

PAUL STRATHERN

# PITÁGORAS E SEU TEOREMA

.....

*em 90 minutos*



JORGE ZAHAR EDITOR

# DADOS DE COPYRIGHT

## Sobre a obra:

A presente obra é disponibilizada pela equipe [X Livros](#) e seus diversos parceiros, com o objetivo de disponibilizar conteúdo para uso parcial em pesquisas e estudos acadêmicos, bem como o simples teste da qualidade da obra, com o fim exclusivo de compra futura.

É expressamente proibida e totalmente repudiável a venda, aluguel, ou quaisquer uso comercial do presente conteúdo

## Sobre nós:

O [X Livros](#) e seus parceiros disponibilizam conteúdo de domínio público e propriedade intelectual de forma totalmente gratuita, por acreditar que o conhecimento e a educação devem ser acessíveis e livres a toda e qualquer pessoa. Você pode encontrar mais obras em nosso site: [xlivros.com](http://xlivros.com) ou em qualquer um dos sites parceiros apresentados neste link.

***Quando o mundo estiver unido na busca do conhecimento, e não lutando por dinheiro e poder, então nossa sociedade enfim evoluirá a um novo nível.***

PITÁGORAS  
E SEU TEOREMA  
em 90 minutos

Paul Strathern

*Tradução:*  
Marcus Penchel

*Consultoria:*  
Carla Fonseca-Barbatti  
*Mestranda em física, CBPF/CNPq*



# SUMÁRIO

.....

Sobre o autor

Introdução

Vida e obra

Posfácio

Algumas questões pitagóricas

Cronologias

Leitura sugerida

## SOBRE O AUTOR

. . . . .

PAUL STRATHERN foi professor universitário de filosofia e matemática na Kingston University e é autor das séries “Cientistas em 90 minutos” e “Filósofos em 90 minutos”, esta traduzida em mais de oito países. Escreveu cinco romances (entre eles *A Season in Abyssinia*, ganhador do Prêmio Somerset Maugham), além de biografias e livros de história e de viagens. Foi também jornalista *free-lance*, colaborando para o *Observer*, o *Daily Telegraph* e o *Irish Times*. Tem uma filha e mora em Londres.

## INTRODUÇÃO

. . . . .

Pitágoras não era louco — parecia apenas.

Possivelmente foi o primeiro gênio da cultura ocidental e quem lhe deu o tom. Foi com ele que se criou a combinação do grande intelecto num grande lunático, que se tornaria característica recorrente da subespécie.

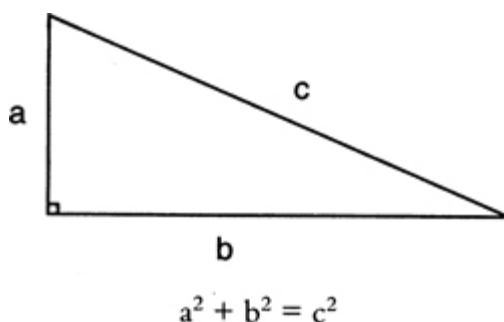
Pitágoras foi também, provavelmente, o primeiro matemático, o primeiro filósofo e o primeiro a praticar a metempsicose. E isso não por ter sido a primeira pessoa a usar números, a primeira a buscar uma explicação racional para o mundo ou a primeira a acreditar que numa vida anterior sua alma havia habitado uma planta, um faraó ou algo do gênero. Foi ele quem inventou ou usou pela primeira vez as palavras matemático, filósofo e metempsicose nos sentidos hoje aceitos e logo as aplicou a si mesmo. Também inventou a palavra cosmo, que aplicava ao mundo. (Em grego, *kosmo* significa “ordem” e Pitágoras usou o termo para designar o mundo por causa de sua “perfeita harmonia e ordenação”.)

Pouco se sabe concretamente sobre o próprio Pitágoras, e qualquer coisa a ele atribuída pode muito bem ter sido obra de seus seguidores. Até o famoso teorema que leva o seu nome pode ser obra apócrifa. E nisso também Pitágoras inaugurou uma tradição sobre o gênio que vigora até hoje, quando descobertas marcantes atribuídas a gênios são muitas vezes meramente obra dos laboratórios onde atuam ou obras-primas da pintura podem ser produzidas inteiramente por assistentes do artista.

Bertrand Russell definiu Pitágoras como “intelectualmente um dos homens mais importantes que já viveram, tanto quando era sábio

como quando era tolo". O princípio fundamental de Pitágoras era: "Tudo é número." O que parece confirmar o dúbio julgamento de Russell. É bastante óbvio que o mundo consiste em algo mais além de números, embora dois milênios e meio mais tarde Einstein viesse a basear o seu trabalho num *insight* extraordinariamente semelhante.

Por outro lado, muitos exemplos de pura sabedoria foram atribuídos a Pitágoras, o mais memorável dos quais, naturalmente, é o seu teorema. De forma sucinta, ele diz que num triângulo retângulo com lados de extensões  $a$ ,  $b$  &  $c$ , em que  $c$  é o lado que se opõe ao ângulo reto, a soma dos quadrados de  $a$  &  $b$  é igual ao quadrado de  $c$ :



Porém, o mais importante exemplo do gênio de Pitágoras pode muito bem ter sido o fato de que ele comprovou o teorema que leva o seu nome. Isso introduziu o conceito de prova em matemática e, com ele, o raciocínio dedutivo. O resultado foi que a matemática, que consistia em uma série de procedimentos empíricos, transformou-se numa elaborada estrutura lógica de grande poder e beleza. (A lógica foi usada na matemática quase dois séculos antes de sua "invenção" por Aristóteles.)

O melhor exemplo da tolice de Pitágoras foi, sem dúvida, a religião que fundou. Continha uma longa lista de mandamentos birutas que seus discípulos deviam seguir. Não lhes era permitido pegar nada que caísse ou passar por cima de uma vara, nem colher flores ou pôr as mãos em um frango branco. Também era absolutamente proibido comer feijão, o que Pitágoras explicava dizendo que o grão

de feijão, colocado em uma sepultura recente e coberto com esterco por quarenta dias, adquire forma humana.

É difícil entender como uma mente capaz de tão consumada genialidade matemática podia também acreditar numa bobagem tão consumada. Mas Pitágoras conseguia — o que talvez só faça aumentar nossa admiração pela sua capacidade mental.



## VIDA E OBRA

. . . . .

Pitágoras nasceu por volta de 565 a.C. na ilha grega de Samos, leste do mar Egeu. O pai seria um rico gravador e mercador local chamado Mnesarcos, mas outras fontes insistem que era filho de Apolo, o antigo deus grego da música, poesia e dança. Nas palavras de Bertrand Russell: “Deixo ao leitor a escolha entre essas alternativas.”

No século anterior ao nascimento de Pitágoras, Samos tornara-se a ilha mais rica do Egeu. A origem dessa riqueza teria sido uma lendária viagem para além das Colunas de Hércules (isto é, além do estreito de Gibraltar, pelo Oceano Atlântico). Os navios de Samos retornaram carregados de “riquezas que se tornaram proverbiais”. Como resultado dessa riqueza adquirida de forma miraculosa, a ilha conseguiu se estabelecer como grande potência comercial, com colônias tão longínquas quanto no Egito e na Espanha. Uma colônia foi fundada no sul da Espanha, em Tartessus (antiga região mencionada como “Tarxixe” no Velho Testamento e que aparece até na mitologia grega pré-histórica). Tinha minas de prata e ficava na costa sudoeste, além das Colunas de Hércules — o que pode ter sido a causa da lendária viagem.

Pitágoras cresceu no começo da idade de ouro da cultura grega antiga. Os gregos expandiram-se para o Mar Negro e o sul da península italiana (que chamavam de Megale Hellas e era conhecida pelos romanos como Magna Graecia). Na Acrópole de Atenas eram construídos os primeiros templos de mármore e começavam a surgir os primeiros filósofos em Mileto, na Ásia Menor (hoje Turquia). Um

desses primeiros filósofos, Anaximandro, viria a ser professor de Pitágoras.

A filosofia ocidental foi inaugurada por Tales de Mileto mais ou menos uns vinte anos antes do nascimento de Pitágoras, o que significa que ainda era vista como uma novidade cujo pleno alcance ainda estava para ser explorado. (*Internet* da época, atraía uma proporção semelhante de meninos prodígios, magos e trastes.)

Foi Tales quem teve pela primeira vez a idéia segundo a qual o mundo se originara de uma única substância. Quando caminhava pelas colinas perto de Mileto, encontrou conchas marinhas fossilizadas. Daí deduziu que o mundo inteiro, em última análise, era feito de água.

Anaximandro foi o segundo filósofo da chamada Escola de Mileto, mas revelou-se pensador bem mais interessante que seu mestre Tales. Anaximandro foi o primeiro a tentar explicar de forma inteiramente racional como o mundo teve início. Como veremos, acertou um tanto longe do alvo — mas pelo menos foi uma explicação racional. (No caso de Tales, fora algo como uma inspirada adivinhação.)

Anaximandro pode ter aprendido o seu negócio com Tales, mas sua imaginação descortinava horizontes mais amplos e sua visão era mais científica. Foi o primeiro dos antigos a desenhar um mapa do mundo, cuja superfície conseguiu imaginar de forma curva. Infelizmente, não percebeu que era curva em todos os planos, pensando que lateralmente fosse como o tambor de uma coluna. Nós habitávamos apenas a superfície superior desse cilindro.

As observações que fez levaram Anaximandro a inventar o relógio de sol, invento que é um dos marcos fundamentais da cultura ocidental. Antes não havia como medir o tempo com precisão. Cronos (o tempo) fora um deus; agora transformava-se em instrumento. A duração entrava para o reino da ciência. A humanidade assumia simbolicamente o controle do tempo.

As observações solares de Anaximandro levaram-no também a concluir que o Sol era muito maior que a Terra. Era uma teoria sensacional, que contrariava a evidência que todos viam com os próprios olhos. Era nadar contra a corrente de todo o "senso

comum” da época — tão impensável naquele tempo quanto a teoria da relatividade, de Einstein, dizendo que o espaço é curvo e o tempo, relativo. (“Senso comum é o conjunto de preconceitos adquiridos aos dezoito anos de idade”, como dizia Einstein.) Anaximandro calculou que o Sol era vinte e oito vezes maior que a Terra. Considerando que a única tecnologia de que dispunha era o olho e que seu aparato de computação consistia na aritmética mental, foi um cálculo notável. (Na verdade o Sol é cento e poucas vezes maior que a Terra.)

Anaximandro também produziu um mapa das estrelas e conjecturou que as primeiras coisas vivas foram geradas por raios de sol em água de brejo. Tais idéias ele as registrou numa obra chamada *Sobre a natureza*, que teve ampla circulação nos meios intelectuais do Mediterrâneo oriental. Aliás, nada resta dessa obra, exceto um fragmento que aparece num documento que data de mais de mil anos depois. Fala esse fragmento de como as coisas “fazem justiça e reparação umas à outras por sua injustiça, de acordo com a disposição do tempo”. Essas são as primeiras palavras escritas de filosofia das quais temos conhecimento. E, como grande parte da filosofia desde então, ninguém a não ser o autor saberia dizer com precisão o que significam. Mas com certeza sabemos, por outras fontes, que Anaximandro acreditava que o mundo consistia em uma substância fundamental. Que não era nenhum elemento conhecido, como a água por exemplo. Anaximandro chamou-a de “o Ilimitado” (*apeiron*), descrevendo-a como infinita, atemporal e indestrutível. Como veremos, isso carrega mais do que uma semelhança passageira com o conceito de número de Pitágoras. Cada momento tem o seu homem. Anaximandro parece ter sido o professor ideal para o gênio fundador da cultura ocidental.

Então de onde vieram as outras idéias de Pitágoras, as birutas? Parece que suas sementes foram plantadas por seu outro professor conhecido: Ferécidas. Ao passo que Anaximandro desempenhou o papel do menino-prodígio, Ferécidas foi, decididamente, um feiticeiro da primitiva internet filosófica. Era uma curiosa mistura de filósofo e contador de histórias da carochinha. Alguns consideram-no o inventor da doutrina da metempsicose (a transmigração das almas).

De acordo com essa doutrina, depois da morte a alma passa a viver em outro corpo — em estágio superior ou inferior da escala, dependendo do comportamento recente. Esse corpo pode ser humano, animal ou, em casos graves, até vegetal. O objetivo da alma deveria ser comportar-se o melhor possível. Dessa forma ela pode evitar a vida quieta e ensolarada de uma oliveira e mesmo elevar-se acima da existência atormentada e exemplar de um santo — até que finalmente se liberta do ciclo de nascimento, vida e morte.

Essa idéia ocorre de alguma forma na maioria das culturas, onde em geral surge espontaneamente. Como o sacrifício humano, ela pode muito bem representar um estágio em nossa evolução psíquica. Se assim é, não há razão pela qual Ferécidas não possa ter tido ele mesmo a idéia. Outros sugerem que ele pode tê-la pinçado do Egito, apenas passando-a adiante como dele próprio. Os que não acreditam na hipótese de um pensamento original (seja de gente como Ferécidas ou dos egípcios) sustentam que essa idéia veio da Índia, onde ainda hoje é crença religiosa corrente.

Seja como for, uma coisa é certa. Pitágoras pegou a idéia da metempsicose, com mais um punhado de mágicas, do filósofo fabulista Ferécidas. Parece que Pitágoras recebeu essas idéias com o ceticismo da juventude, mas elas foram sem dúvida absorvidas e ficaram adormecidas em sua mente. Pois, segundo ninguém menos que Aristóteles, Pitágoras “primeiro trabalhou com a matemática e a aritmética e, depois, em certa época, condescendeu com as práticas milagreiras de Ferécidas”.

Mas essa aberração só ressurgiria muitos anos depois. Mais importante é saber onde foi que Pitágoras “primeiro trabalhou com matemática e aritmética”. Anaximandro era um filósofo-cientista, Ferécidas era um filósofo-feiticeiro — nenhum dos dois era matemático.

Pitágoras parece ter adquirido seu conhecimento matemático em viagens ao Egito. Naquela época, as viagens ao Oriente eram consideradas uma forma de ampliar a mente, não de detoná-la. O Egito era considerado mais culto que a Grécia, e provavelmente devia ser ainda (embora não mais por muito tempo). Diz Aristóteles:

“No Egito tiveram início as ciências matemáticas, pois lá a nação dos sacerdotes gozava de tempo livre.” Antes, os gregos estiveram ocupados demais lutando uns com os outros para se importarem com as sutilezas do cálculo abstrato. (Na idade de ouro da cultura grega os combates seriam retomados, mas por ora os matemáticos estavam fisgados pelo vício oriental e achavam impossível abandoná-lo.)

Desde as primeiras dinastias, os antigos egípcios construía­m edifícios com tijolos de barro cozido do Nilo em formatos regulares. Grandes monumentos exigiam grandes quantidades desses tijolos. Para calcular essas quantidades, os egípcios descobriam o número de unidades necessárias para encher formas, tais como um cubo, um cubóide (paralelepípedo) e uma pirâmide. Para fazê-lo, desenvolveram um sistema numérico decimal. Também eram muito dados a frações. Há evidências em papiros de que os egípcios sabiam que  $\frac{2}{29}$  podem ser expressos assim:

$\frac{1}{24} + \frac{1}{58} + \frac{1}{174} + \frac{1}{232}$ . Além disso, sabiam que a mesma soma pode também ser expressa assim:

$\frac{1}{15} + \frac{1}{435}$  ou

$\frac{1}{16} + \frac{1}{232} + \frac{1}{464}$

Os historiadores conjecturam que tais complexidades se originaram em problemas de distribuição de comida. Mas não devemos menosprezar o mero elemento lúdico nesses cálculos. Como assinalou Aristóteles, os sacerdotes tinham o seu lazer — e na matemática também encontravam um fascinante jogo intelectual. Numa sociedade avançada mas punitivamente rígida, é astúcia intelectual procurar um estímulo pessoal. (Testemunho disso era a popularidade do xadrez na extinta União Soviética.) A matemática pode ter-se originado da necessidade prática, mas suas possibilidades puramente abstratas foram provavelmente vislumbradas pelo homem primitivo. Obscuras marcas encontradas em cavernas, em lugares tão distantes quanto a Índia e a França, parecem incluir disposições matemáticas tanto quanto simples motivos artísticos.

Mas voltemos ao Egito e ao que Pitágoras teria aprendido em suas viagens por lá. Além da aritmética, os egípcios também inventaram a geometria. Esta palavra significa literalmente “medir a terra” e as técnicas da geometria foram primeiro usadas para medir os limites de uma propriedade, processo que tinha de ser repetido toda vez que havia uma enchente do Nilo.

Tal prática constante logo gerou uma sofisticação geométrica. O escriba Ahmés, escrevendo em 1650 a.C., afirmou que a área de um círculo era igual ao quadrado de  $\frac{8}{9}$  de seu diâmetro. Não descobriu a noção de  $\pi$ , mas sua fórmula dá efetivamente um número para  $\pi$  que erra por apenas 2%, aproximação suficiente para os propósitos da engenharia e arquitetura egípcias. O escriba Ahmés é o primeiro nome que vem à luz do dia no longo despertar da matemática, embora suas listas de tábuas matemáticas e problemas de queimar os miolos tenham sido quase certamente copiados de alguma outra fonte (assim inaugurando uma tradição que seria seguida por muitos matemáticos posteriores, grandes e pequenos).

Mais importante, no que diz respeito a Pitágoras e seu teorema, é que os egípcios sabiam que um triângulo com lados de valor 3, 4 e 5 é retângulo. A evidência histórica também indica que eles conheciam outras propriedades desses triângulos, inclusive uma trigonometria básica. (Segundo a tradição, Tales mediu a altura das pirâmides através de suas sombras, quase certamente recorrendo a uma técnica trigonométrica desenvolvida séculos antes pelos egípcios.)

Do Egito, Pitágoras teria viajado para a Babilônia (também conhecida como Mesopotâmia, região hoje em grande parte abrangida pelo território do Iraque). No século VI a.C., os babilônios eram bem versados em astronomia. Calcularam o ciclo dos eclipses solares e lunares com muitos séculos de antecedência. (As previsões iriam revelar notável precisão, raramente errando por mais de um dia ou coisa assim.) Mais uma vez o antecessor de Pitágoras, Tales, beneficiou-se desse saber, desconhecido dos gregos no começo do século VI. Ele fez fama ao prever, em 585 a.C., um eclipse solar cuja data obtivera de fontes babilônicas.

Os matemáticos babilônios haviam desbravado reinos abstratos muito além da compreensão egípcia. Ao contrário dos egípcios, que simplesmente brincavam com conceitos abstratos numa aura de prática religiosa, os babilônios acreditavam que seus cálculos tinham significação religiosa. A prática dos cálculos era uma forma de iniciação religiosa que levava a um nível espiritual mais elevado. Essa idéia teria efeito profundo em Pitágoras.

Os babilônios sabiam resolver equações de primeiro e segundo grau (embora, como os egípcios, não tivessem notação algébrica). Um tablete de argila babilônico do segundo milênio a.C., pertencente à Coleção Yale, mostra um quadrado e suas diagonais. As dimensões são fornecidas em escrita cuneiforme rudimentar, mas não há nada de rudimentar na matemática envolvida. Pelo contrário. Entre os números apresentados há um equivalente à raiz quadrada de 2 que está correto até a sexta casa decimal (ou seja, 1,414213...). Podem-se tirar várias conclusões disso. Os babilônios tinham um método para calcular raiz quadrada. Mas não sabiam que a raiz quadrada de 2 é um número irracional. (Um número irracional não pode ser escrito como um decimal cujos números terminam ou se repetem; em outras palavras, não pode ser calculado com exatidão e, por isso, é muitas vezes chamado de incomensurável. O mais conhecido de todos os números irracionais é, obviamente,  $\pi$ .)

A julgar por essa evidência, parece certo que os babilônios não chegaram a conhecer os números irracionais. E, mais importante, fica claro pelo tablete de Yale que os babilônios já tinham feito algum avanço rumo à descoberta do teorema que tornaria Pitágoras famoso. Eles sabiam da relação entre os lados de um triângulo retângulo e sua hipotenusa, mas não haviam descoberto um método simples de expressá-la. Ainda se apoiavam em técnicas empíricas que não expressavam em nenhuma fórmula algébrica genérica.

Reza a lenda que Pitágoras então viajou para além de Babilônia, mais para leste. Teria feito contato com magos persas e brâmanes indianos. Outras fontes, aparentemente ainda mais fantasiosas, falam de encontros dele com druídas celtas, na Bretanha ou até, possivelmente, na Cornualha ou Gales. Tais encontros parecem altamente improváveis, mas não podem ser descartados. É sabido

que Teremessus, a colônia espanhola de Samos, tinha laços comerciais com a Bretanha e as minas de estanho do sudoeste britânico. De forma similar, talvez Pitágoras não tenha ido tão longe quanto a Pérsia ou a Índia, mas pode ter tomado conhecimento dos ensinamentos de magos e brâmanes ao passar pela Fenícia a caminho da Babilônia. Os portos fenícios de Tiro e Sídon eram terminais das rotas comerciais do Oriente, que já se estendiam até a Índia e seriam usadas dois séculos depois pelos exércitos de Alexandre, o Grande.

Pitágoras adquiriu bem mais que conhecimento matemático em suas viagens. “Contam que ele se iniciou em praticamente todos os mistérios gregos e bárbaros [isto é, não gregos], chegando a ser admitido à casta sacerdotal egípcia”, escreveu Hegel. Tais iniciações podem ter se realizado no interesse da pesquisa intelectual, mas parece evidente que as viagens de Pitágoras foram também uma espécie de busca religiosa. Ali estava uma grande cabeça que queria absorver tudo; mas o que motivava essa mente parece ter sido uma psicologia peculiarmente dividida. O florescente gênio matemático coexistia com um espírito religioso de messiânicas pretensões.

O problema é conhecermos tão pouco do verdadeiro caráter de Pitágoras. É possível formar um esboço espectral do seu intelecto, mas o matiz vivo de sua personalidade, esse, de há muito se perdeu. Nada sabemos de suas relações com o pai ou a mãe ou mesmo se os conheceu. (A falta de uma vida familiar completa ocorre com surpreendente freqüência entre os grandes filósofos, um dos quais certamente é Pitágoras. Platão, Descartes, Hume, Kant, Nietzsche, para mencionar apenas uns poucos, foram todos criados em famílias de pais separados.) Mas algo dentro do comum, do ordinário, deve ter ocorrido. Um intelecto tão excepcional já é raro, quanto mais a coexistência de tal gênio com qualidades messiânicas — isso é provavelmente único. Só duas comparações próximas vêm à mente. Santo Agostinho foi o maior filósofo do primeiro milênio da era cristã e bispo proselitista de considerável engenho e veemência. Pascal foi o mais refinado pensador do século XVII e um de seus principais talentos matemáticos. Mas nenhum dos dois criou sua própria



religião nem se tornou “intelectualmente um dos homens mais importantes que já existiram”.

Mas esses sucessos ainda são coisa do futuro, quando Pitágoras finalmente regressa a Samos depois das viagens. Mesmo assim, parece mais que provável que Pitágoras estivesse então bem ciente do seu talento excepcional. Talvez até de forma arrogante, a julgar pelo que aconteceu alguns anos após seu regresso.

Nessa época, Samos era governada pelo tirano Polícrates. Personalidade astuta e cruel, Polícrates havia decidido diversificar os interesses comerciais da ilha — grande parte de seus cem de navios fora deslocada do comércio para um negócio mais lucrativo: a pirataria. Com os ganhos assim obtidos, Polícrates embarcou num grandioso programa de construções típico de qualquer tirano que se preze. O resultado, de acordo com o antigo historiador Heródoto, foram “as três maiores obras que se podem ver em qualquer território grego”: o Templo de Hera (o maior que Heródoto conheceu em suas extensas viagens por toda a Grécia e os Bálcãs), um extenso quebra-mar para proteger o porto e um aqueduto que incluía um túnel de três quilômetros numa montanha. Impressionantes ruínas das três obras subsistem até hoje.

Como muitos magnatas ignorantes, Polícrates desejava ser visto como um homem de cultura — e se dispunha a pagar generosamente por tal honra. Em consequência, sua corte atraía intelectuais e artistas de todo o Egeu.

Pitágoras logo instalou-se como mestre residente, homem de sete instrumentos. Naquele tempo, os governantes eram temerários o bastante para se aconselhar com intelectuais e Pitágoras pode muito bem ter exercido um papel político. Eventos posteriores indicam que não era desprovido de talento político, e parece improvável que o tenha adquirido em outra parte que não sua ilha natal.

A situação política e diplomática em Samos não era fácil e teria exercitado plenamente as habilidades de Pitágoras. Polícrates havia traiçoeiramente tomado o poder, enquanto a população celebrava uma festa local, e por isso tinha muitos inimigos. A própria Samos encontrava-se em difícil situação. Sua riqueza começara a atrair a invejosa atenção de outras potências do Egeu, como Esparta e

Atenas (que também começavam a se irritar cada vez mais com a idéia que Polícrates fazia de comércio marítimo). Pior, o império persa expandia-se até o litoral da Ásia Menor, cujo ponto mais próximo ficava a apenas um quilômetro e meio de Samos, do outro lado do estreito. Para combater essa ameaça, Polícrates aliou-se aos egípcios. Porém, de repente, decidiu mudar de lado, ajudando a despachar os inimigos de antes numa missão ao Egito. Não está claro o papel que Pitágoras desempenhou em tudo isso. Fosse qual fosse a sua condição na corte, de alguma forma seria fatalmente afetado. Cidadão importante, teria sido impossível não tomar partido. No entanto, parece que apostar no cavalo errado não foi a causa da sua ruína. Seu desentendimento com Polícrates foi coisa pessoal.

Pitágoras considerava-se superior a qualquer tirano ordinário e evidentemente não disfarçava isso com suficiente entusiasmo. Gafe de que iria se arrepender. A etiqueta na corte de um tirano é bastante clara nesse aspecto e Pitágoras pagou o preço.

O resultado da colisão com o chefe foi Pitágoras ter sido banido de Samos para sempre. Segundo a lenda que nos chegou, foi primeiro aprisionado, sendo que no sul da ilha ainda existe uma sombria caverna afastada, numa encosta, que a população local chama de Cárcere de Pitágoras. (Levaria quase dois milênios e meio para Pitágoras dar o troco. Em 1955, a estância litorânea que outrora fora a capital de Polícrates seria rebatizada com o nome de Pitagórion em homenagem ao "maior filho de Samos".)

À época em que foi exilado, Pitágoras começava a ser reconhecido como intelectual de destaque por outros além dele próprio. O que foi comentado da maneira habitual por seus compatriotas. O filósofo Anaxímenes, também aluno de Anaximandro, teria definido o rival Pitágoras como "o mais diligente de todos os que buscam o conhecimento", e depois descartado os frutos de suas investigações como meras asneiras. Do mesmo modo, a rivalidade entre Samos e o continente jônico não se limitava ao comércio. O filósofo jônio Heráclito deixou registrada a opinião de que "muito estudo não dá juízo, do contrário teria dado a Pitágoras".

Pitágoras deixou Samos rumo a oeste, chegando afinal à Magna Grécia por volta de 529 a.C. Fixou-se na colônia de Crotona, quase na ponta da Bota. Definia-se então como filósofo e se estabeleceu como professor da matéria, logo atraindo um grupo de seguidores que parecem ter desde o início reconhecido suas qualidades excepcionais.

Em grego, filósofo quer dizer “amante da sabedoria” e Pitágoras foi o primeiro homem a definir-se como tal. Filósofos anteriores foram conhecidos como sofistas, que significa “sábios” ou “espertos”. Muitos questionaram a importância desse passo definitivo. Alguns sugerem que Pitágoras, modestamente, não se considerava sábio, mas apenas fortemente atraído pela sabedoria, sempre à sua procura mas sem jamais encontrá-la. Isso parece improvável. (Tal acanhamento não combina com o personagem.) A filosofia não tinha mais que meio século e os sofistas já adquiriam má fama. Como acontece com qualquer “sabedoria” desde o começo dos tempos, a filosofia mostrou-se irresistível atração para charlatões e intelectuais vigaristas. Definindo-se como filósofo, Pitágoras provavelmente queria diferenciar-se dos elementos espúrios. (Embora, como veremos, o que tinha em mente em matéria de filosofia viesse a deixar no chinelo as momicas de qualquer impostor profissional que o precedera.)

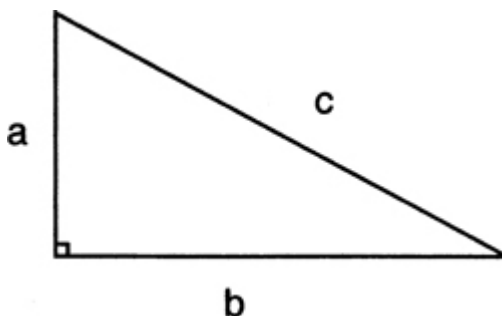
Só no século XIX Hegel faria a distinção definitiva entre o filósofo e o sofista. Comparou essa antiga dicotomia à diferença entre um conhecedor de vinhos e um velho beberrão — embora, ai!, os filósofos gregos continuassem por séculos a carregar uma forte semelhança física com essa última figura.

Provavelmente foi nesses primeiros anos em Crotona que Pitágoras realizou sua importante obra matemática, inclusive a descoberta do celebrado teorema (se é que de fato foi descoberta sua e não de um dos seguidores, discutido ponto ao qual voltaremos). Como já vimos, os babilônios por um triz não descobriram a fórmula que hoje conhecemos como teorema de Pitágoras. Eles sabiam que um triângulo retângulo de lados 3 e 4 tem uma hipotenusa de valor 5. Com efeito, um bloco de inscrições cuneiformes chega a listar 15 ternos numéricos diferentes representando os lados de triângulos

retângulos. Mas provavelmente foi o próprio Pitágoras (ou um dos seus seguidores) quem primeiro deu com a fórmula definitiva:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

para um triângulo retângulo:



Esta fórmula é revolucionária por várias razões. Caracteriza a contribuição específica dos gregos à matemática — razão pela qual ainda hoje consideramos os gregos, sob muitos aspectos, os fundadores dessa disciplina. Os gregos foram os primeiros a fazer da matemática um estudo puramente teórico cujos processos são passíveis de aplicação geral. E deram um passo adiante ao confirmar esses processos gerais com *provas*. Os babilônios e os egípcios tinham seus processos, mas ficaram no nível empírico. Devido ao desconhecimento de álgebra, não tinham como formulá-los em termos gerais. Só depois de se fazer isso seria possível provar ou negar tais proposições através do raciocínio dedutivo. (Interessante é que, por sua vez, faltou aos gregos uma *palavra* para isso. Como muitas palavras de origem árabe — por exemplo, álcool, alquimia, almanaque — a palavra *álgebra* só surgiu na Idade Média; vem de *al-jabr*, que significa reunião e, por inferência, equação.)

Abstração, prova e raciocínio dedutivo, três elementos básicos da matemática, foram todos introduzidos pelos gregos antigos e há uma forte probabilidade de que o tenham sido pelo próprio Pitágoras.

Como Pitágoras nada escreveu, não temos registro de como provou seu teorema. O geômetra Euclides, escrevendo pouco mais de dois séculos depois, deixou assentadas várias provas dele no seu *Elementos*, livro que definiria a geometria pelos dois milênios

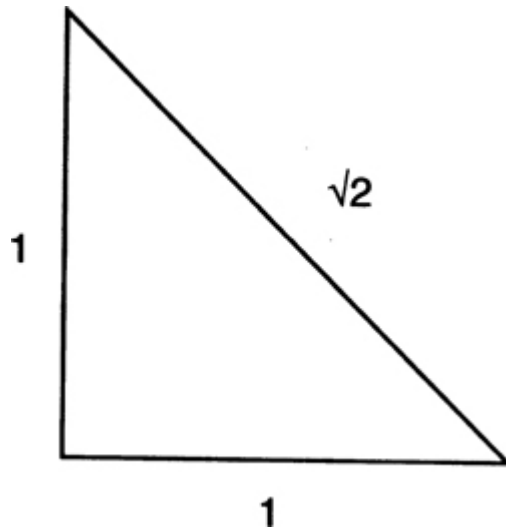
seguintes. Pelo menos uma dessas provas era provavelmente de origem pitagórica. A mais antiga autoridade que conhecemos a atribuir ao próprio Pitágoras o teorema que leva seu nome foi o arquiteto romano Vitruvius Pólio, do século I a.C., hoje mais conhecido por sua teoria das proporções humanas — o ajuste da figura humana dentro de um quadrado inscrito em um círculo, de que Leonardo da Vinci deixou famosa ilustração. Na verdade, sabemos tão pouca coisa *com certeza* sobre a vida de Pitágoras que é praticamente impossível distinguir suas idéias das de seus discípulos. Devido à inexistência de obras do próprio Pitágoras, só podemos nos basear nas obras dos pitagóricos e críticos posteriores. E como os pitagóricos tinham o hábito de atribuir todas as suas descobertas ao mestre, também são de ajuda discutível. Por enquanto, continuarei a atribuir as grandes idéias pitagóricas ao próprio Pitágoras, indicando mais tarde quais desdobramentos podem ter sido obra de seus seguidores.

A descoberta do teorema de Pitágoras levou a uma série de intrigantes descobertas sobre triângulos retângulos de lados inteiros, isto é, lados que são números inteiros (hoje conhecidos como triângulos pitagóricos). Por exemplo, o triângulo de lados 3, 4 e 5 tem várias propriedades não encontradas em outros triângulos pitagóricos. É o único cujos lados apresentam progressão aritmética e o único triângulo de qualquer tipo com lados inteiros cuja área é metade do seu perímetro. Há apenas dois triângulos pitagóricos com área igual ao perímetro (5, 12, 13 e 6, 8, 10).

A transformação grega da matemática num campo puramente abstrato significava que tais possibilidades eram agora exploráveis. Havia lugar para a especulação, para o jogo e a descoberta. Era possível simplesmente seguir uma linha de raciocínio e calcular o que propunha. Abria-se a porta do vasto campo da exploração matemática.

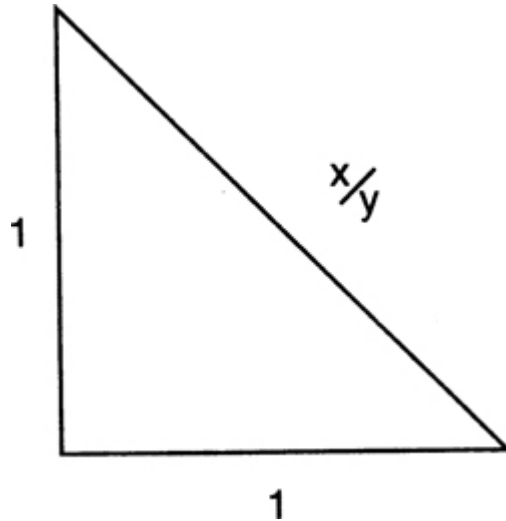
Outra das grandes descobertas que resultaram do teorema de Pitágoras foi a dos números irracionais. Segundo o teorema de Pitágoras, um triângulo isósceles (isto é, com dois lados iguais) cujos catetos valem 1 tem a raiz quadrada de 2 como hipotenusa.

$$1^2 + 1^2 = 2$$



Os pitagóricos descobriram que o valor de  $\sqrt{2}$  não podia ser encontrado. A hipotenusa desse triângulo não podia ser medida com exatidão. Por maiores que fossem as unidades de medição usadas e por mais precisa que fosse a régua, seu comprimento sempre ficava deslocado em alguma parte entre dois pontos da escala. Isso se verificava quando se tentava medir o comprimento e, de forma ainda mais convincente, quando se tentava *calculá-lo*. Simplesmente não havia número racional igual à  $\sqrt{2}$ . Seu valor não podia ser expresso como um decimal que termina ou se repete em dízima periódica.  $\sqrt{2} = 1,4142135623\dots$  e assim por diante *infinitamente*, sem nenhuma série recorrente de algarismos. Quando um triângulo retângulo tem catetos de uma unidade, sua hipotenusa simplesmente não pode ser expressa em termos dessa unidade.

Mas como sabemos disso? Mesmo que calculássemos  $\sqrt{2}$  até a bilionésima casa decimal, como poderíamos saber se a bilionésima-primeira não seria a última? Euclides apresenta uma prova do porquê disso, que certamente foi do conhecimento dos pitagóricos. Consiste em um argumento *reductio ad absurdum*, mostrando que, se a hipotenusa é proporcional aos catetos, tem que ser par e ímpar ao mesmo tempo! Basicamente, é o seguinte: dado um triângulo isósceles com lados de valor 1, sua hipotenusa pode ser expressa como a fração  $x/y$ .



De acordo com o teorema de Pitágoras:

$$1^2 + 1^2 = x^2/y^2$$

Portanto  $x^2/y^2 = 2$

Se  $x$  e  $y$  têm um fator comum, divida-os e, então,  $x$  ou  $y$  deve ser ímpar.

Mas  $x^2 = 2y^2$  (\*)

Portanto  $x^2$  é par e, pois,  $x$  é par.

*Isso quer dizer que  $y$  é ímpar.*

Mas suponhamos que  $x = 2a$

Então  $4a^2 = 2y^2$  (ver \* acima)

Assim:  $y^2 = 2a^2$

*Donde se conclui que  $y$  é par.*

Pitágoras também empreendeu investigações práticas de longo alcance, particularmente no campo da harmonia musical. Descobriu que a harmonia musical numa corda esticada que se fere (ou numa coluna de ar, como na flauta) obedece a razões. Com efeito, as mais belas (agradáveis) harmonias correspondiam às mais belas (mais simples) razões. Uma oitava corresponde à razão 2:1. Uma quinta corresponde à razão 3:2, uma quarta à razão 4:3.

As investigações de Pitágoras reforçaram sua fé crescente na matemática. Para ele, a matemática era mais que uma busca intelectual; parecia explicar o mundo. A harmonia, a proporção, as propriedades dos números, a beleza da simplicidade e de certas

formas — tudo isso parecia falar de uma natureza numérica profunda que governava todas as coisas. O que ficou ainda mais evidente nos seus estudos de astronomia.

Ele foi influenciado nesses estudos pelos babilônios e por seu professor Anaximandro, o primeiro a desenhar um mapa celeste. A astronomia, como a conhecemos, foi iniciada pelos babilônios, que observavam o céu noturno do terraço de seus altos zigurates. Sabe-se hoje que os babilônios começaram a fazer observações regulares do planeta Vênus já em 1975 a.C. Com efeito, blocos de inscrições cuneiformes que datam desse período são o primeiro registro sistemático de eventos do mundo físico: são os mais antigos documentos científicos conhecidos. Em 747 a.C., os babilônios faziam observações regulares de eclipses, que logo levariam a previsões sistemáticas de eclipses solares e lunares. Eles conheciam sete planetas (incluindo o Sol e a Lua), que consideravam de origem divina.

O movimento periódico dos corpos celestes reforçou a crença de Pitágoras na matemática. Desde o início, supôs-se naturalmente que a Terra fosse o centro do universo. Anaximandro foi o primeiro a perceber que os planetas estão mais perto da Terra que as estrelas, e as observações que fez de seus movimentos convenceram-no de que cada um estava a uma distância diferente da Terra. O que levou Pitágoras a uma importante conclusão. Era como se os sete planetas e a Terra fossem de certa forma análogos a uma oitava musical. Os planetas (ou esferas, como eram chamados) eram como as sete cordas da lira e produziam uma harmonia celestial que Pitágoras chamou de “música das esferas”.

Mas sempre haverá um espírito de porco para fazer perguntas incômodas. Por que não podemos ouvir essa música celestial? Como sabemos que se produz se nunca a ouvimos? Pitágoras estava bem à altura desse tipo de obstrucionismo. Respondia que não podemos ouvir a música das esferas porque sempre a estivemos ouvindo desde o momento em que nascemos e simplesmente a tomamos por silêncio.

Para explicar isso, Pitágoras usava a imagem do ferreiro na forja, que não ouve mais o contínuo bater de metal contra metal. (Será



que queria dizer que as harmonias celestiais das esferas soavam como o martelar ensurdecedor na bigorna?)

Mas como Pitágoras podia ter certeza de tudo isso? De acordo com seguidores que foram seus contemporâneos, Pitágoras atingiu um estágio de iluminação místico-matemática em que ocasionalmente ouvia a música das esferas. Pitagóricos posteriores dizem que era constituída de “felizes harmonias”, de modo que a evidência indica que ela não lembra a bigorna que é o coro wagneriano nem a percussão jazzística. (Mas, de qualquer forma, tal evidência parece bem frágil.)

Tudo isso poderia ser descartado como uma bela fantasia poética, mas Pitágoras tinha a mente de um matemático e sua análise produzia alguns resultados assombrosos. Ele raciocinava da maneira que segue: para produzir essa música os planetas teriam que viajar cada um em uma velocidade diferente; os que viajassem mais rápido produziram as notas mais altas da oitava e assim por diante; as notas mais baixas da escala vinham dos planetas mais lentos, que viajariam mais perto da Terra.

A idéia de beleza de Pitágoras era similar à nossa idéia de simplicidade matemática. Para ele, a esfera era o mais belo dos sólidos e o círculo a forma mais bela. As belas harmonias das esferas seriam pois produzidas por planetas redondos que se moviam em órbitas circulares em torno da Terra. Como resultado de suas observações e preconceitos matemáticos, Pitágoras calculou assim a ordem dos planetas em distância crescente da Terra: Lua, Mercúrio, Vênus, Sol, Marte, Júpiter e Saturno. É a mais antiga teoria conhecida do sistema solar. Feito notável, considerando as suposições da época e o fato de que não usava instrumentos. Implícita nessa teoria está a noção de que a Terra é um globo giratório suspenso no espaço, algo que ninguém havia sugerido antes. A contribuição de Pitágoras (e/ou de seus seguidores) à astronomia é pois tão fundamental como suas espetaculares descobertas matemáticas.

Ironicamente, a precisão da teoria de Pitágoras sobre o sistema solar logo levou outros a notarem imprecisões nela. Observações subseqüentes levaram pitagóricos posteriores a perceber que Vênus

e Mercúrio de fato orbitavam em torno do Sol. Começava a revelar-se a imagem heliocêntrica do sistema solar. Outros pitagóricos desenvolveram então a idéia de que a Terra girava em volta de um fogo central (embora não sugerissem que tal fogo fosse o Sol). Nós não nos queimávamos porque a face que ocupávamos no globo estava sempre do lado oposto ao fogo. Segundo os pitagóricos, o movimento da Terra em torno desse fogo central era o responsável pela noite e o dia.

Observadores rivais compreenderam que a Lua brilhava com luz refletida. Para não ficarem atrás, os pitagóricos foram além e disseram que o Sol também brilhava com luz refletida e também refletia sobre nós o calor do fogo central.

Como podemos ver, todas as peças de uma explicação heliocêntrica do sistema solar já estavam prontas para serem encaixadas no lugar. Mas nenhum pitagórico conseguiu completar o quebra-cabeça. O que seria finalmente realizado por volta de 260 a.C. por Aristarco de Samos — uns dezoito séculos antes de Copérnico. No entanto, deve-se ressaltar que Copérnico não tirou sua idéia de Aristarco. Foi a noção pitagórica de que a Terra girava em torno de um fogo central que de início inspirou Copérnico, como ele mesmo frisa em suas obras.

A descoberta de que razões numéricas estão subjacentes à música e a crença de que também governavam os céus levou Pitágoras a uma conclusão cujas repercussões se estendem aos nossos dias. Ele já havia concluído que tudo pode ser reduzido a formas geométricas cujas proporções e propriedades eram governadas por relações numéricas. Então combinou essas descobertas e concluiu que *tudo funciona de acordo com o número*.

Tomamos isso a tal ponto como coisa certa que é difícil imaginar um mundo em que não seja esse o caso. Toda a nossa fé científica assenta-se na crença de que tudo é de alguma forma mensurável ou calculável. Mas Pitágoras foi mais além. Chegou à conclusão de que “tudo é número”. Assim como Tales chegara à conclusão de que em última análise o mundo era feito de água, Pitágoras concluiu que era feito de números. E fez disso o princípio fundamental de sua filosofia.

Mas o que Pitágoras queria dizer exatamente com “tudo é número”? Sua idéia de número era bem complexa. Concebia o número 1 como um ponto, o 2 como uma linha, o 3 como uma superfície e o 4 como um sólido. Em diagrama seria:



Os números têm formas que de algum modo constituem o mundo. Ecos dessa idéia persistem até hoje na matemática — na nossa noção de elevar um número ao quadrado ou ao cubo, na idéia de três dimensões e assim por diante.

Infelizmente, foi nesse ponto do seu pensamento que Pitágoras ultrapassou os limites. Seu fascínio pelos números e sua crença de que eles formavam o mundo fizeram-no criar mais do que uma simples filosofia em torno deles. Esmagado pela grandiosidade das suas descobertas, concluiu que os números eram a resposta para *tudo*. O resultado é que chegou a criar uma religião baseada nos números — tendo a si mesmo como líder.

Pitágoras chegara a Crotona como professor, mas a metamorfose como líder religioso parece ter ocorrido logo em seguida. Seus alunos de matemática e filosofia foram então transformados em discípulos e o que lhes ensinava adquiriu uma aura religiosa. “Tudo é número” virou explicação igualmente teológica e científica do mundo.

Pitágoras acreditava que a capacidade de manter silêncio era o primeiro passo para a compreensão (suposição nem sempre sábia para um professor, religioso ou o que seja). Seus seguidores dividiam-se em dois grupos hierárquicos. Os iniciados — conhecidos como “ouvintes” — não tinham permissão para falar. Esperava-se o tempo todo que fizessem jus ao nome e decorassem as palavras do mestre. Os do grupo mais antigo eram chamados de “matemáticos”. A esses era permitido fazer perguntas e, por vezes, expressar opiniões próprias. Também podiam conduzir suas próprias investigações e eventualmente faziam descobertas matemáticas originais. Entretanto, esses avanços eram sempre creditados ao

mestre. Como já ressaltai, eis a principal razão pela qual é tão difícil apontar o que exatamente o próprio Pitágoras descobriu.

A filosofia numérica de Pitágoras é compreensível e de fato tem alguma justificação. Mas sua religião numérica, não — exceto no sentido mais fantasioso. Os números dividem-se em machos (ímpares) e fêmeas (pares). Essa premissa básica trouxe-lhe, porém, certas dificuldades. O número 1 não poderia ser o primeiro porque realmente não era um número de fato — era o todo indivisível e, nesse estado indivisível, avesso inteiramente à noção divisional dos números e da matemática. Por outro lado, 2 certamente não podia ser o primeiro número, pois era fêmea. O céu proibia. Então Pitágoras decidiu que 3 era o primeiro número *real* — pela engenhosa razão de que era o primeiro número completo, porque tinha começo, meio e fim. (Comparem isso com a noção do 1 como um ponto, do 2 como uma linha, do 3 como um plano e começamos a ver como ele ia longe.) Mais tarde os pitagóricos remediaram ligeiramente isso sugerindo que o 3 era o primeiro número real porque era o primeiro a crescer mais por multiplicação que pela adição, ou seja,  $3 \times 3$  é maior que  $3 + 3$ . Isso pelo menos baseia-se numa propriedade matemática, não em mera fantasia.

Os contos de fada numéricos de Pitágoras logo descambaram para todo tipo de magia. O 5 associou-se ao casamento, porque era a soma do primeiro número fêmea, 2, e o primeiro macho, 3. (Como podemos ver, a razão dedutiva não era parte integrante da religião dos números. Se 3 era o primeiro dos números, como 2 podia ser o primeiro número fêmea? Os “ouvintes” mudos eram proibidos de fazer tais perguntas, os “matemáticos” provavelmente ficavam calados por razões próprias quando o mestre se pronunciava em tais matérias.) O 5 também era associado à natureza, pois quando é multiplicado por si mesmo dá um resultado que termina em si mesmo. Os pitagóricos descobriram que o número 6 também tem essa propriedade. Esses números são hoje chamados automórficos. Os dois números automórficos seguintes — 25 e 76 — podem ter sido também conhecidos dos pitagóricos. Donde se vê que o fascínio religioso pitagórico com os números não era inteiramente infrutífero. Sua busca de significados metafísicos ocultos pode ter sido mal

orientada, mas iria descobrir muito conhecimento matemático valioso.

Tanta aparente tolice nem sempre resultava em mais tolice. Da mesma forma, seus mais finos *insights*. O brilhante trabalho de Pitágoras em astronomia pode bem ter justificado sua mais famosa doutrina — a metempsicose. A transmigração das almas era um princípio básico da religião pitagórica, assim como a crença de que “tudo é número”. Requeria-se aos discípulos a crença de que suas almas tinham ocupado corpos diferentes em vidas anteriores.

Como vimos, Pitágoras tomou conhecimento dessa crença através de seu tutor, Ferécidas. Parece que isso ficou adormecido no fundo de sua mente — na condição de mera possibilidade — durante suas viagens ao Egito e à Babilônia. Embora possa ter adquirido certos refinamentos nessas regiões exóticas.

Ironicamente, talvez tenha sido a obra original de Pitágoras em astronomia que desdobrou essa *metem* em psicose completa. Suas observações dos céus sugeriram-lhe que o movimento dos corpos celestes era cíclico. Se era esse o caso, significava que cada um dos corpos celestes eventualmente retornava ao lugar onde começara. Disso Pitágoras concluiu que devia haver um ciclo dos ciclos — um “ano maior” — para cuja consumação *todos* os corpos celestes voltariam à sua posição original e precisamente a mesma constelação seria observada. Daí deduziu que o que ocorrera uma vez no mundo ocorreria de novo exatamente na mesma seqüência e da mesma maneira e continuaria a fazê-lo em “eterno retorno”. (Curiosamente, essa idéia voltaria a ocorrer 2.500 anos depois no pensamento do único grande filósofo cuja sanidade seria seriamente questionada, Friedrich Nietzsche.)

Para Pitágoras os movimentos celestes provavam sua noção do “ano maior” e a dedução do “eterno retorno”. Daí foi apenas um pulo para algo um pouco menos provável: a metempsicose. Mas a evidência estava toda lá, no céus — ou pelo menos assim acreditava Pitágoras. A idéia de que todas as almas haviam vivido vidas anteriores em outros corpos (ou mesmo plantas) tornou-se a base moral da religião de Pitágoras. Só pelo bom comportamento podia a alma elevar-se na escala: a vida como virtuoso vegetal podia ser

recompensada com a oportunidade de viver como coelho e assim por diante. Mais alto na escala estava o homem santo cujo supremo esforço moral lhe capacitava a alma a libertar-se do ciclo de nascimento e morte. O corpo era assim visto como o túmulo da alma — crença cujos efeitos subsistem em muitas religiões até hoje.

Mas a metempsicose também tinha seus efeitos benéficos. Pitágoras e seus seguidores acreditavam na afinidade de todas as coisas vivas. Isso levava-os a respeitar os outros seres humanos, assim como os animais, e a abster-se de comer carne. Diz-se que Pitágoras, como são Francisco, de vez em quando proferia sermões para assembléias de animais. (Sabe-se que algumas das lendas sobre são Francisco o precederam e sugeriu-se que podem derivar de histórias pagãs sobre os santos primitivos no estilo pitagórico.)

Infelizmente, falar com os pássaros não era a única excentricidade de Pitágoras. Segundo todos os relatos, sua religião continha algumas práticas bem estranhas. Qualquer um que abraçasse sua fé tinha que se conformar a uma longa lista de regras elaboradas pelo próprio mestre. Como geralmente ocorre em qualquer religião, a lista consistia em um catálogo de coisas proibidas. Entre as proibições constavam: comer feijão, dar a primeira mordida num pedaço de pão, deixar andorinhas fazerem ninho no próprio telhado, olhar num espelho à luz de vela e, especialmente, comer o próprio cachorro. Ao se levantar da cama de manhã, o fiel devia desfazer a marca do corpo nos lençóis e, ao tirar uma panela do fogo, devia revolver as cinzas para também remover a marca deixada. E muito, *muito* mais.

Como podia uma superstição tão rematada coexistir na mesma mente com um discernimento matemático tão brilhante? É fácil para nós fazer tais perguntas agora, a partir de uma perspectiva que deposita sua fé na razão e na ciência. A paisagem mental era muito diferente na época de Pitágoras. Sob muitos aspectos, suas descobertas matemáticas foram feitas *apesar* do clima predominante naquele tempo. Os números tinham ainda que perder sua carapaça mágica e a numerologia tinha uma agenda muito além do campo da matemática. (Embora pareça inacreditável, algumas pessoas

chegavam ao ponto de acreditar que sua data de nascimento determinava-lhes a personalidade.)

Reconhecidamente, a investigação filosófica já tinha começado e avançava num passo impressionante. (Menos de 250 anos depois de Tales inaugurar a filosofia, nasceu Platão, provavelmente seu mais consumado e sofisticado praticante em todos os tempos.) O advento da filosofia significava que questões sobre a natureza da vida e do mundo podiam agora ser colocadas fora do contexto da religião e da superstição. No entanto, para além da clara e emplumada visão da filosofia, cada árvore, cada movimento dos corpos celestiais, cada vôo dos pássaros, cada número, cada acontecimento fortuito — tudo tinha sua obscura aura de presságio. Nesse ponto, Pitágoras era um retrocesso à era pré-filosófica. Tentava fazer com que a matemática e a filosofia, libertas da religião, fossem de novo atadas.

Vistas nesse contexto, as idéias religiosas de Pitágoras não parecem tão birutas assim. Deve ter recolhido muitas delas em suas viagens orientais. Por exemplo, a proibição de comer feijão — supostamente por sua capacidade de assumir forma humana em condições favoráveis (monte de esterco, 40 dias, sepultura nova etc.). No entanto, a verdadeira razão de Pitágoras para proibir o feijão deve ter sido bem provavelmente a óbvia: feijão provoca gases. E peidar era um hábito visto com horror nos tempos primitivos. Essa grande desaprovação estava ligada à crença de que a cada vida é concedida apenas uma quantidade estipulada de alento — crença que outrora se estendia da China ao Oriente Médio. Peidar não era apenas desagradável para aqueles à sua volta, era extremamente desagradável para você também. Significava que você estava perdendo parte de sua força vital, do próprio espírito. (A palavra espírito significava originalmente “respiração” ou “ar”, constituindo a fonte de palavras como inspirar e expirar. De modo que subsiste um resquício dessa crença na linguagem que usamos hoje, ainda que não tenhamos consciência disso.) Raciocínios semelhantes explicam outras excentricidades pitagóricas. Arrumar a cama, alisando os lençóis, era uma garantia de que ninguém poderia rogar uma praga sobre a forma do seu corpo, lançar um feitiço que afetasse o conteúdo mesmo dessa forma — superstição ainda bastante comum

na África. Outros mandamentos pitagóricos ainda mais esquisitos — por exemplo o de não olhar espelhos iluminados no escuro — derivam quase certamente de secretos cultos religiosos gregos da época, coletivamente conhecidos como Os Mistérios — e que fazem jus ao nome permanecendo tão misteriosos hoje como então. Por outro lado, alguns desses mandamentos pitagóricos parecem ter sido apenas tolice pura e simples — tanto naquela época quanto hoje. Anaxímenes, Heráclito e Aristóteles certamente pensavam assim — e estavam longe de ser os únicos a partilhar essa antiga opinião. Não se pode evitar certa simpatia pelo petulante repúdio de Hegel ao pitagorismo como “misterioso produto de mentes tão chãs e vazias quanto obscuras”.

Como as orgias dionisiacas dos Mistérios, as efetivas práticas matemáticas do pitagorismo também continuam misteriosas (embora possamos com segurança supor que não havia orgias matemáticas). À parte suas normas hilariantes e muitas descobertas matemáticas importantes, o restante permanece em grande parte controverso. Os pitagóricos parecem ter formado uma espécie de irmandade místico-matemático-ético-dietista. Compartilhavam toda propriedade e viviam juntos em casas comunitárias em que não havia distinção de classes sociais, sendo os escravos tratados como iguais. Essa tolerância aplicava-se até às mulheres. (Machos recalcitrantes que achavam difícil aceitar tal estado de coisas inaudito eram lembrados que sua alma podia ter habitado o corpo de uma mulher em vida anterior ou estar fadada a tal destino em vida futura.)

Surpreendentemente, esse comportamento igualitário revolucionário não parece ter perturbado o andar da carruagem política, pelo menos não de início. Os pitagóricos tinham o favor de governantes aristocráticos das cidades-colônias gregas do sul da Itália e o pitagorismo logo começou a ganhar adeptos. Casas comunitárias pitagóricas surgiram em todas as principais cidades do Golfo de Tarento e seus adeptos espalhavam-se para além dessa região. Os governantes das cidades gregas aparentemente viam o pitagorismo como uma força contra a crescente influência das idéias democráticas. Isso sugere que as comunidades pitagóricas podem



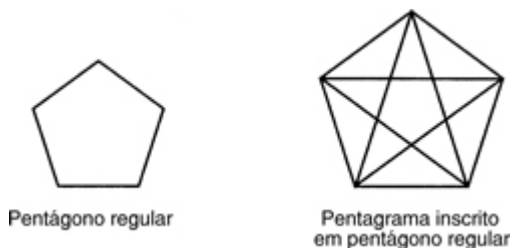
não ter sido tão populares como parecem. É provável que a escolha de membros fosse algo elitista: espíritos afins das classes instruídas, junto com seus escravos de confiança. O pitagorismo pode ter tido elementos de uma cruzada moral, mas suas casas provavelmente assemelhavam-se antes a institutos de educação superior — combinação ético-intelectual tão incomum naquela época quanto hoje.

A idéia de que tudo é número levou os pitagóricos a crer na harmonia matemática última do universo. A harmonia musical e as harmonias das esferas eram aspectos disso. Outro estava nas formas geométricas, particularmente a natureza harmoniosa dos sólidos regulares. Na época de Pitágoras, só quatro sólidos regulares eram conhecidos — o tetraedro (pirâmide triangular), o cubo, o octaedro (oito faces idênticas) e o dodecaedro (doze faces). Acreditava-se então que essas formas geométricas regulares correspondiam aos quatro elementos do mundo real. (Cristais de pirita de ferro na forma de dodecaedros eram encontrados em estado natural na Itália e pedras lavradas nesse formato foram veneradas pelos etruscos no século X a.C.) Os egípcios conheciam três sólidos regulares (o dodecaedro era desconhecido) e até incorporaram essas formas aos edifícios e monumentos. Mas foram os pitagóricos que descobriram o método geométrico para a construção dos quatro sólidos regulares.

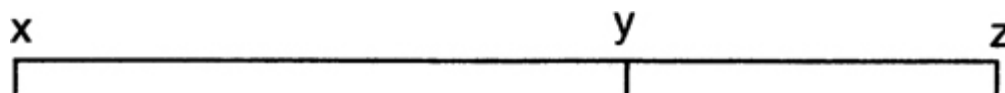
Acreditava-se que o dodecaedro, virtualmente um globo de doze pentágonos regulares, correspondia ao universo. Era por isso visto com um temor respeitoso. A ordem pitagórica era extremamente discreta acerca de seus conhecimentos matemáticos e isso era considerado um dos seus maiores segredos. Com efeito, um membro da ordem foi linchado pelos outros e afogado num esgoto público quando se descobriu que havia revelado o segredo do dodecaedro a um estranho. (É o mais antigo registro de morte por revelação de dado matemático, tradição fatal que só atingiu o auge na segunda metade do século XX, durante a guerra fria.)

O fato de que o dodecaedro era feito de pentágonos regulares (figuras de cinco lados) tornava-o particularmente importante. O pentágono e o pentagrama (a estrela regular de cinco pontas que se

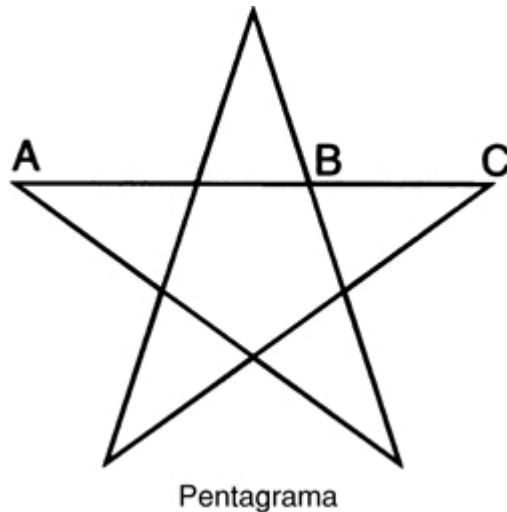
encaixa dentro dele) eram conhecidos dos babilônios, que descobriram as extraordinárias propriedades dessas figuras.



Os babilônios consideravam o pentagrama símbolo de saúde, física e espiritual. Suas propriedades eram relacionadas à Divina Proporção (mais tarde conhecida como Razão de Ouro). Para corresponder a essa razão, uma linha deve ser dividida de tal forma que a razão de sua parte menor em relação à maior seja a mesma que a da maior para o todo.



No diagrama precedente, a razão de YZ para YX é a mesma que de XY para XZ. Essa razão, relacionando as partes divididas e o todo, assumiu imenso significado simbólico para os babilônios. Continha o segredo da constituição do mundo — como suas partes se encaixavam umas às outras e como a soma dessas partes se relacionava ao todo, como os seres humanos tomados individualmente se relacionavam à humanidade como um todo e como a humanidade se relacionava ao mundo — e muitas outras relações simbólicas. Como tal, a Razão de Ouro — harmonia última — veio a ser encarada com mística reverência. E quando se descobriu que o pentagrama era formado segundo a Divina Proporção (ou Razão de Ouro), isso também assumiu um status místico.



No pentagrama precedente, a razão de AB para BC é a Razão de Ouro. Portanto também o é a razão de AC para AB. Uma vez que a figura é regular, isso é também verdadeiro para todas as linhas completas da figura. Em consequência de suas proporções, o pentagrama adquiriu imensa, embora misteriosa, importância através dos tempos. Até hoje figura na maioria das bandeiras que têm o crescente e a estrela muçulmanos e em bandeiras de nações que vão desde Burkina Fasso a Samoa Ocidental, passando pela China e os Estados Unidos. Entre os primeiros a usar o pentagrama como símbolo de reconhecimento estavam os pitagóricos — embora, naturalmente, para eles fosse um sinal *secreto*, mais no gênero do aperto de mãos maçônico. (Agora, apenas o *significado* do pentagrama continua sendo segredo — para quase todos os que o usam como símbolo.)

Outro grande segredo que os pitagóricos fizeram o máximo para preservar foi a descoberta dos números irracionais, como a raiz quadrada de 2, que não podem ser calculados. Essa descoberta foi um tremendo choque. Significava que toda a estrutura da matemática, baseada em números racionais, simplesmente não podia explicar tudo. A teoria pitagórica nunca conseguiu superar essa devastadora descoberta, o que talvez explique por que os pitagóricos se esforçaram tanto para mantê-la em segredo. O celebrado pitagórico Hipasso de Metaponto teria morrido num

naufrágio quando colegas convocaram a ira divina por ele ter revelado o segredo dos números irracionais.

(Alguns historiadores acreditam que a história da morte de Hipasso e o assassinato do pitagórico que revelou o segredo do dodecaedro podem bem ser lendas diferentes sobre o mesmo acontecimento. A evidência que temos com relação a Pitágoras e aos pitagóricos vem de tantas e variadas fontes clássicas — muitas vezes de confiabilidade não verificável — que só podemos recontar a fragmentária evidência que chegou até nós. Entretanto, tais evidências compõem um quadro geral definitivo, razão pela qual contei ambas as histórias.)

Por outro lado, os pitagóricos não eram sempre sérios uns com os outros. Depois que Pitágoras descobriu seu teorema, dizem que ele celebrou junto a seus discípulos com um boi assado — o que deve ter exigido uma fantástica justificativa para uma ordem estritamente vegetariana.

Mas, de acordo com os discípulos de Pitágoras, ele muitas vezes exibia poderes miraculosos. Um dia viu um cachorrinho sendo chicoteado e ordenou ao dono que parasse, pois o animal carregava a alma de um querido amigo falecido cuja voz ele pôde reconhecer nos ganidos do cachorro. Mas parece que Pitágoras nem sempre era tão bondoso com os animais. Uma vez foi mordido por uma cobra venenosa e imediatamente a mordeu de volta e matou. Certa feita apareceu em duas cidades ao mesmo tempo e de outra aconselhou alguns pescadores azarados a jogar de novo as redes, que eles arrastaram então cheias de peixe. Trata-se, evidentemente, de mera lenda, mas há método por trás de sua aparente loucura. Essas lendas foram se acumulando sobre Pitágoras nos primeiros séculos depois de Cristo, quando o pitagorismo esteve por curto período em disputa com o cristianismo como religião subterrânea do Império Romano. Como no caso dos pescadores, alguns dos milagres atribuídos a Pitágoras têm curiosa semelhança com aqueles atribuídos a Cristo.

O pitagorismo foi criado como religião, mas diferia de outras religiões gregas do período. Sua estrutura social, sua implícita cruzada moral, seu lado secreto e sua contínua disseminação logo se

traduziram inevitavelmente num papel político. Mas seus preceitos não continham qualquer teoria política realista. (Agrada-nos pensar que há algo mais na democracia do que “tudo é número”.)

A religião pitagórica tinha regras de conduta, mas estas eram antes de natureza religiosa do que civil. O que significa que em assuntos políticos ela só podia advogar um modo religioso de vida — ou a “regra dos santos”. (Falha comum a muitas religiões fundamentalistas que chegaram ao poder, desde a América dos peregrinos ao Oriente Médio contemporâneo.) Em vez de baluarte contra a democracia, o pitagorismo foi eventualmente encarado pelos governantes aristocráticos do sul da Itália como um perigo revolucionário. Da mesma forma, aqueles que defendiam reformas democráticas não tinham nenhum desejo de que isso incluísse reformas de sua moral. Tal situação foi habilmente manipulada pelos governantes e o sentimento popular logo se voltou contra os pitagóricos. O resultado foi que Pitágoras e seus seguidores seriam afinal forçados a abandonar sua base em Crotona.

Isso aconteceu em algum momento por volta de 500 a.C., o que quer dizer que Pitágoras deve ter estado em Crotona por cerca de trinta anos. Nessa época, contava com cerca de trezentos discípulos, de modo que estes devem ter ocupado várias casas comunitárias. Presumivelmente, alguns desses seguidores tinham que ganhar a vida — quando mais não fosse para sustentar os demasiado santos para essas tarefas e aqueles apenas sagrados o bastante para arar a terra. Esses batalhadores vitais seriam homens matematicamente instruídos, o que indica que é provável que tivessem cargos públicos (ou pelo menos dirigissem o departamento financeiro). Isso torna ainda mais compreensível por que tal sociedade secreta seria vista como uma ameaça. De fato, algumas fontes falam de Pitágoras como responsável por uma reforma do padrão monetário local. Sabe-se que a cunhagem de moedas em Crotona estava muito à frente das demais em toda a região, tanto em arte como no fabrico. O fato de que o pai de Pitágoras era gravador dá mais crédito à idéia de que ele tinha algo a ver com essa cunhagem. Muitos estudiosos aceitam essa história, que indica duas coisas: primeiro, que Pitágoras tinha importante cargo público em Crotona e fazia uso das

habilidades políticas adquiridas em Samos; segundo, que seu amplo conhecimento intelectual era complementado por talentos práticos. Porém, parece que mais uma vez falhou sua capacidade diplomática de lidar com quem comandava o espetáculo.

Pouco depois da expulsão de Crotona, Pitágoras e seus seguidores estabeleceram-se em Metaponto, outra cidade-colônia grega cerca de 160 quilômetros ao norte, no Golfo de Tarento. A essa altura Pitágoras tinha sessenta e tantos anos, idade venerável considerando que a expectativa média de vida na época era em torno de trinta e cinco. Mas os anos de abstinência de feijão obviamente cobraram seu tributo, pois Pitágoras morreu não muito depois de chegar a Metaponto (embora, segundo uma fonte, tenha morrido queimado no incêndio que manifestantes antipitagóricos provocaram na casa comunitária onde morava).

Como todo o restante da vida de Pitágoras, é impossível verificar isso. Com efeito, alguns pesquisadores modernos chegaram ao ponto de questionar se Pitágoras de fato existiu. Assim como a inexistência de Cristo ou a hipótese de William Shakespeare ter sido de fato Francis Bacon, aí só se pode especular, tal a escassez de fatos e o seu caráter fabuloso. No entanto, no caso de Pitágoras, a evidência de que ele de fato existiu parece esmagadora. E, como nos casos de Cristo e Shakespeare, há sempre as obras. Quer tenham sido produzidas por Pitágoras ou seguidores, elas permanecem. O famoso teorema, a introdução da prova na matemática, a descoberta dos números irracionais, para não falar nada da religião pitagórica, *tudo isso* é impossível negar. E é através dessa obra que Pitágoras — um homem, vários ou simples miragem — será julgado.

## POSFÁCIO

. . . . .

O pitagorismo continuou a florescer em todo o sul da Itália após a morte do líder. O renomado pitagórico Hipasso de Metaponto teria produzido importante trabalho em matemática nesse período (isto é, o começo do século V a.C.). Há fontes que atribuem a ele várias descobertas em geral creditadas a Pitágoras. Alguns dizem que ele descobriu as razões fundamentais das harmonias em música (2:1, 3:2, 4:3). Outros insistem que descobriu os números irracionais (que obviamente devia ter mantido em segredo antes de se pôr em viagem).

Em 450 a.C., a maré alta do sentimento democrático produziu uma onda revolucionária na Magna Grécia, cujas cidades-colônias foram palco de rebeliões e desordens civis. Os pitagóricos foram um dos alvos do povo e muitas de suas casas comunitárias seriam incendiadas. Mais de cinquenta pitagóricos teriam morrido quando saquearam a "casa de Milo", em Crotona. Isso indica que as casas comunitárias pitagóricas eram provavelmente bem amplas, talvez com um pátio central e abrigando grupos familiares. Podem ter sido doadas ao movimento por ricos convertidos, como Milo.

Depois de 450 a.C., o movimento pitagórico cindiu-se em duas facções. Uma delas, basicamente composta de "ouvintes", estabeleceu-se em Tarento. Esse grupo ocupava-se sobretudo dos preceitos religiosos e continuou a cuidar para que andorinhas não fizessem ninho nos telhados e os animais de estimação não fossem comidos. O outro grupo, formado principalmente por "matemáticos", singrou o Mediterrâneo e fugiu para a Grécia. Teve lugar então uma mudança de maré e esse grupo desfez-se de muitos dos princípios

pitagóricos mais excêntricos, em favor de um estrito apego aos princípios matemáticos. O luminar desta facção foi Filolau, que se estabeleceu em Tebas. Ele teria escrito uma obra chamada *Sobre a natureza* — a primeira com um apanhado geral dos princípios, filosofia e descobertas de Pitágoras e seus seguidores. Platão comprou por grande soma essa obra, que influenciou sobremaneira sua filosofia. (Em vez de números como realidade última, Platão adotou a noção igualmente abstrata das idéias, que se combinavam de maneira semelhante para produzir o mundo que conhecemos no dia-a-dia.)

Infelizmente, espalhou-se rápido a notícia do interesse de Platão por Pitágoras e sua disposição de expressá-lo com generosa quantia. Logo outras obras sobre as idéias de Pitágoras começaram a surgir. Muitas delas revelaram-se ainda mais fantasiosas que o pitagorismo que alegavam descrever. Ardentes discussões sobre sua autenticidade continuam até hoje, confundindo ainda mais o factual e o fantástico sobre Pitágoras.

Mais tarde, Filolau voltou à Magna Grécia e reuniu-se à facção dos ouvintes em Tarento, aí introduzindo um necessário elemento de rigor matemático e exercendo profunda influência sobre seu aluno Árqitas, que se tornaria amigo íntimo de Platão. Árqitas foi o último e o maior dos pitagóricos primitivos. Parece ter tido sucesso em tudo que empreendeu. Foi brilhante comandante militar, liderando as forças de Tarento em várias vitórias memoráveis. Sua destreza filosófica foi suficiente para impressionar Platão (que não era muito benévolo com amadores que invadissem a sua seara). Era um gênio em mecânica, tendo inventado um tipo de parafuso, uma polia primitiva e um chocalho. (Nos tempos antigos, usavam-se chocalhos para dar alarme e também para divertir os bebês: supõe-se que Árqitas, aqui, adquiriu fama na área militar e não na dos brinquedos.) Ele foi também soberbo matemático, conseguindo resolver o clássico enigma geométrico de como dobrar o tamanho de um cubo. Foi ainda músico: medíocre corneteiro, acredita-se, pelo bem de sua pitagórica alma.

Após a morte de Árqitas, por volta de 350 a.C., o pitagorismo assumiu vários disfarces. Por um período absorveu elementos do



pensamento platônico e virou neopitagorismo; depois, nos primeiros séculos da era cristã, competiu por um tempo com o cristianismo como religião *underground*. Lá pelo quarto século parece ter sumido completamente na clandestinidade e pouco se ouve falar dele. Outros dizem que foi absorvido pelo neoplatonismo. E ainda outros alegam que se tornou uma heresia secreta do cristianismo.

Mil anos depois, o pitagorismo ressuscitou. Muitos humanistas do Renascimento viam Pitágoras como pai das ciências exatas (o que nada tem de esquisito). Quando Copérnico disse que a Terra girava em torno do Sol, considerava essa uma "idéia pitagórica". Posteriormente, costumavam referir-se a Galileu como pitagórico — supõe-se que no sentido matemático, pois seu apetite por carne e feijão era prodigioso. Ainda no século XVIII, Pitágoras foi admirado por Leibniz, figura quase tão fértil intelectualmente e quase tão excêntrica quanto ele. O grande polígrafo e medíocre matemático alemão (além de diplomata nada diplomático, inepto plagiador, negociista frustrado etc.) via-se como parte da "tradição pitagórica". Fez o melhor que pôde. E, de acordo com um estudioso moderno, a influência de Pitágoras continua, sendo ele "visto alternativamente como um nacionalista dório, um desportista, um educador do povo ou um grande mago". Apesar de tais honras, Pitágoras é mais conhecido hoje como uma senha da matemática elementar. Aqueles que não conseguem ver a beleza do seu teorema jamais darão bons matemáticos.

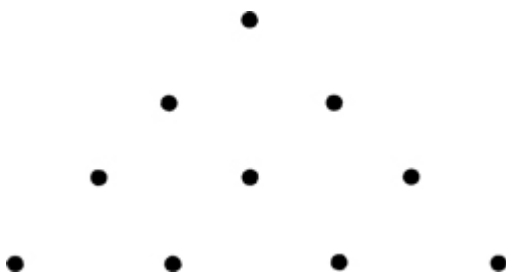
## ALGUMAS QUESTÕES PITAGÓRICAS

. . . . .

Muitas especulações pitagóricas sobre o número misturaram misticismo com matemática. Pitágoras postulava dois tipos diferentes de número "perfeito". O primeiro só tinha um exemplo, o número 10. Este era perfeito porque básico para o sistema decimal. (Tal argumento é, naturalmente, tautológico. Se baseássemos nosso sistema numérico no 60, como faziam os primitivos babilônios, ou no 5, como os romanos ou os índios aruaques sul-americanos, tais números também seriam perfeitos.) Mas para Pitágoras o 10 era perfeito também por ser a soma dos quatro primeiros números:

$$1 + 2 + 3 + 4 = 10$$

Por essa razão era chamado de tetractis. Podia também ser representado pela pirâmide:



O tetractis e sua representação piramidal eram considerados sagrados pelos pitagóricos, que inclusive juravam pelo número 10. (Essa pirâmide também continha todos os números que constituíam as harmonias fundamentais da música, 2:1, 3:2, 4:3, e estava portanto ligada à harmonia das esferas.)

O segundo tipo de número "perfeito" era muito mais interessante (e matematicamente frutífero). Consiste nos números iguais à soma

dos seus fatores (incluindo 1, mas excluindo o próprio número). Por exemplo:

$$6 = 1 + 2 + 3$$

$$28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14$$

Os dois números perfeitos seguintes são 496 e 8.128, que eram certamente conhecidos dos pitagóricos. Os *Elementos* de Euclides (IX, 36) têm uma fórmula para descobrir números “perfeitos”, que pode ter sido descoberta pelos pitagóricos:

Se  $2^n - 1$  é um número primo

então  $(2^n - 1) 2^{n-1}$  é perfeito

Os números perfeitos levaram Pitágoras à descoberta dos números “amigos”. Trata-se de pares numéricos em que cada número é igual à soma dos fatores do outro. Os menores números amigos são 220 e 284:

220 pode ser dividido por 1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 44, 55 e 110. A soma desses divisores dá 284. Este, por sua vez, pode ser dividido por 1, 2, 4, 71 e 142, cuja soma dá 220.

(Alguns dizem que há evidência anterior de conhecimento sobre os números amigos na Bíblia, quando Jacó dá a Esaú 220 medidas de cereal ao se unirem.)

Os pitagóricos também conheciam o número triangular:

1	= 1 <sup>2</sup>
1 + 2 + 1	= 2 <sup>2</sup>
1 + 2 + 3 + 2 + 1	= 3 <sup>2</sup>
1 + 2 + 3 + 4 + 3 + 2 + 1	= 4 <sup>2</sup>
1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1	= 5 <sup>2</sup>

e assim por diante.

Credita-se ao próprio Pitágoras a fórmula para descobrir ternos de números pitagóricos, isto é, que satisfaçam à fórmula:

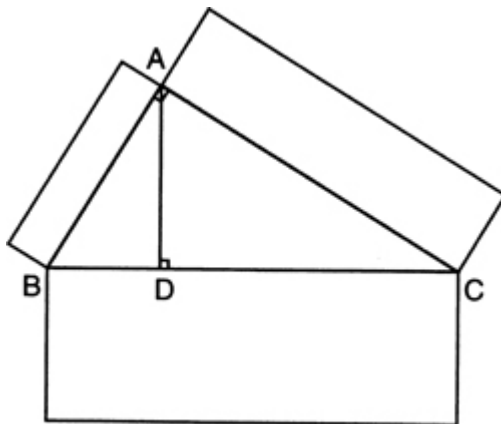
$$a^2 + b^2 = c^2$$

A fórmula para descobrir as tríades pitagóricas é:

$$n^2 + \left(\frac{n^2 - 1}{2}\right)^2 = \left(\frac{n^2 - 1}{2} + 1\right)^2$$

onde  $n$  é um número ímpar. Esse *procedimento* foi conhecido dos babilônios e Pitágoras bem pode ter dado com ele na Babilônia. Mas só os gregos vieram a criar uma fórmula para o método.

No seu Livro VI, proposição 31, Euclides dá uma prova geral do teorema de Pitágoras que era conhecida dos pitagóricos:



*Nos triângulos retângulos, a figura do lado oposto ao ângulo reto é igual às figuras similares e similarmente descritas dos lados que formam o ângulo reto.*

Seja ABC um triângulo retângulo com o ângulo reto BAC;  
Digo que a figura em BC é igual às figuras similares e similarmente descritas em BA e AC.

Seja uma linha AD perpendicular;

Então, uma vez que no triângulo retângulo ABC foi traçada uma linha AD a partir do ângulo reto em A perpendicularmente à base BC,

os triângulos ABD e ADC formados a partir da perpendicular são similares a ABC e um ao outro. (Ver Livro VI, proposição 8.)

E, uma vez que ABC é similar a ABD,  
então, como CB está para BA, também AB está para BD. (Ver Livro VI, definição 1.)

E, uma vez que três linhas retas são proporcionais, como a primeira está para a terceira, assim a figura na primeira está para a figura similar e similarmente descrita na segunda. (Ver Livro VI, proposição 19, porisma.)

Portanto, como CB está para BD, assim a figura em CB está para a figura similar e similarmente descrita em BA.

Pela mesma razão também,

como BC está para CD, assim a figura em BC está para aquela em CA; de modo que, ademais,

como BC está para BD e DC, assim também a figura em BC está para as figuras similares e similarmente descritas em BA e AC.

Mas BC é igual a BD e DC:

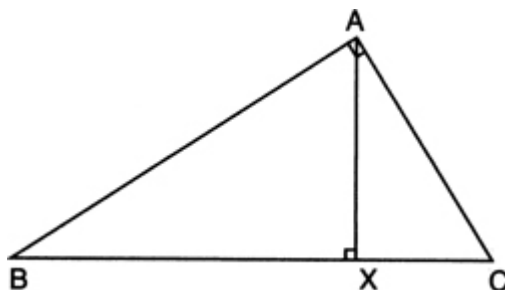
portanto, a figura em BC é também igual às figuras similares e similarmente descritas em BA e AC.

Portanto etc.

CQD

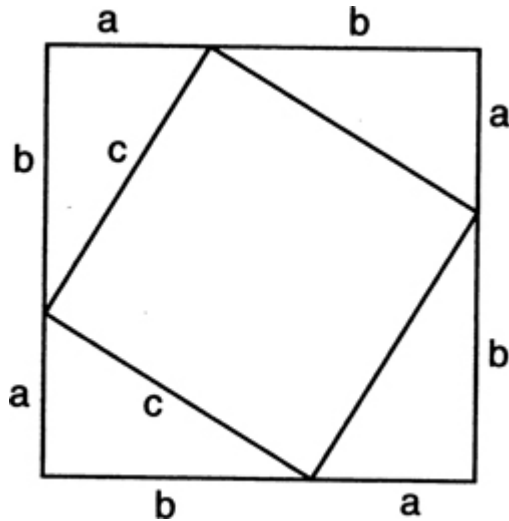
A seguir, a prova simplificada:

Na figura abaixo,  $ABX + ACX = ABC$ , sendo os três triângulos similares e construídos respectivamente sobre as bases AB, AC e BC. Mas as áreas desses triângulos estão em proporção constante com as áreas dos quadrados construídos sobre as mesmas bases, donde segue o teorema.



Há uma prova chinesa no *Chou pei suan ching*, escrito entre 500 a.C. e o início da nossa era. O que quer dizer que os chineses quase com certeza chegaram a essa prova de forma independente.

A versão simplificada da prova chinesa é de todas a mais bela: Um quadrado com lados  $a + b$  tem um quadrado inscrito com lados  $c$ .



Simplificando, esta prova envolve equacionar a área total com as áreas do quadrado e dos quatro triângulos contidos nela. O que dá a equação:

$$(a + b)^2 = 4\left(\frac{1}{2} a b\right) + c^2$$

o que é simplificado assim:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Há atualmente cerca de 400 provas conhecidas do teorema de Pitágoras, mais do que para qualquer outro teorema da matemática. Foram produzidas por pessoas de caminhos diversos na vida — inclusive um mago babilônio, um estudante de Ohio de quatorze anos de idade e capacidade mediana, e um gênio da matemática morto em duelo aos vinte e um anos, Galois. Destino semelhante teve outro notável autor de uma prova do teorema de Pitágoras — James A. Garfield, que se tornou presidente dos Estados Unidos em 1881 mas foi morto três meses depois de prestar juramento.

Uma última palavra. O antigo comentador Aulo Gélio deu uma engenhosa explicação da proibição pitagórica de se comer feijão. Segundo ele, o que Pitágoras realmente disse foi: “Desgraçados, miseráveis, não ponham a mão nos bagos!” — o que não queria dizer exatamente o que parece. Nos tempos antigos, feijões (ou bagos) eram um eufemismo para testículos, de modo que a proibição pitagórica dizia respeito à atividade sexual.

Ora, de qualquer forma, bolas!

## CRONOLOGIAS

. . . . .

### ***Cronologia de Pitágoras e dos pitagóricos***

<i>c.565 a.C.</i>	Nascimento de Pitágoras.
<i>545 a.C.</i>	Morte do tutor de Pitágoras, o filósofo Anaximandro.
<i>c.545-35 a.C.</i>	Viagens ao Egito e Babilônia (e talvez mais além, à Pérsia e à Índia).
<i>c.530 a.C.</i>	Exilado de Samos pelo tirano Polícrates.
<i>529 a.C.</i>	Estabelece-se em Cróton, Magna Grécia (hoje Crotona, sul da Itália).
<i>c.500 a.C.</i>	Pitágoras e seus discípulos forçados a deixar Crotona.
<i>c.490 a.C.</i>	Morte de Pitágoras, em Metaponto.
<i>após c.450 a.C.</i>	Hipasso, o pitagórico.
<i>450 a.C.</i>	Onda revolucionária varre a Magna Grécia e provoca a dispersão dos pitagóricos.
<i>c.420 a.C.</i>	O pitagórico Filolau, fonte de muitas teorias pitagóricas, reside em Tebas.
<i>após c.400 a.C.</i>	Árquitas de Tarento, filósofo e matemático pitagórico, amigo de Platão.
<i>após c.25 a.C.</i>	Vitrúvio Pólio, arquiteto romano, mais antiga fonte conhecida a atribuir a Pitágoras o teorema que leva o seu nome.

## ***Cronologia da época***

<i>1184 a.C.</i>	Sítio de Tróia.
<i>776 a.C.</i>	Primeiros Jogos Olímpicos.
<i>c.700 a.C.</i>	Época de Homero.
<i>585 a.C.</i>	Eclipse previsto pelo primeiro filósofo, Tales de Mileto.
<i>545 a.C.</i>	O Império Persa ocupa a Jônia (hoje a costa turca do Egeu).
<i>533 a.C.</i>	Primeiro concurso de tragédia grega vencido por Téspis, em Dionísia.
<i>522 a.C.</i>	Morte de Polícrates, tirano de Samos.
<i>490 a.C.</i>	Persas derrotados em Maratona. Nascimento de Heródoto, o "pai da História".
<i>462 a.C.</i>	Anaxágoras é o primeiro filósofo que vive em Atenas.
	Começa a primeira Guerra do Peloponeso, entre Esparta e Atenas.
<i>460 a.C.</i>	Nascimento de Hipócrates, maior médico grego, autor do juramento ético da profissão
<i>447 a.C.</i>	Começa a construção do Partenon de Atenas.
<i>429 a.C.</i>	Morte de Péricles marca o fim da era de ouro de Atenas.
<i>427 a.C.</i>	Nascimento de Platão.
<i>404 a.C.</i>	Derrota de Atenas por Esparta marca o fim das Guerras do
	Peloponeso. Sócrates é sentenciado à morte em Atenas.
<i>399 a.C.</i>	
<i>356 a.C.</i>	Nascimento de Alexandre, o Grande.
<i>300 a.C.</i>	Euclides escreve em Alexandria.



## ***Grandes datas na história da ciência***

<i>antes de 500 a.C.</i>	Pitágoras descobre o seu teorema.
<i>322 a.C.</i>	Morte de Aristóteles.
<i>212 a.C.</i>	Arquimedes morto em Siracusa.
<i>47 a.C.</i>	Incêndio da Biblioteca de Alexandria resulta em vasta perda do conhecimento clássico.
<i>199 d.C.</i>	Morte de Galeno, fundador da fisiologia experimental.
<i>529 d.C.</i>	Fechamento da Academia de Platão marca o início da Idade das Trevas.
<i>1492</i>	Colombo descobre a América.
<i>1540</i>	Copérnico publica <i>A revolução dos orbes celestes</i> .
<i>1628</i>	Harvey descobre a circulação do sangue. Galileu é forçado pela Igreja a renegar a teoria heliocêntrica do sistema solar.
<i>1633</i>	
<i>1687</i>	Newton formula a lei da gravitação.
<i>1821</i>	Faraday descobre o princípio do motor elétrico.
<i>1855</i>	Morte de Gauss, "príncipe dos matemáticos".
<i>1859</i>	Darwin publica <i>A origem das espécies</i> .
<i>1871</i>	Mendeleiev publica sua Tabela Periódica dos elementos.
<i>1884</i>	Acordo internacional estabelece o meridiano de Greenwich.
<i>1899</i>	Freud publica <i>A interpretação dos sonhos</i> .
<i>1901</i>	Marconi recebe a primeira transmissão transatlântica de rádio.
<i>1903</i>	Os Curie ganham o Prêmio Nobel pela descoberta da radioatividade.

- 1905* Einstein publica sua Teoria da Relatividade Especial.
- 1922* Bohr ganha o Nobel pela teoria dos quanta.
- 1927* Heisenberg publica o Princípio da Incerteza.
- 1931* Gödel destrói a matemática.
- 1937* Turing traça os limites do computador.
- 1945* Bomba atômica sobre Hiroxima.
- 1953* Crick e Watson descobrem a estrutura do ADN.
- 1969* A Apolo 11 desce na Lua.
- 1971* Hawking propõe a hipótese dos miniburacos negros.
- 1996* Sinais de vida em Marte?
- 1997* Primeiro mamífero clonado.

## LEITURA SUGERIDA

. . . . .

Danilo Marcondes: *Introdução à história da filosofia* (Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 1997).

J.V. Luce: *Curso de filosofia grega* (Rio de Janeiro, Jorge Zahar, 1994).

Jonathan Barnes (org.): *Early Greek Philosophy* (Penguin Classics, 1996). Contém algumas interessantes citações de fontes contemporâneas.

E.T. Bell: *Men of Mathematics* (Various, 1996). A matemática contém mais do que sua justa medida de excentricidades. Idéias que causam perplexidade e vidas também surpreendentes apresentadas de forma legível.

Diógenes Laércio: *Vidas dos filósofos ilustres*. Fascinante mas pouco confiável relato antigo sobre a vida de Pitágoras. É a fonte clássica, mas não amplamente disponível.

Bertrand Russell: *História da filosofia ocidental* (edição inglesa Unwin, 1996). Tem um bom e irreverente capítulo sobre Pitágoras.

David Wells: *Penguin Dictionary of Curious and Interesting Numbers* (Penguin, 1996). Um *must* para todos os interessados no folclore da matemática.

*Observação:* As datas indicadas não são as das edições originais, mas as das últimas publicações.

Título original:  
*Pithagoras and his Theorem*

Tradução autorizada da primeira edição inglesa publicada em 1997 por Arrow Books, de Londres, Inglaterra

Copyright © 1997, Paul Strathern

Copyright da edição brasileira © 1998:  
Jorge Zahar Editor Ltda.  
rua Marquês de São Vicente 99 - 1º andar  
22451-041 Rio de Janeiro, RJ  
tel: (21) 2529-4750 / fax: (21) 2529-4787  
[editora@zahar.com.br](mailto:editora@zahar.com.br)  
[www.zahar.com.br](http://www.zahar.com.br)

Todos os direitos reservados.

A reprodução não-autorizada desta publicação, no todo ou em parte, constitui violação de direitos autorais. (Lei 9.610/98)

Ilustração: Lula

Edição digital: abril de 2011

ISBN: 9788537805312

---

Arquivo ePub produzido pela **Simplissimo Livros – Simplicissimus Book Farm**

---

# FILÓSOFOS

em 90 minutos

.....

*por Paul Strathern*

Aristóteles em 90 minutos  
Berkeley em 90 minutos  
Bertrand Russell em 90 minutos  
Confúcio em 90 minutos  
Derrida em 90 minutos  
Descartes em 90 minutos  
Foucault em 90 minutos  
Hegel em 90 minutos  
Heidegger em 90 minutos  
Hume em 90 minutos  
Kant em 90 minutos  
Kierkegaard em 90 minutos  
Leibniz em 90 minutos  
Locke em 90 minutos  
Maquiavel em 90 minutos  
Marx em 90 minutos  
Nietzsche em 90 minutos  
Platão em 90 minutos  
Rousseau em 90 minutos  
Santo Agostinho em 90 minutos  
São Tomás de Aquino em 90 minutos  
Sartre em 90 minutos  
Schopenhauer em 90 minutos  
Sócrates em 90 minutos  
Spinoza em 90 minutos  
Wittgenstein em 90 minutos

# CIENTISTAS em 90 minutos

.....

*por Paul Strathern*

Arquimedes e a alavanca em 90 minutos  
Bohr e a teoria quântica em 90 minutos  
Crick, Watson e o DNA em 90 minutos  
Curie e a radioatividade em 90 minutos  
Darwin e a evolução em 90 minutos  
Einstein e a relatividade em 90 minutos  
Galileu e o sistema solar em 90 minutos  
Hawking e os buracos negros em 90 minutos  
Newton e a gravidade em 90 minutos  
Oppenheimer e a bomba atômica em 90 minutos  
Pitágoras e seu teorema em 90 minutos  
Turing e o computador em 90 minutos