Diógenes Laércio, Porfírio e Vitrúvio. Alguns autores valorizaram a história, enquanto outros expressaram ceticismo a respeito do sacrifício, em função das regras dos pitagóricos a respeito de rituais envolvendo derramamento de sangue. "O que é controverso e ao mesmo tempo de grande importância para o desenvolvimento subsequente da ciência grega", conclui Lloyd (p.87), "é o papel do *Elementos*, de Euclides, ao prover um modelo para as demonstrações sistêmicas de um corpo de conhecimento. A partir de então, a prova *more geométrico* tornou-se quase obrigatória, e não só em geometria, mas também em ótica, em parte da teoria da música, em estatística, hidrostática, em partes teóricas da astronomia, e não só no que se tornariam as ciências exatas, mas também em algumas ciências da natureza."

10. Para citar um, Otto Neugebauer, que foi o primeiro a decifrar as triplas pitagóricas da Plimpton 322, citou as antigas tábuas babilônicas como "prova suficiente de que o teorema de Pitágoras era conhecido mais de mil anos antes de Pitágoras". Otto Neugebauer, *The Exact Sciences in Antiquity*, Providence, Brown University Press, 1993, p.36.
11. Francis M. Cornford, *Before and After Socrates*, Cambridge, Cambridge University Press, 1972, p.72-3.
12. *American Mathematical Monthly* 1, n.1, jan 1894, p.1.
13. Elisha S. Loomis, *The Pythagorean Proposition: Its Proofs Analyzed and Classified*, publicado pela Associação de Mestres e Vigilantes do 22º Distrito Maçônico do Mais Venerável Grande Templo dos Maçons Livres e Aceitos de Ohio, 1927; e *Pythagorean Proposition: Its Demonstrations Analyzed and Classified*, Ann Arbor, MI, Edwards Brothers, 1940. Ele termina o primeiro livro desta forma: "PENSAMENTO FINAL: esta é uma verdade universal? A generalização do teorema de Pitágoras para se conformar e incluir os dados das outras geometrias que não as euclidianas, como foi feito por Riemann em 1854, e, mais tarde, em 1915, por Einstein, ao formular e posicionar a grande teoria da relatividade, parece mostrar que a verdade implícita no teorema está destinada a tornar-se o fator fundamental para harmonizar teorias passadas, presentes e futuras relativas às leis subjacentes de nosso Universo."
14. Por exemplo, a prova geométrica 32 da segunda edição "é creditada à srta. E.A. Coolidge, uma moça cega"; a prova geométrica 68 é "a primeira construída de forma que todas as linhas auxiliares e triângulos utilizados se originaram do ponto médio da hipotenusa do triângulo dado. Ela foi desenvolvida e provada pela srta. Ann Condit, uma moça de dezesseis anos, da Central Junior High School de South Bend, Indiana, Estados Unidos, em outubro de 1938. A moça fez o que nenhum grande matemático indiano, grego ou moderno fizera até então"; a prova geométrica 69 "é original, … desenvolvida por Joseph Zelson, estudante do segundo grau da Filadélfia, Pensilvânia, Estados Unidos, e enviada a mim por seu tio. … Ela demonstra um

apurado intelecto e uma mentalidade aguçada", e Loomis adiciona que "esta prova e a anterior são evidências de que o raciocínio dedutivo não está fora do alcance de nossos jovens"; as provas geométricas 252-55 "demonstram grande habilidade intelectual, e mostram o que meninos e meninas podem fazer quando têm permissão de pensar lógica e livremente"; e a respeito da prova algébrica 93, Loomis afirma que é de "Stanley Jashemski, de dezenove anos, de Youngstown, Ohio, Estados Unidos, 4 de junho de 1934, um jovem com um intelecto superior."

15. Loomis, edição de 1927, p.99.
16. Loomis, edição de 1940, p.269.
17. Eli Maor, *The Pythagorean Theorem: A 4000-Year History*, Princeton: Princeton University Press, 2007, p.xiv.
18. Galileu, *Galileo on the World Systems*, Berkeley, University of California Press, 1997, p.97.
19. G.W.F. Hegel, *Hegel's Philosophy of Nature*, v.I, Nova York, Humanities Press, 1970, p.228.
20. Eu agradeço a meu colega David Dilworth por esta observação.

Interlúdio: Regras, provas e a magia da matemática *(p.35-7)*

1. Oliver Byrne (org.), *The First Six Books of the Elements of Euclid*, Londres, William Pickering, 1847. Disponível em: http://www.math.ubc.ca/people/faculty/cass/Euclid/byrne.html.
2. David Socher, "A cardboard pythagorean teaching aid", *Teaching Philosophy*, n.28, 2005, p.155-61.
3. George MacDonald Fraser, *Quartered Safe Out Here: A Recollection of the War in Burma*, Londres, HarperCollins, 1992, p.150.
4. Das páginas 9-11 da Introdução do rascunho da autobiografia *Albert Einstein: Philosopher-Scientist*, Paul Arthur Schilpp (org.), Londres, Cambridge University Press, 1970.

2. A alma da mecânica clássica: a segunda lei do movimento de Newton *(p.38-55)*

1. Portanto, a experiência subjetiva que as pessoas têm delas mesmas como um centro de ação corporal foi metaforicamente projetada em não humanos como uma de suas propriedades. Isso ilustra o que a filósofa Maxine Sheets-Johnstone chama de "o corpo vivente que serve de molde semântico", um processo o qual, ela faz questão de frisar, é chave para o surgimento de muitos conceitos científicos antigos. É um caso clássico do uso do pensamento por

analogia, ou do uso do familiar para entender o não familiar. O que é notável, nesse caso, é que o familiar se baseia nas experiências tácteis-cinestéticas da vida corporal; portanto, num molde corporal. Para a conexão entre as ideias antigas de força e religião, ver Max Jammer, *Concepts of Force: A Study in the Foundations of Dynamics*, Cambridge, Harvard University Press, 1957, cap.2.

2. Quase todas as edições modernas de Aristóteles incluem a paginação de uma edição-padrão publicada em 1831; quando fazem referências, é prática – e altamente eficiente, dadas as numerosas edições e traduções – citar o nome do livro de Aristóteles seguido pelo capítulo e, algumas vezes, a linha. Esta referência é: *On the Heavens*, Livro I, cap.3, 270b 13-7.
3. Está claro, concluía, "não só para a razão, mas também é um fato", que as coisas imutáveis no céu se movem "com um movimento circular ininterrupto" (*Metaphysics*, 1.072a21).
4. O conjunto completo de regras pode ser encontrado em *Physics*, Livro VII, cap.5; *Physics*, Livro VIII, cap.10; e *On the Heavens*, Livro I, cap.7. Elas incluem: "A metade da força moverá o mesmo corpo metade da distância no mesmo tempo." "A mesma força moverá um corpo com metade do peso à mesma distância." "O dobro da resistência, metade da distância." "Quanto mais denso o meio, mais lentamente um corpo cai nele." "Quanto mais pesado o corpo, mais rápido ele cai." É tentador hoje expressar essas regras matematicamente. Comentaristas mais recentes, examinando Aristóteles com a vantagem de estar há milhares de anos, parafrasearam suas declarações sobre o movimento da seguinte forma: dado o mesmo tempo e a mesma força, a distância percorrida por um objeto é inversamente proporcional à resistência; e dada a mesma distância e força, o tempo é diretamente proporcional à resistência. Muitas vezes elas foram simplificadas ainda mais usando notação matemática, combinando distância e tempo como velocidade (V) e representando F como força e R como resistência:

$$V \propto F/R$$

(*a velocidade é proporcional à força dividida pela resistência*)

e

$$V \propto W/R$$

(*a velocidade é proporcional ao peso dividido pela resistência*)

Mas isso pode ser enganoso e não representar corretamente o que vimos. Ele sabia que havia exceções, e até áreas onde as regras não se aplicavam. Sabia, por exemplo, que a conexão entre força e velocidade não variava suavemente – que enquanto cinquenta pessoas podiam empurrar um navio à mesma distância que cem pessoas, uma única pessoa não podia nem começar a puxar. Se a força era equivalente à resistência, o movimento é claramente 0, mas a regra sugeria outra coisa. E ele acreditava que a velocidade de um objeto aumentava à medida que chegava perto de seu lugar natural, o que não se refletia em suas regras.

5. Aristóteles não tinha qualquer ideia de movimento uniforme. Ele estava menos interessado nos estágios do movimento – uniforme, acelerado, uniformemente acelerado – do que de onde o objeto em movimento tinha vindo e para onde ia. Dessa forma, ele não tinha ideia da velocidade num determinado momento em comparação com a velocidade média. Velocidade, para ele, era a velocidade total, o tempo que alguma coisa leva para completar o movimento, e observou que alguns movimentos levam mais tempo que outros. "Velocidade como termo científico, ao qual se podem associar quantidades numéricas", observa Lindberg, "foi uma contribuição da Idade Média." David C. Lindberg, *The Beginnings of Western Science: The European Scientific Tradition in Philosophical, Religious and Institutional Context, 600B.C. to A.D. 1450*, Chicago, University of Chicago Press, 1992, p.60.
6. *On the Heavens*, Livro I, cap.8.
7. Ibid., Livro III, cap.2.
8. As duas visões de Aristóteles são do quarto e do oitavo livros do *Physics*. Para uma análise mais aprofundada, ver Marshall Clagett, *The Science of Mechanics in the Middle Ages*, Madison, University of Wisconsin Press, 1959, p.505-9.
9. Ver Clagett, op.cit., p.258-61.
10. "O ímpeto é uma coisa de natureza permanente, distinta do movimento local com o qual o projétil é movido", apud Lindberg, op.cit., p.303.
11. "É desnecessário propor qualquer tipo de inteligência por trás do movimento dos corpos celestes, … pois poderíamos dizer que, quando Deus criou as esferas celestes, Ele começou a movê-las conforme Sua vontade, e elas continuam a mover-se de acordo com esse ímpeto inicial, porque, como não há resistência, o ímpeto não foi perturbado nem diminuído", apud Simon Oliver, *Philosophy, God and Motion*, Nova York, Routledge, 2005, p.152.
12. Ele provou, por exemplo, o teorema da velocidade média, no qual um corpo uniformemente acelerado (por exemplo, um carro acelerando de 0 a 80km/h em um minuto) percorre a mesma distância que um corpo que se move com a velocidade média (40km/h por minuto). De Jammer, op.cit., p.66.
13. "É necessário que pontos, linhas e superfícies, ou suas propriedades, sejam imaginados, … apesar de pontos ou linhas indivisíveis não existirem, ainda assim é necessário simulá-los." Marshall Clagett, *Nicole Oresme and the Medieval Geometry of Qualities and Motions*, Madison, University of Wisconsin Press, 1968, p.165.
14. Ver, por exemplo, I.B. Cohen, *The Triumph of Numbers: How Counting Shaped Modern Life*.

15. Para saber mais sobre o uso da força por Galileu, ver Richard Westfall, *Force in Newton's Physics: The Science of Dynamics in the Seventeenth Century*, Nova York, Elsevier, 1971, cap.1 e Apêndice A.
16. Westfall, *Force in Newton's Physics*, p.41-2.
17. Jammer, *Concepts of Force*, p.120.
18. I. Bernard Cohen, "Newton's second law and the concept of force in the *Principia*", in Robert Palter (org.), *Annus Mirabilis of Sir Isaac Newton 1666-1966*, Cambridge, MA, MIT Press, 1971, p.171.
19. Isaac Newton, *The Principia: Mathematical Principles of Natural Philosophy*, Berkeley, University of California Press, 1999, p.407.
20. Newton, *Principia*, p.409.
21. Herbert Butterfield, apud Oliver, *Philosophy, God, and Motion*, p.168.
22. Cohen, "Newton's second law", p.143. Cohen segue descrevendo a evolução das ideias de Newton que levaram ao *Principia*, afirmando que "a segunda lei pode servir como um índice particularmente fascinante dos feitos de Newton no *Principia*, porque ela nos revela como ele foi capaz de generalizar sua física a partir de dinâmicas de colisão fenomenológicas, e isso chega até o reino discutível das forças centrais, da atração gravitacional e, por conseguinte, das forças contínuas em geral" (p.160).
23. Como Newton escreve no prefácio, o propósito do livro é "descobrir as forças da natureza a partir do fenômeno do movimento, e então demonstrar outros fenômenos usando essas forças". Ele lançará mão das forças, por exemplo, para deduzir "o movimento dos planetas, dos cometas, da Lua e dos mares". *Principia*, p.382.
24. Voltaire a Pierre-Louis Moreau de Maupertuis, out 1932, in T. Besterman (org.), *Voltaire's Correspondence*, v.2, Genebra, Instituto e Museu de Voltaire, 1953, p.382.

Interlúdio : O livro da natureza *(p.56-9)*

1. Galileu, "The assayer", in *Discoveries and Opinions of Galileo*, Nova York, Doubleday, 1957, p.237-8.

3. O ponto alto da revolução científica: a lei da gravitação universal *(p.60-76)*

1. Outra ideia interessante veio do matemático Papo de Alexandria (século III), que propôs uma maneira de tratar a gravidade como se ela fosse um "puxão" aristotélico: descubra quanto é preciso puxar para mover um peso num plano,

ele disse, e então incline o plano para descobrir quanto mais é necessário puxar para mover o peso para cima. Jammer, *Concepts of Force*, p.41.

2. Lindberg, *The Beginnings of Western Science*, p.275.
3. Ver Lynn Thorndike, "The true place of astrology in the history of science", *Isis*, n.46, 1955, p.273.
4. Nicoletto Vernias, *De gravibus et levibus*, Veneza, 1504, apud Jammer, *Concepts of Force*, p.67.
5. "Eu acho que a gravidade", disse Copérnico, "nada mais é que uma certa predileção natural dada às partes da Terra pela divina providência do Arquiteto do Universo para que elas possam ter sua unidade e integridade restauradas e reunidas na forma de uma esfera. É plausível que o mesmo efeito esteja no Sol, na Lua e nos corpos errantes, para que, através da ação desse efeito, eles possam permanecer na forma esférica com que aparecem para nós." *De Revolutionibus*, Livro 1, cap.9.
6. A ideia de que os planetas viajavam em trajetórias elípticas foi uma quebra fundamental de princípios bem-estabelecidos. Confiança – na ideia heliocêntrica de Tycho e Copérnico – permitiu a Kepler apreciar o significado do excesso de dados de Brahe sobre a teoria e questionar as ideias vigentes de longa data. Confiança tornou as discrepâncias significativas, e guiou suas suspeitas para o lugar certo. Esta não foi a primeira vez que a confiança teve papel central numa grande descoberta científica, nem seria a última.
7. E.A. Burtt, *The Metaphysical Foundations of Modern Science*, Garden City, NY, Doubleday, 1954, p.64.
8. Johannes Kepler, *Mysterium Cosmographicum*, Norwalk, CT, Abaris Books, 1999, p.203.
9. Em 1666, o fisiologista italiano Alfonso Borelli (1608-1679) propôs uma explicação para o movimento das luas de Júpiter envolvendo uma interação entre diversas forças, explicação que praticamente implorava por aplicação nos movimentos dos planetas, sugerindo que as mesmas leis governavam os planetas e suas luas, o Sol e todo o sistema solar.
10. Carl B. Boyer, "Boulliau, Ismael", verbete do *Dictionary of Scientific Biography*, v.2, Nova York, Scribner's, 1970, p.348-9.
11. Robert Hooke, "Lectiones cutlerianae", in R.T. Gunther (org.), *Early Science in Oxford*, v.8, 1908, p.27-8.
12. Hooke para Newton, 24 nov 1679, in H.W. Turnbull (org.), *The Correspondence of Isaac Newton*, v.II, 1676-1687, Cambridge, Cambridge University Press, 1960, p.297.
13. Escreve o biógrafo de Newton, Westfall: "Poucos períodos tiveram maior consequência para a história da ciência ocidental que as três a seis semanas de outono e inverno de 1864-65." R.S. Westfall, *Never at Rest: A Biography of Isaac Newton*, Nova York, Cambridge University Press, 1988, p.420.
14. Feynman, *Lectures on Physics*, fita 13, n.1, lado 1.

15. I. Bernard Cohen, *Scientific American*, mar 1981.
16. "Foi Newton quem elevou a lei de Kepler para as áreas ao status que ela tem hoje", ibid.
17. Apud I. Bernard Cohen, *Birth of a New Physics*, Nova York, W.W. Norton, 1985, p.151.
18. Ibid., p.236.
19. Este foi um desenvolvimento notável, mas cujo padrão se repete na história da ciência. O trabalho inicial de Newton foi motivado pelas leis de Kepler; ele presumiu que elas eram uma descrição precisa da natureza, e levaram-no a revelações mais profundas. Porém, as revelações acabaram por demonstrar que as leis de Kepler estavam erradas, permitindo a Newton prever seus desvios. O processo ilustra como o pensamento humano se retroalimenta na ciência, se engajando num vaivém entre dois domínios – o das nossas experiências da natureza e do nosso modelo sobre ela; como a natureza se apresenta e os conceitos através dos quais nós a interpretamos, e a maneira como este processo muda nossos conceitos e como a natureza se apresenta. Filósofos chamam isso de hermenêutica, um nome rebuscado para interpretação; mas ele expressa um procedimento científico básico, um desenrolar muitas vezes oculto, porque temos tendência a fixar nossos olhos na natureza, e não no processo. Sem ele, porém, a ciência seria trivial ou impossível.
20. Como ele escreve a Bentley, "a gravidade deve ser causada por um agente que atua de acordo com certas leis; mas se este agente é material ou imaterial, deixo a consideração para meus leitores". *The Correspondence of Isaac Newton*, v.III, 1684-1688, op.cit., p.254.
21. Isso fez a historiadora Marjorie Nicolson imaginar se "Newton sentiu que sua formulação da lei da gravitação era o início de algo novo ou o clímax de algo muito antigo". Ela continua: "Aqui estava a prova definitiva de que o microcosmo espelha o macrocosmo, de que há uma repetição, um inter-relacionamento, uma interligação entre as partes e o todo, há muito presumida por cientistas, poetas e místicos, clássicos e medievais: que a lei que governa os planetas e mantém as estrelas em seu curso no macrocosmo é a mesma que controla a queda de um peso da Torre de Pisa, ou uma pena na asa de um pássaro no pequeno mundo do qual o homem ainda é o centro." Marjorie Hope Nicolson, *The Breaking of the Circle: Studies in the Effect of the "New Science" Upon Seventeenth Century Poetry*, Nova York, Columbia University Press, 1960, p.155.
22. Westminster, 1728. O poema é debatido em I. Bernard Cohen, *Science and the Founding Fathers: Science in the Political Thought of Thomas Jefferson, Benjamin Franklin, John Adams and James Madison*, 1995, p.285-7.
23. H. Saint-Simon, in K. Taylor (org.), *Henri Saint-Simon: Selected Writings*, Londres, Croom Helm, 1975, p.78-9.

Interlúdio: Aquela maçã *(p.77-9)*

1. Ver D. McKie e G.R. de Beer, “Newton’s apple”, *Notes and Records of the Royal Society of London*, n.9, 1951, p.46-54.
2. Westfall, *Never at a Rest: A Biography of Sir Isaac Newton*, Nova York, Cambridge University Press, 1988, p.155.
3. William Stukeley, in A. Hastings White (org.), *Memoirs of Sir Isaac Newton’s Life*, Londres, Taylor and Francis, 1936, p.19-20.
4. E.N. da C. Andrade, *Sir Isaac Newton, His Life and Work*, Nova York, Doubleday Anchor, 1950, p.35.
5. I. Bernard Cohen, “Newton’s Discovery of Gravity”, *Scientific American*, mar 1981, p.167.

4. O padrão de ouro para a beleza matemática: a equação de Euler *(p.80-93)*

1. Ed Leibowitz, “The accidental ecoterrorist“, *Los Angeles*, mai 2005, p.100-5, 198-201.
2. Apud Carl A. Boyer, *A History of Mathematics*, Princeton, Princeton University Press, 1985, p.482.
3. Marquês de Condorcet, “Eloge to Mr. Euler”. Disponível em: www.groups.des.st-and.ac.uk/~history/Extras/Euler_elogium.html.
4. Martin Gardner, *The Unexpected Hanging and Other Mathematical Diversions*, Chicago, Chicago Press, 1961, excelente capítulo (cap.3) sobre *e*.
5. R. Feynman, R. Leighton e M. Sands, *The Feynman Lectures on Physics*, v.I, Nova York, Addison-Wesley, 1963, tem excelentes seções (22-5 e 22-6) sobre números e expoentes imaginários.
6. Apud Boyer, *History of Mathematics*, p.493.
7. Condorcet, op.cit.
8. David M. Burton, *The History of Mathematics*, Nova York, McGraw Hill, 1985, p.503.
9. Nós podemos obter 2^x para qualquer *x* arbitrário multiplicando *x* pelo logaritmo natural ln(2), e então elevando: $2^x = e^{x\ln}(2)$.
10. Leonhard Euler, *Introduction to Analysis of the Infinite*, Livro 1, Nova York, Springer, 1988, p.112. Euler publicou inicialmente em *Miscellanea berolinensia*, n.7, 1743, p.179.
11. G.H. Hardy, P.V. Seshu Aiyar e B.M. Wilson (orgs.), *Collected Papers of Srinivasa Ramanujan*, Nova York, Chelsea Publishing Company, 1962, p.xi.
12. Essa maravilhosa maneira de representar a fórmula de Euler é apresentada em L.W.H. Hull, “Convergence on the Argand diagram”, *Mathematical Gazette* n.43,

1959, p.205-7. Muito obrigado a George W. Hart por chamar minha atenção para isso e por sugerir as fontes diferentes.

13. Herbert Turnbull, apud Felix Klein, "The great mathematicians", in James R. Neuman (org.), *The World of Mathematics*, v.I, Nova York, Simon and Schuster, 1956, p.151.

14. Ainda assim, essa não é a expressão mais geral. Os matemáticos têm debatido, por exemplo, se a definição de π é a mais econômica possível. Ou seja, dados todos os 2πs encontrados em matemática e ciências, e a vasta simplificação que resulta de tornar π radianos o comprimento de um círculo unitário, será que não há excesso de beleza e economia em fazer dessa constante fundamental a razão da circunferência pelo raio? Ou, formulando de outra maneira, será que existem exemplos de locais onde a economia e a beleza estão com π? A candidata mais óbvia é $e^{i\pi} + 1 = 0$. À primeira vista, parece que perdemos a elegância da equação ao transformá-la em $e^{i\pi/2} + 1 = 0$. Porém, os matemáticos descobriram uma "pegadinha". Suponha que usemos o símbolo ψ para designar 2π. Podemos então escrever uma fórmula mais bela e econômica, da qual a fórmula de Euler seja só um caso especial: $e^{i\psi/n} = \sqrt[n]{1}$. Essa forma é mais geral porque uma das raízes de 1 é -1. A fórmula de Euler é um caso especial dessa equação, da mesma maneira que o teorema de Pitágoras é um caso especial da lei dos cossenos.

Interlúdio: Equações como ícones *(p.94-6)*

1. Larry Wilmore, apud *The New York Times*, 15 abr 2007, seção 4, p.4.
2. Fisher, L., "Equations for everyday living", *New Scientist*, 30 jul 2005; Simon Singh, "Lies, damn lies and PR", *New Scientist*, 20 ago 2005.
3. Para um debate sobre esse ponto, ver William Steinhoff, *George Orwell and the Origins of 1984*, Ann Arbor, University of Michigan Press, 1975, cap.XII.
4. Eugene Lyons, escrevendo sobre o plano quinquenal da União Soviética, apud Steinhoff, op.cit., p.172.
5. Apud Robert A. Orsi, "2 + 2 = 5", *American Scholar*, n.76, primavera de 2007, p.34-43.

5. O equivalente científico de shakespeare: a segunda lei da termodinâmica *(p.97-112)*

1. Maxwell a lord Rayleigh, 1870. James Clerk Maxwell, *The Scientific Letters and Papers of James Clerk Maxwell*, v.11, 1862-1873, Cambridge, Cambridge University Press, 1995, p.583.

2. Wilhelm Wien, "A new relationship between the radiation from a black body and the second law of thermodynamics", *Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenchaften zu Berlin*, 1893, p.55-62, na p.62.
3. Max Planck, "On an improvement of the Wien's law of radiation", *Verhandl. Dtsch. Phys. Ges.* 2 (1900), p.202.
4. Kelvin, "Nineteenth century clouds over the dynamical theory of heat and light", *Baltimore Lectures on Molecular Dynamics and the Wave Theory of Light*, Londres, Cambridge University Press, 1904, p.486-527.

6. O evento mais significativo do século XIX: as equações de Maxwell *(p.116-34)*

1. P.M. Harman (org.), *The Scientific Letters and Papers of James Clerk Maxwell*, v.I, Cambridge, Cambridge University Press, 1990, p.254.
2. James Clerk Maxwell, *A Treatise on Electricity and Magnetism*, Nova York, Dover, 1954, p.ix.
3. William Thomson, in R.H. Kargon e P. Achinstein (orgs.), *Kelvin's Baltimore Lectures and Modern Theoretical Physics*, Cambridge, MIT Press, 1987, p.206.
4. J.C. Maxwell, "Essay for the Apostles on 'Analogies in Nature', in *The Scientific Letters and Papers of James Clerk Maxwell*, v.I, p.376-83.
5. "On Faraday's lines of force", ibid., p.155-229.
6. Ibid., p.207.
7. Numa carta de M. Faraday para J. Maxwell, 25 mar 1857, apud Maxwell, ibid., p.548.
8. "On physical lines of force", ibid., p.500.
9. Ibid., p.533.
10. Em 1868, Maxwell escreveu um pequeno artigo ("A note on the electromagnetic theory of light", ibid., p.137-43), no qual admite que, em seu trabalho anterior sobre fenômenos eletromagnéticos, a conexão com a luz "não era facilmente compreendida quando tomada por si mesma"; e reitera a conexão em seu modo mais simples, na forma de quatro teoremas – mas estes ainda não são as "equações de Maxwell".
11. Apud Dorothy M. Livingston, *The Master of Light*, Nova York, Scribner's, 1973, p.100.
12. J. Clerk Maxwell, "On a possible mode of detecting a motion of the Solar System through the luminiferous ether", *Nature*, n.21, 29 jan 1880, p.314-5.
13. Um bom registro desse encontro in B.J. Hunt, *The Maxwellians*, Ithaca, Cornell University Press, 1991, cap.7.
14. Apud E.T. Bell, *Men of Mathematics*, Nova York, Simon and Schuster, 1937, p.16.

15. Albert A. Michelson, "The relative motion of the Earth and the luminiferous ether", *American Journal of Science*, n.22, 1881, p.120.
16. Apud Livingston, *Master of Light*, p.77.
17. D.S.L. Cardwell, *The Organization of Science in England*, Londres, Heinemann, p.124n.
18. O teorema do fluxo foi de especial importância. "Em um momento no qual o trabalho na teoria de Maxwell poderia facilmente ter se perdido em elaborações puramente matemáticas, a descoberta do teorema do fluxo da energia centrou a atenção firmemente no estado físico do campo." Hunt, *The Maxwellians*, op.cit., p.109.
19. Oliver Heaviside, *Electromagnetic Theory*, v.I, Nova York, Chelsea, 1971, p.vii.
20. Oliver Heaviside, *Electrical Papers*, v.II, Nova York, Chelsea, 1970, p.525.
21. Hunt, *The Maxwellians*, p.122.
22. Estes foram tirados do Apêndice do trabalho de Hunt, *The Maxwellians*, "From Maxwell's equations to 'Maxwell's equations'", p.247.
23. Heaviside, "On the metaphysical nature of the propagation of potentials", *Electrical Papers*, op.cit., v.II, p.483-5.
24. Hunt, *The Maxwellians*, p.128.

7. Equação celebridade: $E = mc^2$ *(p.138-58)*

1. Dalai Lama, *The Universe in a Single Atom: The Convergence of Science and Spirituality*, Nova York, Morgan Road, 2005, p.59.
2. Luce Irigaray, *Parler n'est jamais neutre*, Paris, Minuit, 1987, p.110.
3. Para uma breve discussão de alguns dos "transformadores" de Maxwell, ver Alfred Bork, "Physics just before Einstein", *Science*, n.152, 1966, p.597-603.
4. G. FitzGerald, "The ether and the Earth's atmosphere", *Science*, n.13, 1889, p.390.
5. De Lorentz para Rayleigh, 18 ago 1892, apud John S. Rigden, *Einstein 1905: The Standard of Greatness*, Cambridge, MA, Harvard University Press, 2005, p.82.
6. De G. FitzGerald para H. Lorentz, 14 nov 1894, apud Abraham Pais, "*Subtle Is the Lord": The Science and Life of Albert Einstein*, Nova York, Oxford, 1982, p.124.
7. Um físico que eu conheço lembra que o tempo se dilata num referencial inerte pensando no seguinte: "Raios cósmicos chegam à Terra." Ou seja, no referencial inerte, os raios cósmicos têm um tempo de vida que normalmente seria muito curto para que viajassem grandes distâncias. Mas como, do ponto de vista da Terra, eles estão viajando próximos à velocidade da luz, o tempo para eles é dilatado o suficiente para que consigam chegar ao solo.

8. Arthur Eddington, "Gravitation and the principle of relativity", *Nature*, n.101, 1918, p.15-7 (citação p.16).
9. Pais, "*Subtle Is the Lord*", p.128.
10. Carl Seeling para Einstein, 11 mar 1952, apud Ronald W. Clark, *Einstein: The Life and Times*, Nova York, World Publishing, 1971, p.84.
11. P.A. Schilpp (org.), *Albert Einstein: Philosopher-Scientist*, Londres, Cambridge University Press, 1970, p.53.
12. Apud Clark, *Einstein*, p.84.
13. Apud Pais, "*Subtle Is the Lord*", p.139.
14. Emilio Segre, *From X-rays to Quarks*, Nova York, Dover, 1980, p.84.
15. A. Einstein, "On the electrodynamics of moving bodies", *Annalen der Physik*, n.17, 1905, p.891-921, in Albert Einstein, *The Collected Papers of Albert Einstein*, v.II. *The Swiss Years: Writings, 1900-1909*, Princeton, Princeton University Press, 1989, doc.[23], p. 140-71.
16. De Einstein para Conrad Habicht, 30 jun 1905, *Collected Papers*, v.V, p.20-1.
17. Rigden, *Einstein*, *1905*, p.112.
18. Einstein, *Collected Papers*, v.II, doc.24, p.174.
19. Abraham Pais escreve sobre a realização de Einstein: "Na física as grandes novidades eram que, primeiro, o registro das medições de intervalos de espaço e intervalos de tempo necessitavam de especificações mais detalhadas do que era previamente necessário; segundo, que as lições da física clássica só eram corretas até o limite de $v/c << 1$. Em química a novidade era que a lei de conservação da massa de Lavoisier e a regra da maior simplicidade eram apenas aproximações, mas ainda assim aproximações tão boas que não foi preciso mudar a química convencional. Dessa forma, a relatividade transformou a mecânica newtoniana e a química clássica em ciências próximas, não diminuídas, porém mais bem-definidas no processo." Pais, "*Subtle Is the Lord*", p. 163.
20. Isso é, novamente, um requisito de objetividade ou covariância que separa ainda mais as noções comuns e científicas de objetividade.
21. A. Einstein, "The principle of conservation of motion of the center of gravity and the inertia of energy", *Annalen der Physik*, n.20, 1906, p.627-33, in *Collected Works*, v.II, p.200-6.
22. A. Einstein, "On the inertia of energy required by the relativity principle", *Annalen der Physik*, n.23, 1907, p.371-84, in *Collected Works*, v.II, p.249.
23. A. Einstein, "On the relativity principle and the conclusions drawn from it", in *Collected Works*, v.II, p.286-7.
24. A. Einstein, *Einstein's 1912 Manuscript on the Special Theory of Relativity*, Nova York, Braziller, 1996, p.102-3, 109.
25. "A. Einstein, $E = mc^2$: the most urgent problem of our time", *Science Illustrated*, abr 1946), p.16-7.

26. M. Planck, apud Einstein, *Collected Works*, v.II, p.287.
27. Clark, *Einstein*, p.101.
28. Niels Bohr, *Nature*, 29 fev 1936.
29. Abraham Pais, *J. Robert Oppenheimer: A Life*, com material suplementar de Robert P. Crease, Nova York, Oxford, 2006, p.44.
30. *The New York Times*, 7 ago 1945, p.1.
31. Henry D. Smyth, *Atomic Energy for Military Purposes: The Official Report on the Development of the Atomic Bomb under the Auspices of the United States Government, 1940-1945*, Princeton, Princeton University Press, 1945.
32. "A. Einstein, $E = mc^2$", in *Science Illustrated*.

Interlúdio: ideias malucas *(p.159-62)*

1. Jeremy Bernstein, *Science Observed*, Nova York, Basic Books, 1982, p.310.
2. Bernstein certa vez notou diversas características dos charlatães. Eles insistiam que seus trabalhos tinham resolvido tudo, não têm humor, acham que todos querem roubar suas ideias, têm certeza de que a mídia ficará interessada, usam muitas letras maiúsculas. "Scientific cranks", in *Science Observed*, cap.14.

8. O ovo de ouro: a equação da relatividade geral *(p.163-83)*

1. *Times of London*, 8 nov 1919, p.1.
2. Apud Abraham Pais, "*Subtle Is the Lord*", p.124.
3. A.N. Whitehead, *Science and the Modern World*, Nova York, Macmillan, 1954, p.13.
4. Apud Pais, "*Subtle Is the Lord*", p.179.
5. Ibid., p.178.
6. A. Einstein, *The Collected Works of Albert Einstein*, v.II, Princeton, Princeton University Press, 1989, p.301-2.
7. Ibid., p.310.
8. De A. Einstein para C. Habicht, 24 dez 1907, in *Collected Works*, v.V, p.47.
9. Apud Ronald W. Clark, *Einstein: The Life and Times*, Nova York, World Publishing, 1971, p.120.
10. Emilio Segre, *From X-rays to Quarks*, Nova York, Dover, 1980, p.85.
11. Apud Pais, "*Subtle Is the Lord*", p.152.
12. A. Einstein, "On the influence of gravitation on the propagation of light", *Annalen der Physik*, n.35, 1911, p.898-908, in *Collected Works*, v.III, p.379.
13. De A. Einstein para Willem Julius, 24 ago 1911, in *Collected Works*, v.V, p.199.
14. De A. Einstein para E. Freundlich, 1º set 1911, in ibid., p. 202.

15. J. Earman e C. Glymour, "Relativity and eclipses: the British eclipse expeditions of 1919 and their predecessors", *Historical Studies in the Physical Sciences*, n.11, 1980, p.61.
16. De A. Einstein para E. Mach, 25 jun 1913, in *Collected Works*, v.V, p.340.
17. Apud Pais, "*Subtle Is the Lord"*, p.311.
18. Ibid., p.212.
19. De A. Einstein para L. Hopf, 16 ago 1912, in *Collected Works*, v.V, p.321.
20. De A. Einstein para A. Sommerfeld, 29 out 1912, in ibid., p.324.
21. *Zeitschrift für Mathematik und Physik*, n.[62], 1913, p.225-61. O comentário sobre a "largura de um fio de cabelo" é de John Norton, "How Einstein found his field equations: 1912-1915", *Historical Studies in the Physical Sciences*, v.14, n.2, 1984, p.253-316.
22. De A. Einstein para H. Lorentz, 16 ago 1913, in *Collected Works*, v.V, p.352.
23. Apud Clark, *Einstein*, p.173.
24. Ibid., p.199.
25. De A. Einstein para A. Sommerfeld, 28 nov 1915, in *Collected Works*, v.VIII, p.152.
26. Pais, "*Subtle Is the Lord"*, p.253.
27. De A. Einstein para H. Lorentz, 16 jan 1915, in *Collected Works*, v.VIII, p.179.
28. Apud Pais, "*Subtle Is the Lord"*, p.253.
29. A. Einstein, "Explanation of the perihelion motion of Mercury from the general theory of relativity", 18 nov 1915, in *Collected Works*, v.VI, p.113.
30. Ibid., p.117.
31. Trabalhando de forma independente, o matemático David Hilbert produziu uma equação semelhante.
32. Apud Clark, *Einstein*, p.200.
33. De A. Einstein para H. Lorentz, 17 jan 1916, in *Collected Works*, v.VIII, p.179.
34. No ano seguinte, em artigo intitulado "Considerações cosmológicas na teoria geral da relatividade", Einstein ajustou sua equação de campo básica. Ele havia notado que ela sugeria que o Universo estava em expansão; dessa forma, ele subtraiu do lado esquerdo ($G_{\mu\nu.}$) outro tensor $g_{\mu\nu}$, multiplicado por uma constante ., cujo valor, ele admitia, era "desconhecido no momento". O resultado mantinha a covariância geral, bem como o que ele evidentemente presumia tratar-se de um Universo finito. Isso transformou sua equação de campo

$$G_{\mu\nu} = -\kappa(T_{\mu\nu} - ½\, g_{\mu\nu} T)$$

em

$$G_{\mu\nu} - \lambda\, g_{\mu\nu} = -\kappa(T_{\mu\nu} - ½\, g_{\mu\nu} T)$$

Einstein introduziu esse fator – a agora famosa constante cosmológica – apenas como fator cosmético, para resguardar o que ele achava ser uma previsão de sua teoria de que o Universo estava em expansão. Alguns anos depois, ele começou a questionar a necessidade desse conceito, e em 1931 removeu de vez a constante λ da teoria, posteriormente chamando essa maquiagem de "maior erro" de sua vida. Setenta anos mais tarde, para explicar dados medidos de supernovas, os astrônomos a restauraram.

35. O artigo de See, "Einstein a trickster", é reproduzido in Jeffrey Crelinsten, *Einstein's Jury: The Race to Test Relativity*, Princeton, Princeton University Press, 2006, p.222.
36. O artigo clássico sobre eclipses é de J. Earman e Clark Glymour, "Relativity and eclipses: the British eclipse expeditions of 1919 and their predecessors", *Historical Studies in the Physical Sciences*, v.11, n.1, 1980, p.49-85.
37. Alistair Sponsel, "Constructing a 'Revolution in science': the campaign to promote a favorable reception for the 1919 solar eclipse experiments", *British Journal For the History of Science*, n.35, 2002, p.439-68.
38. De A. Einstein para Pauline Einstein, 27 set 1919, in *Collected Works*, v.IX, p.98.
39. *Naturwissenschaften*, n.7, 1919, p.776.
40. Apud Clark, *Einstein*, p.230.
41. "Joint Eclipse Meeting of the Royal Society and the Royal Astronomical Society", *The Observatory*, n.42, nov 1919, p.389.
42. Eddington, *Relativity* (Relatividade), VIII Palestra Annual Haldane, 26 mai 1937.
43. Albert Einstein, *Ideas and Opinions*, Nova York, Bonanza Books, 1954, p.311.

9. A equação básica da teoria quântica: a equação de schrödinger *(p.188-202)*

1. W. Nernst, apud M. Jammer, *The Conceptual Development of Quantum Mechanics*, Nova York, McGraw Hill, 1966, p.59.
2. Jammer, *The Conceptual Development*, p.170.
3. Ibid., p.178.
4. "A mim, parece que o hidrogênio", Balmer escreveu profeticamente em seu artigo, "mais que qualquer outra substância, está destinado a abrir novos caminhos para o conhecimento da estrutura da matéria e suas propriedades". Apud Jammer, *The Conceptual Development*, p.65.
5. De A. Einstein para C. Habicht, mai 1905, in *Collected Works*, v.V, p.20.
6. A. Einstein, "On the quantum theory on radiation", in *Collected Works*, v.VI, p.220-33.
7. Idem.

8. *Physical Review*, n.21, 1923, p.483-502.
9. Jammer, *The Conceptual Development*, p.171.
10. N. Bohr, H. Kramers e J. Slater, "The quantum theory of radiation", *Philosophical Magazine*, n.47, 1924, p.785.
11. Jammer, *The Conceptual Development*, p.196.
12. O percurso notável até a equação da onda tem sido extensivamente analisado por vários historiadores da ciência, incluindo Martin Klein, "Einstein and the wave-particle duality", *The Natural Philosopher*, n.3, 1964, p.3-49; L. Wessels, "Schrödinger's route to wave mechanics", *Stud. Hist. Phil. Sci.*, n.10, 1979, p.311-40; M. Jammer, *The Conceptual Development of Quantum Mechanics*, 1966, cap.5, seção 3.
13. Walter Moore, *A Life of Erwin Schrödinger*, Cambridge, Cambridge University Press, 1994, p.195-6.
14. Apud Mara Beller, *The Genesis of Interpretations of Quantum Mechanics, 1925-1927*, tese de doutorado, Universidade de Maryland, 1983, p.124.
15. Moore, *A Life*, p.195-6.
16. Apud ibid.
17. Jammer, *The Conceptual Development*, p.267.
18. E. Schrödinger, *Collected Papers on Wave Mechanics*, Providence, RI, AMS/Chelsea Publishing, 1982, p.59.
19. Ibid., p.20.
20. Ibid., p.9.
21. Jammer, *The Conceptual Development*, p.284.
22. Born, "Physical Aspects of Quantum Mechanics", *Nature*, n.119, 1926, p.354-7.
23. Apud Jammer, *The Conceptual Development*, p.285.
24. Apud Beller, *Genesis*, p.144.
25. Beller, *Genesis*, p.105.

INTERLÚDIO: A consciência dupla dos cientistas *(p.203-06)*

1. Apud Mara Beller, *The Genesis of Interpretations of Quantum Mechanics, 1925-1927*, op.cit., p.86.
2. Ibid., p.91.

10. Vivendo com a incerteza: o princípio da incerteza de Heisenberg *(p.207-30)*

1. Anne Bogart e Kristin Linklater, *Balancing Acts*, American Theatre, jan 2001.
2. David Cassidy, *Uncertainty: The Life and Science of Werner Heisenberg*, Nova York, Freeman, 1992.

3. Entrevista com Werner Heisenberg, 27 fev 1963, *Archives for the History of Quantum Physics*, [daqui em diante, *AHQP*], College Park, MD: American Institute of Physics, p.22. Isso não é o que Heisenberg teria dito naquele momento. Na época, ele estava tentando se livrar das noções clássicas de uma vez por todas.
4. W. Heisenberg, "Erinnerungen an der Zeit die Entwicklung der Quantenmechanik", in M. Fierz e V.F. Weisskopf (orgs.), *Theoretical Physics in the Twentieth Century*, Nova York, Interscience, 1960.
5. Não é possível, então, que a capacidade de percepção e imaginação humanas tenha evoluído para lidar com elementos da escala de tamanho de um corpo humano, e não de um micromundo, numa ordem de grandeza bilhões de vezes menor?
6. Mara Beller, *Quantum Dialogue: The Making of a Revolution*, Chicago, University of Chicago Press, 1999, p.22.
7. Patrick A. Heelan, *Quantum Mechanics and Objectivity*, The Hague: Nijhoff, 1965, p.23.
8. Max Born, *My Life and My Views*, Nova York, Scribner's, 1968, p.216.
9. W. Heisenberg, *Physics and Beyond: Encounters and Conversations*, Nova York, Harper and Row, 1971, p.60.
10. Ibid., p.61.
11. W. Heisenberg, "On the Quantum-Mechanical Reinterpretation of Kinematic and Mechanical Relations", *Zeitschrift für Physik* (ZFP), n.33, 1925, 879-93; B.L. van der Waerden, *Sources of Quantum Mechanics*, Amsterdam, North-Holland, 1967, p.261.
12. W. Heisenberg, *AHQP Interview*, 15 fev 1963.
13. "Über quantentheoretische Umdeutung kinematischer und mechanisher Beziehungen", ZFP, n.53, 1925, p.893.
14. Apud Beller, *Quantum Dialogue*, p.43.
15. M. Born, "Remarks at Le Banquet Nobel", in *Les Prix Nobel en 1954*, Estocolmo, Royale P.A. Norstedt & Stoner, 1955.
16. Max Born, *Physics in My Generation*, Nova York, Pergamon Press, 1969, p.100.
17. Nancy Greenspan, *The End of the Certain World: The Life and Science of Max Born*, Nova York, Basic Books, 2005, p.127.
18. Antes de ser publicada, eles tiveram um choque, na forma de um artigo de um estudante de Cambridge chamado Paul Dirac, que tinha conseguido uma cópia do artigo de Heisenberg em Cambridge, o estudara e chegara às mesmas conclusões de Born e Jordan, utilizando uma linguagem ligeiramente diferente. Entrementes, Dirac assistiu à palestra de Heisenberg, aplicou a nova notação e chegou a uma distinção entre números **q** e **p**. As variáveis não eram variáveis clássicas, ou variáveis que satisfizessem a lei da comutação (o que em breve

Dirac chamaria de números-c), mas símbolos que se referiam às variáveis da mecânica quântica (números-q).

19. Apud Abraham Pais, *Inward Bound*, Nova York, Oxford University Press, 1986, p.258.

20. Uma ironia para a qual Jammer chama a atenção (*The Conceptual Development*, p.215) é que a matemática dessa tentativa de livrar a física atômica desse desenho que parece um sistema solar era baseada nas chamadas equações seculares, derivadas de métodos utilizados por astrônomos para calcular órbitas planetárias.

21. Apud Beller, *Genesis*, p.81.

22. E. Schrödinger, "The continuous transition from micro to macro-mechanics", *Die Naturwissenschaften*, n.28, 1926, p.664-6, in Schrödinger, *Collected Papers*, p.41-4.

23. Jammer, *The Conceptual Development*, p.271.

24. Apud Beller, *Genesis*, p.85 e 89.

25. De M. Born para E. Schrödinger, 6 nov 1926, *AHQP*.

26. Schrödinger, *Collected Papers*, p.45-61.

27. Beller, *Genesis*, p.93.

28. Cassidy, *Uncertainty*, p.215.

29. Schrödinger, *Collected Papers*, p.46.

30. Ibid., p.59.

31. E. Schrödinger para W. Wien, jun 1926, apud Cassidy, *Uncertainty*, p.214.

32. Beller, *Genesis*, p.207.

33. Beller, *Quantum Dialogue*, p.410.

34. W. Heisenberg, *Physics and Beyond*, p.73.

35. Pauli colocou sua interpretação numa nota de rodapé de um de seus artigos: "Über Gasentartung und Paramagnetismus", ZFP, n.41, 1927.

36. Apud, *Genesis*, p.137.

37. De W. Pauli para W. Heisenberg, 19 out 1926, in A. Hermann, K. Meyenn e V. Weisskopf, *Wolfgang Pauli: Wissentschaftlicher Briefwechsel mit Bohr, Einstein, Heisenberg, u.a.*, Nova York, Springer, 1979, p.347.

38. W. Heisenberg para W. Pauli, 15 nov 1926, ibid., p.355.

39. De W. Heisenberg para W. Pauli, 23 nov 1926, ibid., p.359.

40. Na verdade, o artigo de Jordan expressa de forma implícita o que muitas pessoas se sentem tentadas a pensar quando deparam pela primeira vez com o princípio da incerteza – que elétrons e outras pequenas porções de matéria *realmente têm* posição e momento, mas não conseguimos medi-los por algum defeito – talvez até um defeito essencial e incorrigível – em nossos instrumentos de medição.

41. John H. Marburger III, "A historical derivation of Heisenberg's uncertainty relation is flawed", *American Journal of Physics*, n.76, 2008, p.585-7.

42. Beller, *Genesis*, p.217.
43. Apud in ibid., p.318.
44. W. Heisenberg, *AHQP Interview*, 25 fev 1963.
45. Beller, *Genesis*, p.245s.
46. N. Bohr, *Atomic Theory and the Description of Nature*, Cambridge, Cambridge University Press, 1934, p.54.
47. Apud Aage Peterson, "The philosophy of Niels Bohr", *Bulletin of the Atomic Scientists*, v.19, n.7, 1963.
48. Apud, *Genesis*, p.248.

Interlúdio: O iogue e o quantum *(p.231-34)*

1. P.W. Bridgman, "The new vision of science", *Harper's*, mar 1929, p.443-51.
2. Agradeço profundamente a John H. Marburger III por chamar minha atenção paraisso. "É uma forma lógica, clara e consistente de contextualizar a questão da complementaridade", diz Marburger. "Ela esclarece como os fenômenos quânticos são representados em 'imagens' clássicas alternativas, e se encaixam *de forma bela* no restante da física. A clareza desse esquema esvai a maior parte do misticismo que envolve a complementaridade. O que ocorreu foi como uma mudança na Gestalt, de uma luta para se enxergar a natureza microscópica de um ponto de vista clássico, para uma aceitação do espaço de Hilbert, de onde os conceitos clássicos emergiram naturalmente. Bohr facilitou a transição."

Conclusão: Trazendo o estranho para dentro de casa *(p.235-40)*

1. Peter Galison, *Image and Logic: A Material Culture of Microphysics*, Chicago, University of Chicago Press, 1997, p.801.
2. Leon Lederman, "The Pleasure of Learning", *Nature*, n.430-5, ago 2004, p.617.

Créditos das ilustrações

Trechos da coluna "Critical Point", de Robert P. Crease, na revista *Physics World*, foram usados com a permissão da editora.

p.18: Universidade de Columbia.

p.19, 22, 24, 32, 63, 87, 89, 91, 177: John McAusland.

p.36: Robert P. Crease.

p.49: AIP Galilei Galileu A9.

p.50: AIP Newton Isaac A6.

p.72: AIP Newton Isaac H5.

p.82: AIP Euler A1.

p.98, 99: Boltzmann Ludwig A4; AIP Clausius Rudolf A3; AIP Helmholt Hermann A2; AIP Carnot Sadi A1; AIP Joule James A3; AIP Maxwell James Clerk A5; AIP Rumford Benjamin H2; AIP Arquivos Visuais Emilio Segre, Coleção E. Scott Barr; AIP Kelvin William Thomson A16; AIP Planck Max A14; Wien Wilhelm A1.

p.118: AIP Maxwell James Clerk A5.

p.123: Maxwell, James Clerk. *Um tratado sobre eletricidade e magnetismo*, v.1, Oxford, 1873.

p.139: Sidney Harris.

p.148: *Physics Today*, jan 2006.

p.158: *Time*.

p.194: AIP Schrödinger, Erwin A10.

p.209: Heisenberg Werner A15.

Agradecimentos

Este livro, bem como meu livro anterior, *Os mais belos experimentos científicos*, nasceu de uma coluna que escrevi na *Physics World*. Mais uma vez, estou grato a seus editores, especialmente a Martin Durrani, por me permitir escrever uma coluna naquela revista, assim como às centenas de pessoas que responderam ao meu artigo sobre grandes equações. A coluna me possibilitou experimentar muitas das ideias deste livro, e trechos dela transparecem aqui e ali. Estou em dívida, também, com meu agente literário, John Michel, por me guiar mais uma vez na direção certa; a Margaret Maloney, por me ajudar no processo da escrita; a gerente de produção Julia Druskin; e a minha editora, Maria Guarnaschelli, pela leitura cuidadosa e o aconselhamento. Como todos os colunistas, eu dependo muito de colegas e correspondentes para obter inspiração, ideias e informação, e aqueles que forneceram sugestões, comentários e outros tipos de assistência incluem: Edward S. Casey, David Cassidy, Carlo Cercignani, Allegra de Laurentiis, John de Pillis, David Dilworth, B. Jeffrey Edwards, Elizabeth Garber, Patrick Grim, Richard Harrison, George W. Hart, Richard Howard, Don Ihde, Eric Jones, Ed Leibowitz, Gerald M. Lucas, Bob Lloyd, Peter Manchester, Eduardo Mendieta, Hal Metcalf, Lee Miller, Eli Maor, Anthony Phillips, Xi Ping, Mary Rawlinson, Robert C. Scharff, David Socher, Marshall Spector, Clifford Swartz, Dick Teresi, Beth Young. Sem a ajuda eficiente de Alissa Betz, Ann-Marie Monaghan e Nathan Leoce-Schappin, do Departamento de Filosofia, o manuscrito teria atrasado bastante. John H. Marburger III me ajudou a evitar muitos erros factuais e de interpretação nos capítulos sobre mecânica quântica e relatividade; Alfred S. Goldhaber me deu conselhos importantes para esses mesmos capítulos, e fui beneficiário dos muitos debates que tivemos enquanto ministramos um curso sobre a influência da mecânica

quântica para além da física. Minha esposa, Stephanie, não só leu o original, como aguentou a difícil – alguns diriam impossível – rotina de trabalho, desafiadora para todos ao meu redor, e ainda assim me surpreendeu várias vezes. Meu filho, Alexander, também teve de aturar meus hábitos de trabalho e o distanciamento periódico, e desenhou vários diagramas. Minha filha, India, me fez permanecer sempre na dimensão correta. Meu cão, Kendall, sempre disposto a dar uma volta comigo quando todos já estavam cansados. E, mais uma vez, eu agradeço a Charles C. Mann, o melhor escritor científico desta geração, por sua generosidade, inspiração e exemplo.

Índice remissivo

Nota: os números de páginas em itálico se referem às ilustrações.

1 + 1 = 1, 2-3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10n
1 + 1 = 1, 2
1984 (Orwell), 1, 2-3, 4-5
2 + 2 = 1, 2
2 + 2 = 1, 2, 3

Abbott, Edwin A., 1
Academia de Ciências da Rússia, 1
aceleração uniforme, 1
aceleração, 1-2, 3, 4, 5, 6, 7, 8-9, 10n
aceleradores de partículas, 1
Adams, John, 1
Adams, Marilyn McCord, 1
álgebra, 1-2, 3, 4
al-Khwarizmi, Mohammed ibn Musa, 1, 2
American Mathematical Monthly, 1-2
American Theater, 1
Ampère, André-Marie, 1, 2
Ampère, lei de, 1, 2, 3
análise, 1, 2-3, 4, 5, 6
analogias, 1, 2-3, 4-5, 6, 7, 8n
Anito, 1-2, 3
Annalen der Physik und Chemie, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8
anosognosia, 1-2
anschaulich, teorias de (visualizáveis), 1, 2, 3, 4-5, 6, 7-8, 9, 10-11, 12, 13
antiperístase, doutrina da, 1, 2
Apolodoro, 1-2n

árabes, 1, 2, 3
argumentos circulares, 1
Aristóteles, 1-2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9-10n, 11n, 12n
comentadores islâmicos sobre, 1
espaço visto como fronteira por, 1
modificações do trabalho feitas por sucessores, 1-2
seta do tempo, 1-2
Ascent of Man, The (Bronowski), 1
astrofísica, 1
astrologia, 1, 2, 3, 4, 5n
Astronomia nova (Kepler), 1
astronomia, 1, 2, 3, 4-5, 6, 7n
antiga, 1, 2; *ver também* esfera celeste
astrologia *vs.*, 1
copernicana, 1, 2-3, 4-5, 6, 7n
de Kepler, 1-2
fotografando eclipses solares totais em, 1-2, 3-4, 5-6
Mercúrio, precessão da órbita de, 1-2, 3, 4-5, 6, 7, 8
órbitas planetárias em, 1, 2-3, 4-5, 6, 7n
supernovas em, 1, 2n
trigonometria como ferramenta da, 1
Aubrey, John, 1
Avempace (Ibn Bajja), 1
Averroës (Ibn Rushd), 1, 2
Avicena (Ibn Sina), 1

babilônios, 1, 2n
Balmer, fórmula de, 1
Banville, John, 1
Barthes, Roland, 1-2
Beller, Mara, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
Berezin, F.A., 1
Bernoulli, Johann, 1
Bernoulli, Nicolaus e Daniel, 1-2
Bernstein, Jeremy, 1, 2, 3n
Besso, Michele, 1

Bhaskara, 1, 2
Bible, Protestantism and the Rise of Natural Science, The (Harrison), 1
Bíblia, 1
Jardim do Éden, história na, 1
natureza interpretada pela, 1-2
Bodanis, David, 1
Bogart, Anne, 1
Bohr, Niels, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7n
e o princípio da incerteza de Heisenberg, 1-2, 3, 4-5, 6, 7, 8, 9-10
e teoria quântica, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7-8
teoria ondatória de, 1-2, 3-4
Boltzmann, Ludwig, 1, 2-3, 4, 5, 6
bomba atômica, 1, 2
constante de, 1
equação de, 1, 2
Bondi, Hermann, 1
Borelli, Alfonso, 1n
Borlaug, Norman, 1
Born, Max, 1, 2, 3-4
e o princípio da incerteza de Heisenberg, 1-2, 3, 4-5, 6-7, 8, 9, 10-11, 12
Boulliau, Ismael, 1-2, 3
Boyle, Robert, 1
Bradwardine, Thomas, arcebispo de Cantuária, 1-2, 3
Brahe, Tycho, 1, 2n
Breve história do tempo, Uma (Hawking), 1
Brewster, David, 1
Bridgman, Percy, 1-2, 3
Bronowski, J., 1
Buda, 1
Buridan, John, 1-2
Burtt, E.A., 1

Cabanis, Pierre, 1

"calculadores" de Oxford, 1
cálculo, 1, 2, 3-4
calor, 1-2, 3, 4, 5
    como força, 1
    conservação *vs.* conversão de, 1, 2, 3, 4-5, 6, 7
    equivalente mecânico do, 1, 2, 3, 4
    teoria cinética do, 1, 2-3
    teoria do calórico, 1, 2, 3-4
    ver também termodinâmica
calórico, teoria do, 1, 2, 3-4
Calvino, Italo, 1, 2
campos eletromagnéticos, 1
Carey, Mariah, 1
Carnot, Hippolyte, 1, 2, 3
Carnot, Lazare, 1, 2, 3
Carnot, Sadi, 1, 2, 3, 4
cartas com ideias malucas, 1-2, 3n
casamento de impedância, 1
Cassidy, David, 1
Catarina I, imperatriz da Rússia, 1
Catarina a Grande, imperatriz da Rússia, 1
Cavendish, Henry, 1
Chadwick, James, 1, 2
Chandrasekhar, Subrahmanyan, 1
Chaucer, Geoffrey, 1
Chicago, Universidade de, 1
China, 1
    teorema de Pitágoras conhecido pela, 1, 2-3
Christina, grã-duquesa da Toscana, 1-2
Christofilos, Nicholas, 1
Ciência e os Pais Fundadores, A (Cohen), 1
ciência, 1, 2, 3, 4, 5
    analogias em, 1-2
    anosognosia e, 1-2
    atitude bem-humorada em, 1
    como processo afetivo, 1-2, 3-4, 5-6

críticos da, 1-2
defesa de Galileu da, 1-2
desenvolvimento historicamente contingenciado da, 1-2
experimental, 1
grandes descobertas previamente ignoradas na, 1-2
impossibilidade e, 1-2
leis científicas em, 1-2, 3
natureza dos conceitos em, 1-2
opositores, 1-2
papel da confiança na, 1n
processo de descoberta em, 1-2
sacrifício em, 1
sucesso, teoria da gravidade como paradigma de, 1-2, 3
ciências humanas, restaurando o vigor das, 1-2
cinética, 1, 2
círculo hermenêutico, 1
Cité des Sciences et de l'Industrie, 1
Classical Electrodynamics (Jackson), 1
Clausius, Rudolf, 1, 2, 3-4, 5, 6
Cockroft, John, 1-2
coeficientes de probabilidade, 1, 2
Cohen, I. Bernard, 1, 2, 3, 4, 5, 6n
Columbia, Universidade de, 1, 2-3
cometas, 1-2, 3
complementaridade, doutrina da, 1, 2n
Compton, Arthur H., 1
Compton, efeito, 1, 2, 3-4
Comte, Auguste, 1
comutativa, propriedade, 1-2, 3-4, 5n
condições de microgravidade, 1-2
congêneres, 1
conhecimento, 1, 2, 3
aquisição de, 1, 2-3, 4
matriz de, 1-2, 3
objetivo, 1
conjunto quadrático, 1

"Consequência da inércia sobre um corpo depende de seu conteúdo energético?, A" (Einstein), 1-2, 3
"Considerações cosmológicas na teoria geral da relatividade" (Einstein), 1n
construtivismo social, 1
"Conteúdo visualizável da cinemática e da mecânica quântica, O" (Heisenberg), 1-2
Contos de Cantuária, Os (Chaucer), 1
Copa do Mundo (2006), 1
Copenhague (Frayn), 1, 2, 3
Copenhague, interpretação de, 1, 2-3
Copérnico, Nicolau, 1, 2, 3, 4-5, 6, 7n
corpos em queda livre:
  experiências com, 1-2, 3, 4
  impetus adquirido por, 1-2
  lei de Galileu para, 1-2, 3
  lei dos (lei da queda dos corpos), 1, 2-3
  teorias de Aristóteles para, 1-2
correlação noética-noemática, 1
corrente de éter, 1-2, 3
  experiência de Michelson-Morley sobre, 1-2, 3-4
correspondência, princípio da, 1
Cosmicômicas (Calvino), 1, 2
cosmogonia da terra plana, 1
cosseno, função, 1, 2-3
cossenos, lei dos, 1
Cotes, Roger, 1
Cottingham, E.T., 1
Cottrell, William, 1
covariância, 1, 2, 3, 4-5, 6n, 7n
"Crítica às fundações da física" (Darwin), 1
Crommelin, A.C.D., 1-2, 3-4

Dalai Lama, 1
Darrow, Karl, 1
Darwin, Charles G., 1

Darwin, Charles, 1
Davidson, C.R., 1-2
de Broglie, Louis, 1, 2, 3
De Magnete (Gilbert), 1
"De Motu" (Newton), 1-2
De revolutionibus orbium coelestium (Copérnico), 1, 2
de Sitter, Willem, 1
Debye, Pieter, 1, 2
Desaguliers, John Teophilus, 1
Descartes, René, 1, 2, 3, 4, 5
    números imaginários nomeados por, 1, 2, 3-4
    vórtices, conceito de, 1, 2, 3
deslocamento, lei de, 1
desvio para o vermelho, 1, 2, 3
Deus, 1, 2, 3, 4, 5
    as realizações de Newton e, 1
    como legislador supremo, 1
    como motor imóvel, 1, 2, 3
    em livros da natureza e escrituras, 1-2
    esfera celeste imbuída de *impetus* por, 1, 2n
    força impressa utilizada por, 1
    gravidade como vontade implantada por, 1
    harmonias cósmicas estabelecidas por, 1, 2
    órbitas planetárias e, 1
    visão de Saint-Simon de, 1
Devlin, Keith, 1, 2
diagonais, 1, 2-3, 4-5, 6, 7
Dilworth, David, 1n
diofantinas, equações (indeterminadas), 1
Diofanto, 1
Dirac, Paul, 1, 2n
Dorato, Mauro, 1
Dostoiévski, Feodor, 1
DuBois, W.E.B., 1
Dunn, Stephen, 1
dynamis, 1

Dyson, Frank, 1, 2-3

"$E = mc^2$" (Einstein), 1-2. *Ver* teoria da relatividade especial de Einstein
eclipse solares totais, 1-2, 3-4, 5, 6-7, *8*
ecoterrorismo, 1
Eddington, Arthur, 1-2, 3, 4-5
efeito Faraday, 1-2, 3
egípcios antigos, 1, 2n
Ehrenhaft, Felix, 1
Eidgenössiche Technische Hochschule (ETH), 1, 2-3, 4-5
Einstein, Albert, 1, 2, 3, 4-5, *6*, 7, 8, 9-10, 11, 12, 13, 14
    carta a Roosevelt de, 1
    família de, 1, 2, 3
    jocosidade de, 1
    na interpretação de Copenhague, 1-2
    papel de opositor desempenhado por, 1
    prova contra o éter, 1
    teoria de partículas defendida por, 1
    teorema de Pitágoras provado por, 1-2
    teoria quântica e, 1, 2, 3, 4, 5
    vida emocional e carreira unificadas de, 1-2
Einstein: sua vida e seu Universo (Isaacson), 1
"Einstein a Go-Go" (Landscape), 1
Elementos (Euclides), 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8-9n
    a prova do teorema de Pitágoras em, 1, 2, 3-4, *5*, 6, 7-8, 9, 10, 11-12n
    na exposição de 1851 no Palácio de Cristal, 1
Elementos de álgebra (Euler), 1
eletrodinâmica, eletromagnetismo, 1, 2, 3-4, 5, 6-7, 8-9, 10-11, 12
    como fundação estrutural da Era Moderna, 1, 2
    corrente de deslocamento na, 1, 2
    efeitos da, 1-2
    éter e a, 1, 2, 3, 4
    indução na, 1, 2, 3-4
    matemática de, 1, 2-3, 4-5

modelos físicos da, 1-2, *3*, 4
telegrafia e, 1, 2
visão newtoniana da, 1
ver também equações de Maxwell
elétrons, 1, 2, 3, 4-5, 6, 7, 8, 9-10, 11-12, 13n
Elizabeth I, rainha da Inglaterra, 1
Eneida (Virgílio), 1
Energia atômica para fins militares (Smyth), 1-2
energia, 1, 2-3, 4, 5, 6-7, 8, 9-10, 11, 12, 13, 14-15, 16, 17
cinética, 1
de ligação, 1
no conceito de Einstein de massa-energia, 1-2, 3, 4-5, 6, 7, 8
Ensaiador, O (Galileu), 1, 2
entropia, 1, 2, 3, 4-5, 6, 7
ver também termodinâmica, segunda lei
equação geral da relatividade de Einstein, 1, 2, 3, 4-5, 6
conceito de Minkowski de espaço-tempo na, 1-2, 3
curvatura do espaço-tempo na, 1-2, 3-4, 5-6
covariância na, 1, 2, 3, 4-5, 6n, 7n
conjunto de termos da, 1, 2n
desvio para o vermelho e, 1, 2, 3
experiências do pensamento associadas com, 1-2
geometria do espaço-tempo na, 1-2, 3, 4
levando sentido à, 1-2
lei da gravidade de Newton *vs.*, 1, 2, 3-4
o desvio da luz das estrelas predito pela, 1-2, 3-4, 5, 6, 7-8
precessão da órbita de Mercúrio explicada pela, 1-2, 3, 4-5
princípio da equivalência na, 1-2
teorema de Pitágoras na, 1, 2, 3-4n
equações:
algébricas, 1
classificação das, 1-2n
como ferramentas da pesquisa científica permanente, 1, 2-3
como ícones culturais, 1-2
cúbicas, 1-2n
derivação do termo, 1-2

determinadas, 1
diferenciais, 1, 2-3n
elemento crucial no nascimento de, 1
em *1984*, 1-2
em artigos científicos, 1-2
em cartas de ideias malucas, 1
função valiosa das, 1-2
gênese humana das, 1-2
indeterminadas, 1
lineares, 1-2n
maravilha inspirada por, 1-2, 3-4, 5-6, 7
poemas *vs.*, 1-2n, 3n
processo criativo na formulação de, 1
produtividade inesperada das, 1
quadráticas, 1-2n
seculares, 1n
"Equações de campo da gravitação, As" (Einstein), 1
equipartição, teorema da, 1, 2
"Esboço de uma teoria da relatividade geral e uma teoria da gravitação" (Einstein e Grossman), 1-2, 3-4
Esboço elementar de fisiologia (Magendie), 1
Escritório do Almanaque Náutico, 1, 2
esfera celeste, 1, 2-3, 4-5, 6
impetus dado por Deus à, 1, 2n
movimentos circulares observados na, 1-2, 3, 4, 5, 6, 7n
reino terreno *vs.*, 1-2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
ver também astronomia
espaço de Hilbert, 1-2, 3n
espaço, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
absoluto, 1-2, 3-4, 5, 6, 7, 8
contração do, 1-2, 3-4, 5-6
de configurações, 1, 2, 3, 4
de Hilbert, 1-2, 3n
tridimensional, 1, 2, 3
espaço-tempo, 1, 2, 3, 4, 5
conceito de Minkowski sobre o, 1-2, 3

curvatura do, 1, 2, 3-4, 5-6
geometria do, 1-2, 3, 4
quadridimensional, 1, 2, 3-4
Espiã das calcinhas de renda, A (filme), 1
espirais poligonais, 1, *2*
estado eletrotônico, 1, 2, 3
estados quânticos, 1
Estratão, 1-2
Et Tu, Babe (Leyner), 1
éter, 1, 2, 3-4, 5, 6
detecção do, 1-2, 3-4
eletrodinâmica e, 1, 2, 3, 4
o movimento da Terra relativo ao, 1, 2-3, 4-5, 6
ondas eletromagnéticas viajando através do, 1-2, 3
prova contrária de Einstein, 1
Euclides, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
ver também Elementos (Euclides)
Euler, equação de, 1-2
como evidência num julgamento criminal, 1
como ícone, 1-2, 3-4
descrição da, 1, 2-3
funções ligadas pela, 1-2
Euler, Leonhard, 1, 2-3, *4*
análise organizada por, 1, 2-3, 4-5, 6, 7
cegueira de, 1, 2
epíteto de Frederico o Grande para, 1
história de, 1-2
morte de, 1
notação simbólica desenvolvida por, 1, 2-3

Fabulosa fórmula do doutor Euler, A (Nahin), 1
Faraday, Michael, 1-2, 3-4
conceito das linhas de força de, 1-2, 3-4
estado eletrônico postulado por, 1-2, 3, 4
Farmelo, Graham, 1-2n
fator de compensação, 1, 2

Fedro (Platão), 1
fenômenos aperfeiçoados, 1
Fermat, último teorema de, 1
Fermi, Enrico, 1-2
Feynman, Richard, 1, 2
 equação de Euler elogiada por, 1
 personalidade de, 1
 sobre a lei da gravidade de Newton, 1
 sobre eletrodinâmica, 1-2, 3, 4
filosofia política, 1, 2-3, 4
física atômica, 1, 2-3, 4-5, 6-7, 8
 fissão nuclear em, 1-2
 ver também física quântica
física quântica, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9-10, 11, 12-13, 14-15
 conferência de Solvay de 1911, sobre, 1-2, 3-4
 descontinuidades na, 1, 2-3, 4, 5
 extensão crescente da, 1-2
 física clássica e, 1-2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9-10, 11-12
 interpretação de Copenhague da, 1, 2-3
 introdução de Planck da, 1-2
 modelos clássicos da, 1-2
 ver também princípio da incerteza de Heisenberg; equação de Schrödinger
fissão nuclear, 1-2
FitzGerald, George, 1, 2-3, 4, 5, 6, 7, 8
Fizeau, Armand, 1
Flanagan, Hallie, 1
fluxo da energia, teorema do, 1n
fluxões, teoria das, 1
força, 1-2, 3-4, 5, 6, 7-8, 9, 10, 11-12, 13, 14-15, 16, 17-18
 calor como, 1
 concepção de Galileu de, 1
 contínua, 1, 2, 3
 derivação do termo, 1
 externa *vs.* interna, 1, 2, 3
 impressa, 1, 2-3, 4, 5

instantânea, 1, 2, 3
magnética, 1, 2-3
percussiva, 1
resistência à, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7-8n
simpatias gregas como, 1
fótons, 1, 2, 3-4
Fourier, Charles, 1
fração de empacotamento, 1
Franklin, Benjamin, 1
Franzen, Jonathan, 1
Fraser, George MacDonald, 1-2
Frayn, Michael, 1, 2, 3
Frederico o Grande, rei da Prússia, 1
Freundlich, Erwin, 1-2, 3
Frisch, Otto, 1
Fuller, Buckminster, 1
funções, 1, 2, 3-4, 5-6n
ψ, 1-2, 3, 4, 5-6, 7, 8
exponenciais, 1-2
H, 1-2
onda, 1-2, 3-4, 5, 6
seno, 1, 2-3
trigonométricas, 1-2
"Fundação da teoria da relatividade geral, A" (Einstein), 1

Galileu Galilei, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10
distinção entre massa e peso notada por, 1
efeitos da gravidade medidos por, 1
espaço visto por, 1
experiências com corpos em queda livre, 1
experiência de pensamento de, 1, 2, 3, 4
lei dos corpos em queda, 1-2, 3
"livro da natureza" imagem do, 1, 2, 3-4
Galileu, transformações de, 1-2, 3
Galison, Peter, 1
Garfield, James A., 1, 2, *3*

Gauss, Carl Friedrich, 1
geometria, 1, 2-3, 4, 5-6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13n
definição de, 1
do espaço-tempo, 1-2, 3, 4
dobrando a área do quadrado na, 1-2, *3*
na Índia antiga, 1-2
não euclidiana, 1
ver também teorema de Pitágoras
Gilbert, William, 1, 2-3, 4
Goldhaber, Alfred S., 1
Goldstein, Herbert, 1
gravidade, 1, 2-3
centro de massa comum, 1
corpos em queda e, 1
como força centrífuga, 1, 2
como implantada por Deus, 1-2
como vórtices, 1, 2, 3
massa e, 1, 2, 3, 4, 5
movimentos planetários e, 1-2, 3
teoria de Kepler sobre, 1-2
ver também equações da relatividade geral de Einstein; lei da gravitação universal de Newton
Greene, Brian, 1
gregos antigos, 1, 2, 3, 4-5, 6-7, 8n
ideia de prova originaria dos, 1, 2-5n
leis normativas dos, 1
ver também Aristóteles; Sócrates
Grossmann, Marcel, 1-2, 3
Guerra Civil americana, 1, 2
Guillen, Michael, 1n

Habicht, Conrad, 1, 2, 3, 4
Hahn, Otto, 1
Hale, George, 1
Halley, cometa de, 1
Halley, Edmond, 1-2, 3, 4, 5

Hardy, G.H., 1
Harmonias do mundo (Kepler), 1
Harrison, Peter, 1, 2
Harrison, Richard, 1, 2, 3
Harvey, William, 1
Hawking, Stephen, 1
Heaviside, equações de, 1-2
Heaviside, Oliver, 1, 2, 3-4, 5
Hegel, G.W.F., 1, 2
Heisenberg, princípio da incerteza, 1, 2, 3-4, 5, 6
como ícone popular, 1-2
compreendendo o significado da, 1-2
condições experimentais e, 1, 2-3
mecânica de ondas e, 1-2, 3-4, 5
mecânica matricial em, 1, 2-3, 4, 5, 6
$\mathbf{pq} - \mathbf{qp} = \mathbf{I}h/2\pi i$ em, 1, 2, 3-4, 5n
visibilidade no, 1-2, 3-4, 5, 6-7, 8, 9
Heisenberg, Werner, 1, 2-3, 4, 5-6, 7, 8, 9, 10, 11-12, 13, 14, 15
Helmholtz, Hermann von, 1, 2, 3, 4
interpretação (hermenêutica), 1-2n
Hertz, Heinrich, 1-2, 3, 4
hidrogênio, átomo, 1, 2, 3, 4n
Hilleman, Maurice, 1
Hisab al-jabr wa'l muquabalah (al-Khwarizmi), 1, 2
História da Grã-Bretanha (Schama), 1, 2
Hobbes, Thomas, 1-2, 3, 4-5, 6, 7n
Holton, Gerald, 1-2
Hooke, Robert, 1-2, 3-4, 5, 6, 7
Huxley, Thomas, 1
Huygens, Christiaan, 1, 2

Idade Média, 1, 2, 3, 4
Igreja Católica, livros proibidos pela, 1-2
Ihde, Don, 1
impetus, 1-2, 3, 4, 5n
impossível, ciência do, 1-2

Imus, Don, 1
Índia, 1, 2, 3
indicação formal, 1
indução, 1, 2, 3
inércia, 1, 2
    como primeira lei do movimento, 1
    terceira definição do *Principia*, 1
Introdução à análise do infinito (Euler), 1-2
Introdução à astronomia copernicana (Kepler), 1
intuição categórica, 1
intuição, 1, 2, 3, 4, 5
invariância sob translação, 1
invariância, 1-2, 3-4
ionosfera, 1
Irigaray, Luce, 1
Isaacson, Waiter, 1

Jackson, J.D., 1
Jahrbuch der Radioaktivität, 1
James, William, 1
Jammer, Max, 1, 2, 3n
Jefferson, Thomas, 1
Jordan, Pascual, 1, 2, 3, 4-5, 6-7, 8, 9n
Joule, James Prescott, 1, 2-3, 4
Júpiter, 1
    satélites de, 1, 2n

Kelvin, William Thomson, Lord, 1, 2-3, 4, 5-6, 7-8
Kepler, Johannes, 1, 2, 3, 4-5, 6
    leis do movimento formuladas por, 1, 2, 3, 4
    órbitas elípticas descobertas por, 1-2, 3, 4, 5n
Kohlrausch, Rudolph, 1-2
Konigsberg, o problema das pontes, 1
Kramers, Hendrik, 1, 2, 3, 4

latim, 1, 2, 3, 4

Lavoisier, Antoine, 1, 2, 3n
Lederman, Leon, 1
lei da gravitação universal de Newton, 1-2, 3, 4, 5, 6
    como paradigma de ciência bem-sucedida, 1-2, 3-4
    lenda da queda da maçã, 1-2, 3-4
    lei do inverso do quadrado de, 1, *2*, 3, 4, 5-6, 7, 8, 9
    precessão orbital de Mercúrio e, 1-2
    teoria geral da relatividade de Einstein *vs*., 1, 2, 3-4
    teóricos políticos influenciados por, 1-2, 3
lei dos gases ideais, 1
Leibniz, Gottfried, 1, 2, 3, 4
leis do inverso do quadrado, 1, *2*, 3, 4, 5-6, 7, 8, 9, 10, 11-12
leis normativas, 1-2
Leonardo da Vinci, 1, 2, 3
Leviatã (Hobbes), 1
Levi-Cività, Tullio, 1
Leyner, Mark, 1
Liceu, 1
Lindberg, David C., 1, 2n
língua grega, 1, 2, 3, 4, 5, 6
Linklater, Kristin, 1
livro da natureza, a imagem de Galileu do, 1, 2, 3-4
Lloyd, G.E.R., 1-2n
Lodge, Oliver, 1, 2
logaritmos, 1, 2, 3-4
    naturais, 1, 2, 3-4
Loomis, Elisha S., 1, 2, 3, 4n, 5n
Lorentz, Hendrik, 1, 2, 3-4, 5, 6, 7, 8, 9
Lorentz, transformações de, 1-2
Loschmidt, Josef, 1
luz, 1, 2-3, 4, 5
    como onda eletromagnética, 1-2
    constância da, 1-2, 3-4
    efeito do magnetismo na, 1, 2-3
    efeitos gravitacionais na, 1, 2-3, 4, 5, 6-7
    fótons da, 1, 2, 3-4

granularidade da, 1, 2
intensidade da, 1-2
luz, velocidade da, 1, 2
na teoria especial da relatividade de Einstein, 1, 2, 3-4, 5, 6-7, 8
no éter, 1-2, 3-4, 5-6, 7
radiação de corpo negro e, 1-2
teoria de ondas da, 1-2
teoria de partículas da, 1-2
trabalho de Newton sobre, 1
valor newtoniano da, 1, 2

maçã, lenda da queda da, 1-2, 3-4
Mach, Ernst, 1
maçons, 1-2, 3
Madison, James, 1-2
Magendie, François, 1
Mágico de Oz, O (filme), 1
magnetismo, 1, 2, 3-4
trabalho de Gilbert sobre, 1, 2-3
ver também eletrodinâmica, eletromagnetismo
mail qasri (inclinação violenta), 1
Maor, Eli, 1
máquinas movidas a água, 1, 2
Marburger III, John H., 1, 2, 3n
marés, movimento das, 1-2
Marx, Karl, 1
massa, 1, 2, 3, 4, 5-6, 7-8, 9
Galileu e, 1
gravidade e, 1, 2, 3, 4, 5
impetus e, 1-2
inercial, 1-2, 3, 4-5, 6
no conceito de Einstein de massa-energia, 1-2, 3, 4-5, 6, 7, 8
matemática:
análise, 1, 2-3, 4, 5, 6
árabe, 1
astrologia e, 1

como causa final de Kepler, 1
da eletrodinâmica, 1, 2-3, 4-5
desenvolvimento historicamente contingenciado da, 1-2
em *O ensaiador*, de Galileu, 1, 2
magia da, 1-2
notação simbólica da, 1, 2, 3-4, 5, 6-7, 8n, 9-10n, 11n
propriedade comutativa na, 1-2, 3-4, 5n
sinal de "=" na, 1
tensores em, 1, 2
Maxwell, equações de, 1, 2-3, 4, 5, 6
analogias nas, 1, 2-3, 4-5, 6
confirmação das, 1-2
em *Tratado de eletricidade e magnetismo*, 1-2, 3
potencial de vetor magnético $\vec{A}$ em, 1, 2, 3, 4, 5
potencial eletrostático ψ em, 1, 2, 3, 4
reformulação de Heaviside das, 1, 2-3, 4
teoria eletromagnética integrada por, 1
teoria especial da relatividade de Einstein e, 1-2, 3-4, 5, 6
ver também eletrodinâmica, eletromagnetismo
Maxwell, James Clerk, 1, 2, 3, 4, 5-6, 7, 8, 9-10, *11*, 12, 13, 14
abordagem estatística de, 1-2, 3
Enciclopédia britânica editada por, 1, 2
experiências do pensamento, "demônio" de, 1-2, 3
método de detecção do éter proposto por, 1-2
modelos mecânicos feitos por, 1, 2-3, *4*, 5
Mayer, Robert, 1, 2
McEwan, Ian, 1-2
mecânica matricial, 1, 2, 3-4, 5
no princípio da incerteza de Heisenberg, 1, 2-3, 4, 5, 6
mecânica newtoniana, 1, 2, 3, 4, 5, 6
física quântica e, 1-2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9-10, 11-12
partículas em, 1, 2
teoria especial da relatividade de Einstein e, 1-2, 3-4, 5, 6-7
mecanismo do Universo, 1, 2
Meitner, Lise, 1
Memórias do subsolo (Dostoiévski), 1

Mênon (Platão), 1-2, 3, 4
Mênon, paradoxo de, 1-2
Mercúrio, precessão orbital de, 1-2, 3, 4-5, 6, 7, 8
métodos estatísticos, 1-2, 3, 4
Michelangelo, 1, 2
Michelson, Albert, 1, 2, 3-4, 5-6
Minkowski, Hermann, 1, 2-3, 4
mitos da Criação, 1
modelos mecânicos, 1, 2-3, *4*, 5
Morelli, Giovanni, 1
Morley, Edward, 1, 2, 3-4
motores a vapor, 1
movimento, 1, 2-3, 4
  absoluto *vs*. relativo, 1-2
  celestial *ver* esfera celeste
  corpos em repouso *vs*., 1
  da luz, 1
  da Terra, 1
  da Terra em respeito ao éter, 1, 2-3
  de maré, 1-2
  de projéteis, 1, 2-3, 4n
  forçado e violento, 1, 2, 3, 4
  leis de Kepler do, 1, 2, 3, 4
  local, 1, 2, 3n
  mudanças na natureza como, 1-2, 3
  natural, 1, 2-3, 4, 5, 6
  teorias de Aristóteles para, 1-2, 3-4
  ver também corpos em queda; força; segunda lei de Newton do movimento
mudança de aceleração, 1

Nahin, Paul J., 1
navegação, 1
Nernst, Walther, 1
Neugebauer, Otto, 1n
nêutrons, 1, 2

New York Times, 1, 2, 3
Newton, Isaac, 1, 2-3, 4, 5-6, *7*, 8-9, 10-11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18
diferença entre massa e peso notada por, 1
Deus visto como supremo legislador por, 1
em Cambridge, 1, 2-3, 4
experiências com luz de, 1
mundo-palco abstrato criado por, 1-2, 3
personalidade de, 1, 2, 3
relacionamento de Hooke com, 1, 2-3, 4, 5, 6
teoria das fluxões de, 1
Universo mecânico de, 1
visita de Halley a, 1, 2, 3
newtoniano, valor, 1, 2
Nicolson, Marjorie Hope, 1n
Nietzsche, Friedrich, 1
"Note on the electromagnetic theory of light, A" (Maxwell), 1-2n
"Nova relação entre radiação de um corpo negro e a segunda lei da termodinâmica, Uma" (Wien), 1
números:
complexos, 1, 2
decimais, 1, 2
imaginários, 1, 2, 3-4, 5
irracionais, 1, 2, 3-4
negativos, 1
primos, infinidade dos, 1
racionais, 1, 2-3
"Nuvens do século XIX sobre a teoria dinâmica do calor e da luz" (Kelvin), 1-2, 3, 4, 5

objetividade, 1, 2, 3, 4, 5n
Observatório Lick, 1
Ode a Newton (Halley), 1
onda:
equação da, 1, 2-3, 4-5, 6-7, 8, 9-10
funções da, 1-2, 3-4, 5, 6

mecânica da, 1, 2-3, 4-5, 6, 7
senoidal, 1
teoria da, 1-2, 3
ver também ondas eletromagnéticas
ondas eletromagnéticas, 1, 2, 3-4
descoberta das, 1-2
luz como, 1-2
viajando através do éter, 1-2, 3
Oppenheimer, J. Robert, 1-2
Oresme, Nicholas, 1
Ørsted, Hans Christian, 1
Orwell, George, 1, 2-3, 4-5
ótica, 1, 2

Pais, Abraham, 1, 2, 3, 4n
Palácio de Cristal (1851), exposição do, 1
palestra sobre "Nuvens do século XIX", 1-2, 3, 4
Papo de Alexandria, 1, 2n
Pascal, Blaise, 1, 2
Pauli, Wolfgang, 1, 2, 3n
princípio da incerteza de Heisenberg e, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7-8, 9, 10
Pauling, Linus, 1
Pedro O Grande, czar da Rússia, 1
Peoples's History of the United States, A (Zinn), 1-2
Pérsia, 1, 2
peso, 1-2, 3, 4, 5, 6
Pesquisas experimentais em eletricidade (Faraday), 1
"Pesquisas posteriores sobre o equilíbrio térmico das moléculas dos gases" (Boltzmann), 1
Philoponus, John, 1-2, 3
Pitágoras, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8-9n
Planck, constante de, 1
Planck, Max, 1, 2, 3, 4, 5, 6
fórmula $E = h\nu$ de, 1, 2
radiação de corpo negro estudada por, 1-2, 3

segunda lei da termodinâmica simbolicamente formulada por, 1
teoria quântica e, 1-2
planetário, 1
Planolândia: um romance de muitas dimensões (Abbott), 1
Platão, 1, 2-3, 4, 5, 6n
Podolsky, Boris, 1
poemas, 1-2n, 3n
Poincaré, Henri, 1, 2, 3, 4
Possidônio, 1
"Postulados de impotência" (Whittaker), 1, 2
potencial eletrostático (escalar) ψ, 1, 2, 3, 4
potencial vetor magnético, 1, 2, 3, 4, 5
Prêmio Nobel, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
Primeira Guerra Mundial, 1, 2, 3
Principia (Newton), 1, 2
conteúdo do, 1-2, 3n
lei da gravidade no, 1-2, 3, 4-5
Principia mathematica (Whitehead e Russell), 1
princípio da incerteza *ver* Heisenberg, princípio da incerteza
Princípios gerais do equilíbrio e do movimento (Carnot), 1
Princípios matemáticos da filosofia natural (Newton), 1
probabilidades, 1-2, 3, 4
projeto inteligente, 1
Projeto Manhattan, 1-2
Proposição pitagórica, A (Loomis), 1, 2n
prótons, 1-2, 3
provas do teorema de Pitágoras, 1, 2-3, 4-5, 6, 7
acessibilidade das, 1, 2
como demonstração de raciocínio emblemática, 1
em exibição no museu de ciência de Paris, 1
fascinação das, 1, 2-3
nos *Elementos* de Euclides, 1, 2, 3-4, *5*, 6, 7-8, 9, 10, 11-12n
novas, 1-2, *3*, 4-5
Schopenhauer sobre, 1
provas, 1-2, 3-4, 5, 6, 7-8, 9
algébricas, 1, 2

apresentações visuais de, 1-2, *3*
certeza *vs.*, 1
dinâmicas, 1
geométrica, 1
quaterniônicas, 1
ver também teorema de Pitágoras, provas do

quadrado, dobro da área do, 1-2, *3*
quadros de referência, 1-2, 3-4, 5
quadros em repouso, 1, 2, 3, 4-5n
quanta, 1
"Quantização como um problema de valores próprios" (Schrödinger), 1-2, 3
Quartered Safe Out Here: A Recollection of the War in Burma (Fraser), 1
"Que é uma lei da natureza?, O" (Schrödinger), 1

radiação, 1, 2, 3, 4
de corpo negro, 1-2, 3
rádio, 1, 2
Ramanujan, Srinivasa, 1-2, 3
Rayleigh, lorde, 1, 2
referência inercial, 1, 2, 3-4
referencial imanente, 1
Reflexões sobre a causa motora do calor (Carnot), 1
Reforma Protestante, 1
refratômetro de interferência, 1
regras, 1-2
definição de, 1
do teorema de Pitágoras, 1-2, 3-4, 5, 6, 7
Regras para a direção do espírito, *As* (Descartes), 1
religião, 1-2
primitiva, 1, 2n
Renascimento, 1, 2
repouso absoluto, 1
Rhind, papiro de, 1n

Ricci-Curbastro, Gregorio, 1
Riemann, Bernhard, 1
Rigden, John, 1
Roosevelt, Franklin Delano, 1
Rosen, Nathan, 1
Rosencrantz e Guildenstern estão mortos (Soppard), 1
Rosenthal-Schneider, Ilse, 1
Royal Astronomical Society, 1, 2, 3-4
Royal Society de Londres, 1, 2, 3, 4, 5, 6-7, 8-9
Rumford, Conde, 1, 2-3
Russell, Bertrand, 1
Rutherford, Ernest, 1, 2, 3

Sábado (McEwan), 1-2
Saint-Simon, Henri de, 1
salto quântico, 1
Santorio, Santorio, 1
Schama, Simon, 1, 2
Schopenhauer, Arthur, 1, 2
Schrödinger, equação de, 1-2, 3-4
    como equação da onda, 1, 2-3, 4-5, 6-7, 8-9, 10
    como teoria visualizável, 1, 2, 3, 4-5, 6-7, 8, 9
    espaço de configuração na, 1, 2, 3, 4-5
    função ψ na, 1-2, 3, 4, 5-6, 7, 8
    interpretações de, 1-2, 3-4
    probabilidades na, 1-2, 3
Schrödinger, Erwin, 1, 2-3, *4*, 5, 6-7, 8-9, 10-11
    o gato de, 1
See, Thomas J.J., 1
Segunda Guerra Mundial, 1, 2
    bomba atômica na, 1-2, 3
segunda lei do movimento de Newton, 1, 2-3, 4, 5, 6, 7, 8
    aceleração na, 1, 2, 3, 4-5, 6, 7, 8n
    formulação da, 1, 2-3
    invariância da, 1-2, 3-4
    massa na, 1, 2, 3, 4, 5-6, 7-8

ver também força; movimento
séries infinitas, 1-2, 3-4, 5, 6-7, *8*
Sheets-Johnstone, Maxine, 1n
Shubin, M.A., 1
Siegert, Arnold, 1
simpatias, 1
"Sistema do mundo newtoniano, o melhor modelo de governo, O" (Desaguliers), 1
Slater, John, 1, 2
Smyth, Henry D., 1-2
Snow, C.P., 1, 2
"Sobre a eletrodinâmica dos corpos em movimento" (Einstein), 1-2
"Sobre a influência da gravidade na propagação da luz" (Einstein), 1-2
"Sobre a reinterpretação mecânico-quântica das relações cinemáticas e mecânicas" (Heisenberg), 1, 2-3, 4
"Sobre as linhas de força de Faraday" (Maxwell), 1-2
"Sobre as linhas físicas de força" (Maxwell), 1-2
"Sobre as ondas eletromagnéticas no ar e suas reflexões" (Hertz), 1
"Sobre mecânica quântica" (Born e Jordan), 1
"Sobre mecânica quântica II" (Born, Heisenberg e Jordan), 1-2
Sobre o movimento (Estratão), 1
Sobre os sistemas do mundo (Galileu), 1
"Sobre processos irreversíveis de radiação" (Planck), 1-2
Socher, David, 1
socialismo, 1
Sociedade Americana de Física, 1
Sociedade Britânica para o Progresso da Ciência, 1
Sócrates, 1, 2-3, *4*, 5
Software do Universo, O (Dorato), 1
Solvay, Ernest, 1, 2
som, velocidade do, 1, 2
Sommerfeld, Arnold, 1
Stefan-Boltzmann, lei de, 1, 2
Steiner, George, 1
Stephenson, Neal, 1

Stoppard, Tom, 1
Strassman, Fritz, 1
Stukeley, William, 1
Sulbasutras, 1, 2, 3, 4-5n
supernovas, 1, 2n
Sutil é o Senhor (Pais), 1

tábua cuneiforme Plimpton 1, 2, 3, 4n
tábuas cuneiformes babilônicas, 1, 2, 3, 4n
Taylor, Charles, 1
Taylor, séries de, 1
Tecido do cosmo, O (Greene), 1
telegrafia, 1, 2
télos, 1
tempo, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8
  absoluto, 1-2, 3, 4, 5, 6
  contração do, 1-2, 3-4, 5-6
  seta do, 1-2
tensores, 1, 2
teorema da velocidade média, 1n
teorema de Pitágoras, 1, 2-3, 4-5, 6, 7, 8
  aplicações práticas do, 1, 2-3, 4-5
  como símbolo maçônico, 1-2
  descoberta antiga do, 1, 2-3, 4-5, 6-7n
  descobertas independentes do, 1
  na teoria da relatividade especial, 1, 2-3, *4*
  na teoria da relatividade geral, 1, 2, 3-4n
  no *Mênon* de Platão, 1-2
  no trabalho de Euler, 1
  o encontro inicial de Hobbes com, 1-2, 3-4, 5, 6n
  redescoberta do, 1
  regra de, 1-2, 3-4, 5-6, 7
  Teorema de Pitágoras, O: uma história de quatro mil anos (Maor), 1
teorema, derivação do termo, 1
teoria:

cinética dos gases, 1, 2-3
conclusiva, 1
teoria de partículas, 1-2, 3-4, 5, 6
teoria da relatividade especial de Einstein (*E* = *mc*²), 1, 2, 3, 4-5, *6*, 7, 8, 9, 10, 11, 12
como congênere, 1
como ícone da cultura popular, 1, 2-3, 4-5, 6
conceito de energia-massa na, 1-2, 3, 4-5, 6, 7, 8
confirmações da, 1-2
contração no tempo e no espaço da, 1, 2-3, 4-5
e mecânicas newtoniana *vs.* maxwelliana, 1-2, 3-4, 5, 6
experiências do pensamento associadas com, 1, 2
na capa da revista *Time*, 1, 2, *3*
na física atômica, 1-2, 3-4
teorema de Pitágoras na, 1, 2-3, *4*
velocidade da luz na, 1, 2, 3-4, 5, 6-7, 8, 9-5n
viagens mais rápidas que a luz proibidas pela, 1, 2
"Teoria dinâmica do campo eletromagnético, Uma" (Maxwell), 1
Teoria do calor (Maxwell), 1
terceira lei do movimento de Newton, 1, 2, 3, 4
"Terceiro paraíso de Einstein, O" (Holton), 1-2
termodinâmica, 1, 2-3, 4
experiências do pensamento, "demônio" de Maxwell, 1-2, 3
função *H* e, 1-2
interpretações estatísticas na, 1-2, 3
nomeando a, 1
radiação de corpo negro na, 1-2, 3
reversibilidade *vs.* irreversibilidade em, 1-2, 3-4
teorema da equipartição na, 1, 2
ver também calor
termodinâmica, primeira lei da, 1, 2, 3, 4, 5, 6
termodinâmica, segunda lei da, 1-2, 3, 4, 5, 6
cientistas envolvidos no desenvolvimento da, 1, 2
descrição da, 1
formulações da, 1, 2, 3
qualidades shakespearianas da, 1, 2

seta do tempo na, 1-2
teste da Lua, 1, 2
Thabit Ibn Qurra, 1
Thomson, Joseph J., 1, 2, 3-4
Thomson, William *ver* Kelvin, William Thomson, Lord
Time, revista, 1, 2
$E = mc^2$ na capa da, 1, 2, *3*
Times (Londres), 1
Tomás de Aquino, são, 1
topologia, 1
transformações, 1-2, 3, 4
Tratado de filosofia natural (Kelvin e Tait), 1
Tratado sobre eletricidade e magnetismo, Um (Maxwell), 1-2, 3
triângulos retângulos, 1-2, 3
função seno dos, 1, 2-3
isósceles, 1-2
ver também teorema de Pitágoras
triângulos, 1
lei dos cossenos do, 1
ver também triângulos retângulos
trigonometria, 1, 2, 3
triplas pitagóricas, 1, *2*, 3, 4n
Tucídides, 1
Twain, Mark, 1
Two Cultures, The (Snow), 1

Uhlenbeck, George, 1
União Soviética, 1
Universidade de Cambridge, 1-2
Cavendish, Laboratório, 1
Newton na, 1, 2-3, 4
Sociedade Filosófica da, 1
Universo elegante, O (Greene), 1
Universo:
expansão do, 1n
mecanismo de relógio, 1

motor imóvel, 1, 2, 3
urânio, 1-2
Urano, 1

vácuo, movimento no, 1
variáveis canônicas conjugáveis, 1, 2-3
velocidade, 1, 2, 3, 4, 5, 6-7, 8, 9n
instantânea, 1, 2, 3n
média, 1, 2, 3n
total, 1, 2n
uniforme, 1, 2, 3, 4, 5n
ver também luz, velocidade da
Vernias, Nicoletto, 1
vetores, 1, 2, 3
Vida no Mississippi (Twain), 1
Volta, Alessandro, 1
Voltaire, 1, 2
vórtices, 1, 2, 3
Vulcano (suposto planeta), 1

Wallace, Alfred R., 1
Wallace, David Foster, 1
Walton, Ernest, 1-2
Weber, Wilhelm, 1-2
Westfall, Richard, 1, 2, 3n
Wheeler, John, 1, 2
Whitehead, Alfred North, 1, 2
Whittaker, Edmund, 1-2
Wien, Wilhelm, 1, 2-3, 4, 5, 6
lei de, 1, 2, 3, 4
Wilczek, Frank, 1, 2, 3
Winner, Langdon, 1
Wren, Christopher, 1

Zhou Bi Suan Jing, 1, 2, 3-4, 5n
Zinn, Howard, 1-2

Título original:
The Great Equations
(Breakthroughs in Science from Pythagoras to Heisenberg)

Tradução autorizada da primeira edição americana, publicada em 2008 por W.W. Norton & Company, Inc., de Nova York, Estados Unidos, em acordo com o autor, representado por Baror International, Inc., de Nova York, Estados Unidos

Jorge Zahar Editor Ltda.
rua Marquês de São Vicente 99 1º andar
22451-041 Rio de Janeiro, RJ
tel (21) 2529-4750 | fax (21) 2529-4787
editora@zahar.com.br | www.zahar.com.br

Grafia atualizada respeitando o novo Acordo Ortográfico da Língua Portuguesa

Preparação: Angela Ramalho Vianna | Revisão: Sandra Mager, Eduardo Monteiro

Capa: Sérgio Campante

Edição digital: julho 2011

ISBN: 978-85-378-0768-2

Arquivo ePub produzido pela **Simplíssimo Livros**